

XIV Semana da Matemática (XIV SeMat)

Anais

ISSN: 2238-5908



Apresentação

A Semana da Matemática da UFTM, em sua Décima Quarta edição, é um evento anual consolidado que visa fortalecer a formação de professores, incentivar a pesquisa em educação matemática, matemática e matemática aplicada e promover a popularização da ciência. Voltada a estudantes de graduação, professores da rede básica e comunidade em geral, a programação conta com palestras, oficinas, minicursos e apresentações acadêmicas, promovendo o intercâmbio de saberes entre universidade e sociedade.

Em 2025, a Semana da Matemática se expandiu com a realização de atividades de extensão em uma escola pública de Uberaba. Durante o período diurno, serão promovidas ações práticas, interativas e lúdicas, aproximando a universidade da comunidade escolar e estimulando o interesse dos estudantes pela matemática de forma vivencial e significativa.

Outro destaque foi o espaço reservado para a apresentação e discussão dos projetos desenvolvidos pelos alunos do Profmat, promovendo a articulação entre formação docente, pesquisa aplicada e práticas pedagógicas inovadoras.

A Semana da Matemática configura-se, assim, como uma ação estratégica da UFTM, com alto potencial de impacto regional, contribuindo para a qualificação de recursos humanos, a integração entre ensino, pesquisa e extensão e a valorização da ciência como ferramenta de transformação social.

Esta décima quarta edição, aconteceu nos dias 04, 05, 06 e 07 de Novembro de 2025 de forma presencial na UFTM - Unidade II da Univerdecidade, situada na Avenida Randolpho Borges Júnior - Univerdecidade, Uberaba - MG.

A Comissão

Comissão Organizadora:

Docentes da UFTM

- Michelli Maldonado Carretero de Oliveira (DEMAT-ICENE) (Coordenadora)
- Marcelo Ferreira (DEMAT-ICENE)
- Osmar Aléssio (DEMAT-ICENE)
- Rafael Rodrigo Ottoboni (DEMAT-ICENE)

Discentes da UFTM

- Ana Júlia Oliveira Lúcio
- Ana Luisa Silva Oliva
- Ana Maria Mendes Oliveira
- Flaviane Stella Gonzaga Stort
- Flávio Henrique Dias Alves
- Gabriel Soara Araújo
- Geovanna Cristina de Mendonça Lima
- João Victor Balan
- Joaquim Vieira Guimarães da Silva
- José Januário Cruz Júnior
- Hugo da Costa Pezzano
- Láínnny Vitória Ferreira Botelho
- Lara Faria dos Santos
- Larissa Caroline Araújo do Nascimento
- Leonardo da Silva Pereira Cassiano
- Lucas Satoshi Shiraishi
- Maria Eduarda de Oliveira Regalo Silva

- Maria Eduarda Ferreira Rios Consolete
- Marina Machado Costa
- Mardoqueu Simões Santos
- Pedro José Cestari Candido
- Rosiane Maria Pereira Silva
- Zhu Oi Yu

Comissão Científica

- Profa. Dra. Adriana de Campos Inforzato - DMAT/ICTE
- Profa. Dra. Beatriz Fernanda Litoldo - DECMT/ICENE
- Prof. Dr. Daniel Fernando Bovolenta Ovigli - DECMT/ICENE
- Profa. Ma. Gisliane Alves Pereira - DEMAT/ICENE
- Prof. Dr. Leonardo de Amorim e Silva - DEMAT/ICENE
- Profa. Dra. Marcela Luciano Vilela de Souza - DEMAT/ICENE
- Prof. Dr. Osmar Aléssio - DEMAT/ICENE
- Prof. Dr. Rafael Peixoto - DEMAT/ICENE
- Prof. Dr. Renato Fundão Vieira - DECMT/ICENE
- Profa. Dra. Vânia Cristina da Silva Rodrigues - DECMT/ICENE
- Prof. Dr. Wagner Fernando Delfino Angelotti - DMAT/ICTE

Programação

04 de Novembro de 2025 terça-feira 18h00m – 19h00m - Inscrição e credenciamento. 19h00m – 19h30m - Abertura Solene. 19h30m – 20h30m - Palestra 1 Matemática em tudo: propostas de tratamento de câncer de próstata, HIV e epidemiologia através de sistemas dinâmicos suaves por partes. Ministrante: Prof. Dr. Durval José Tonon-IME/UFG 20h30m - 21h00m - Coffee Break. 21h00m - 22h30m - Mesa Redonda 1. - Auditório Rubi Matemática em tudo: desafios e possibilidades na formação interdisciplinar de professores. Integrantes da mesa: Profa. Dra. Janaina Farias de Ornelas -ICENE/UFTM Prof. Dr. Luís Gustavo da Conceição Galego-ICENE/UFTM Profa. Dra. Beatriz Fernanda Litoldo -ICENE/UFTM Prof. Dr. Gabriel Brandão de Gracia -ICENE/UFTM Profa. Dra. Vânia Cristina da Silva Rodrigues (Mediadora) ICENE/UFTM 05 de Novembro de 2025 quarta-feira 18h00m - 19h00m - Apresentação de Trabalhos 19h00m - 19h30m - Atividade Cultural 1: “Mostra Interativa da SEMAT 2025”	Resumo: Espaço especial para exposição de trabalhos, projetos, jogos atividades matemática desenvolvidos por alunos, professores e grupos de pesquisa de extensão. 19h30m – 20h30m - Palestra 2 “Estatística em tudo: da incerteza às decisões na era dos dados” Ministrante: Profa. Dra. Amanda Busi <u>Gazon</u> Milani – IME/UFG Auditório Rubi 20h30m – 21h00m - Coffee Break em frente ao Auditório Rubi 21h00m – 22h30m Mesa Redonda 2 -Auditório Rubi “Formar, Transformar e Continuar: a Matemática na Vida dos Egressos” Integrantes da mesa: Ana Muniz; Andrew Macedo; Celine Assumpção; Laércio Simões; Patrícia Ferreira e Prof. Dr. Renato Fundão Vieira – DECMT-ICENE/UFTM 06 de Novembro de 2025 quinta-feira 14h00m - 16h30m - Atividade de Extensão Sala T01 bloco N - Laboratório de Matemática - LABMAT 18h00m - 19h00m - Apresentação de Trabalhos 19h00m - 20h30m - Minicursos - PARTE 1 Minicurso 1: Introdução ao Uso do Canva para Produções Acadêmicas de Matemática Ministrantes: Kayque de Brito Silva Marcelino, Flaviane Stella Gonzaga Stort, Aline Vitória da Silva Rodrigues e Samuel Zanqueta Justino de Souza	Sala 217 bloco N - Laboratório de Informática e Matemática Computacional - LIMC Minicurso 2: Matemática Financeira e Modelagem Ministrantes: Prof. Dr. Nelson Fernando Inforzato e Profa. Dra. Adriana de Campos Inforzato Sala T01 bloco N - Laboratório de Matemática - LABMAT Minicurso 3: Como as Máquinas Aprendem: da Estatística à Inteligência Artificial Ministrantes: Marcelo Mangini Dias e Profa. Dra. Michelli Maldonado Sala 308 bloco N - Laboratório de Matemática Aplicada e Computacional - LABMAC Minicurso 4: Inventar a Si Mesmo[a]: Arte, Decolonialidade e a Subjetividade do Educador de Matemática Ministrantes: Prof. Me. Laercio Oliveira Simões e Profa. Dra. Vânia Cristina da Silva Rodrigues Sala 310 bloco N - Laboratório de Estudos de Matemática - LEMAT 20h30m - 21h00m - Coffee Break em frente ao Auditório Rubi 21h00m - 22h30m - Minicursos - PARTE 2 07 de Novembro de 2024 Sexta-Feira 08h00m – 10h30m - Atividade de Extensão Sala 101 bloco N – Laboratório de Matemática – LABMAT 13h00m – 14h00m - Palestra 3 (Especial PROFMAT) “PROFMAT – História e Perspectivas Futuras” Profa. Dra. Ana Paula de A. Chaves – IME/UFG-Auditório Rubi	19h00m – 19h30m – Atividade Cultural 2 “Matemática com Equilíbrio” Prof. Dr. Bruno Nunes Souza – DMAT-ICTE/UFTM Auditório Rubi Resumo: Momento com o professor Bruno que é doutor em matemática pura pela UnB. Em 2019 começou a praticar Yoga como forma de aliviar o estresse. Em 2023 finalizou um curso de formação de instrutores de Yoga e começou a dar aulas na UFTM pelo projeto Agita Campus. em frente ao Auditório Rubi 19h30m - 20h30m - Palestra 4 "Olimpíadas de Matemática: Competições e Treinamento" Profa. Dra. Ana Paula de A. Chaves - IME/UFG Auditório Rubi 20h30m - 22h30m - Coffee Break Encerramento Oficial e Confraternização Auditório Rubi 21h00m - 22h30m - Mesa Redonda Desenvolvimento Profissional de Professores Egressos do Curso de Matemática da UFTM: Desafios e Perspectivas. Integrantes da mesa: Graduanda: Júlia Santos da Silva (Graduanda do Curso de Graduação em Matemática da UFTM) - Mediadora; Profa. Ma. Érika Brinck Gonçalves (Egressa do Curso de Graduação em Matemática da UFTM e do PROFMAT/UFTM) Prof. Me. João Marcos Vieira Moreira (Egresso do Curso de Graduação em Matemática da UFTM e discente do PPGE/UFTM) Prof. Me. José Augusto Cambraia Beirigo (Egresso do Curso de Graduação em Matemática da UFTM e do PP-GECEM/UFTM).
--	--	--	---

**Catálogo na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do
Triângulo Mineiro**

S47a	Semana da Matemática (14.: 2025: Uberaba, MG) Anais da XIV Semana da Matemática: XIV SeMat / Michelli Maldonado Carretero de Oliveira (coordenadora). -- Uberaba: UFTM, 2025. 147 p. : il., fig., graf. tab. Evento realizado na UFTM nos dias 4 a 7 de novembro de 2025 Tema: Matemática em tudo: explorando a presença da matemática na arte, música, natureza, arquitetura e tecnologias ISSN: 2238-5908 1. Matemática - Congressos. I. Oliveira, Michelli Maldonado Carretero de. II. Título. CDU 51(063)
------	---

Sumário

Apresentação	1
A Comissão	2
Programação	4
Seção de Comunicações Orais: Resumos: de trabalhos e/ou relatos de experiências	8
1 Equações do Segundo Grau Incompleta: uma sequência didática aplicada no 8º Ano do Ensino Fundamental	9
2 Relato de Experiência: A produção audiovisual no ensino de matemática	16
3 Inclusão para além da normalidade: encontros entre diferenças e práxis docente	23
4 Metodologias Ativas e Gamificação no Ensino de Equações do 2º Grau: uma experiência do PIBID de Matemática	30
5 Divulgação científica no ensino matemático: uma experiência dentro do PIBID	37
6 Do PET Matemática à Pós-Graduação: Um relato da influência dos seminários de pesquisa na formação docente	44
7 Iniciação a Prática de Letramento Algébrico em Aula Exploratório-Investigativas	52
8 Construindo um mosaico de pesquisas na perspectiva inclusiva com ênfase em pessoas com deficiência auditiva	57
9 Leitura Crítica e Matemática: A Interdisciplinaridade em Prática no PIBID	65
10 Atividade investigativa sobre padrões geométricos com figuras	72
11 Aplicação de uma Atividade para o Ensino de Geometria: Investigando o Volume de um Cilindro, utilizando Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) e Materiais Concretos	80
ANAIS da XIV Semana da Matemática da UFTM: Evento 04 a 07/11/2025	6

12 Detetives da Geometria: Um Relato de Experiência sobre a Construção de Fórmulas de Área	88
13 Tecnologia assistiva e educação na microrregião de Uberaba: Análise comparativa com dados públicos	95
14 Modelagem Matemática e uma Estratégia Heurística para o Problema do Caixeiro Viajante	103
15 Condições para a Existência de Circuitos Eulerianos no Contexto Do Problema do Carteiro Chinês	110
16 Sistema Neuro-Fuzzy DENFIS na Análise Preditiva do Risco de Lesões em Atletas de Futebol Feminino	116
17 Um passeio histórico sobre a relação entre Matemática e Música: do século IV a.e.c. ao século XVI e.c	124
18 Um estudo sobre a desigualdade de Bernoulli	132
19 Curadoria de vídeos educacionais para o ensino de matemática	140

Resumos de trabalhos e/ou relatos de
experiências que foram apresentandos no
formato de Comunicação Oral



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

Equações do Segundo Grau Incompleta: uma sequência didática aplicada no 8º Ano do Ensino Fundamental.

Cecília Reis Caetano, Geovanna Mendonça, Rosiane Silva

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

d202510490@uftm.edu.br , d202410215@uftm.edu.br , d202410426@uftm.edu.br

Resumo: Este relato de experiência descreve detalhadamente uma intervenção pedagógica sobre o conteúdo de equações do segundo grau incompletas, aplicada a uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. O trabalho foi desenvolvido no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), com o objetivo de aprimorar o processo de ensino-aprendizagem, promovendo uma aprendizagem com sentido através da articulação entre a explicação teórica, atividades práticas de fixação e estratégias lúdicas inovadoras. A aplicação ocorreu na semana de 25 a 29 de agosto de 2025, sendo organizada em quatro aulas progressivas que contemplaram um momento inicial de diagnóstico dos conhecimentos prévios em potenciação e radiciação, a explicação do conteúdo, a resolução de exercícios, a aplicação de um jogo temático ("Roleta das Equações") e a produção coletiva de uma paródia matemática. Os resultados demonstraram que a combinação de metodologias diversificadas é altamente pertinente para favorecer o engajamento, o entusiasmo e a participação ativa dos alunos, minimizando as barreiras conceituais iniciais. As atividades lúdicas, em especial, mostraram-se fundamentais para consolidar os conceitos de forma criativa e coletiva, fortalecendo a autoconfiança dos estudantes e evidenciando a importância do PIBID na formação docente para o desenvolvimento de competências pedagógicas alinhadas a uma educação mais criativa e inclusiva.

Palavras-chave: Sequência Didática; Equações do Segundo Grau; PIBID; Ensino de Matemática.

Introdução

De acordo com D'Ambrósio (1996), o ensino da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental requer a adoção de metodologias diversificadas que transcendam a abordagem tradicional, buscando despertar o interesse e promover a compreensão dos conceitos de forma significativa. Nesse contexto, a utilização de sequências didáticas permite que o processo de ensino e aprendizagem seja planejado e organizado de maneira sistemática e coerente, possibilitando o avanço gradual dos alunos na construção do conhecimento.

O presente relato de experiência foi desenvolvido no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), um programa que visa aproximar os licenciandos da realidade escolar, contribuindo tanto para a sua formação quanto para o fortalecimento da educação pública. O projeto foi aplicado na turma do 8º ano do Ensino Fundamental Integral da Escola Estadual Gabriel Toti em Uberaba-MG, durante o mês de agosto de 2025, e teve como tema “Equações do Segundo Grau Incompletas”. A proposta está alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), que orienta o desenvolvimento de competências matemáticas voltadas à resolução de problemas, à argumentação e ao raciocínio lógico nos Anos Finais do Ensino Fundamental. A escolha por abordar as equações incompletas deve-se ao fato de que esse tipo de equação permite uma introdução mais acessível ao conceito de segundo grau, respeitando o nível de abstração esperado para os Anos Finais e as lacunas observadas nas turmas em relação à potenciação e radiciação.

O conteúdo foi escolhido por se tratar de um dos tópicos que frequentemente apresentam maiores dificuldades entre os estudantes, segundo Luz (2019), muitos estudantes apresentam dificuldades com equações do segundo grau e operações de potenciação e radiciação, o que reforça a necessidade de intervenções didáticas nesse conteúdo, sobretudo pela necessidade de domínio prévio das operações de potenciação e radiciação, operações que ainda geram dúvidas em muitas turmas. A sequência teve como propósito central tornar o ensino das equações mais dinâmico, acessível e significativo, aliando explicações teóricas sólidas a atividades práticas e lúdicas.

Segundo Lunkes et al. (2022), as atividades lúdicas, como os jogos, colocam o aluno em posição protagonista no processo de ensino e aprendizagem, em que é levado a pensar, criticar, projetar, ensinar, resolver problemas e concluir objetivos. Assim, a proposta desta sequência didática buscou criar situações de aprendizagem em que os alunos fossem ativos na construção do conhecimento, integrando teoria e prática de forma prazerosa e coletiva.

2 METODOLOGIA

2.1 Preparação da Sequência Didática

Foi elaborada uma sequência didática destinada à turma do 8º ano do regime integrado. A primeira parte da aplicação ocorreu no dia 25/08, iniciando-se com um breve resumo do conteúdo para relembrar os principais conceitos já trabalhados. Em seguida, foi realizado um quiz diagnóstico com o objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema. Após essa etapa, iniciou-se o estudo das equações do segundo grau incompletas, com explicações passo a passo, seguidas de atividades práticas nas quais os alunos puderam aplicar o conteúdo, contando com a orientação dos professores durante a resolução dos exercícios. A segunda parte da sequência foi desenvolvida no dia 29/08, iniciando com a aplicação de um jogo da roleta. Os alunos foram divididos em dois grupos e, de forma lúdica e competitiva, giraram a roleta para resolver as inequações que surgiam, promovendo uma aprendizagem dinâmica e coletiva. Após o intervalo, a turma participou da criação e apresentação de uma paródia relacionada ao conteúdo estudado. Os alunos demonstraram grande entusiasmo e envolvimento, ensaiando a música e realizando uma apresentação final que foi filmada, contando inclusive com a presença da diretora da escola. Essa sequência didática foi planejada com o intuito de tornar o aprendizado mais significativo e prazeroso, unindo teoria, prática e ludicidade, de modo a favorecer a compreensão e o interesse dos alunos pelo conteúdo de matemática.

2.2 Aplicação da Sequência Didática

A sequência didática foi desenvolvida em quatro momentos, distribuídos em aulas sequenciais e complementares, permitindo a evolução gradual do aprendizado e a consolidação dos conhecimentos por meio de diferentes abordagens metodológicas.

2.2.1 Aula 01: Diagnóstico de Conhecimentos Prévios

O primeiro momento teve uma função essencialmente diagnóstica, com o objetivo de verificar os conhecimentos dos estudantes sobre potenciação e radiciação, conteúdos de base cruciais para a compreensão das equações do segundo grau. Para isso, foi realizado um quiz interativo em duplas, com

perguntas projetadas em slides. Após cada questão, as respostas foram corrigidas e discutidas coletivamente, o que possibilitou observar o raciocínio dos alunos e identificar suas principais dificuldades. Durante essa atividade, constatou-se que muitos ainda apresentavam lacunas relacionadas à tabuada e à radiação, o que se configurou como um desafio inicial para o avanço no novo conteúdo. No entanto, o clima participativo e a curiosidade demonstrada pelos estudantes favoreceram o diálogo e a identificação dos desafios a serem trabalhados nas aulas seguintes.

2.2.2 Aula 02: Explicação Teórica e Resolução de Exercícios

A segunda aula foi dedicada à explicação do conteúdo de equações do segundo grau incompletas. A aula iniciou-se com a apresentação da definição do tema e, em seguida, foi detalhado o passo a passo da resolução, utilizando o quadro como principal recurso didático. Após a explicação, foi proposta uma lista de exercícios para fixação, a serem resolvidos individualmente. Durante a realização dos exercícios, foi feito um acompanhamento individualizado, de modo que as dúvidas fossem sanadas conforme as necessidades de cada aluno. Essa etapa revelou que muitos ainda confundem o processo de radiação e apresentavam dificuldade em compreender a existência de duas soluções possíveis para uma mesma equação, o que representava uma novidade em relação às equações do primeiro grau.

Nesse sentido, e em consonância com a teoria de Vygotsky, citado por Moraes e Cristofoleti (2023), o aprendizado é um processo dinâmico, mediado pelas interações sociais e culturais. Essa perspectiva esteve presente neste momento de mediação pedagógica e apoio individualizado, fortalecendo o desenvolvimento do aprendizado aprofundado.

2.2.3 Aula 03: O Lúdico como Ferramenta de Fixação

No terceiro momento da sequência, optou-se pela utilização de uma atividade lúdica que integrasse o raciocínio matemático e o trabalho em equipe: o jogo da roleta das equações do segundo grau incompletas. A turma foi dividida em dois grupos, e um representante de cada equipe era chamado para resolver a equação sorteada no quadro. A equipe que resolvesse corretamente e com maior rapidez ganhava um ponto, sendo estimulada com pequenas recompensas (balas e pirulitos). Durante o jogo, observou-se grande envolvimento e entusiasmo por parte dos alunos, que participaram ativamente e demonstraram compreender melhor o conteúdo por meio da prática e da interação. Essa experiência

reforçou a importância das metodologias lúdicas no ensino da Matemática, pois, como afirma Luz (2019), a utilização de jogos matemáticos mostra-se capaz de estimular o aprendizado e tornar o conteúdo mais acessível e interessante para os estudantes.

2.2.4 Aula 04: Consolidação Criativa pela Paródia

Encerrando a sequência didática, a última aula foi dedicada à produção e gravação de uma paródia matemática sobre o conteúdo estudado. A proposta teve como objetivo consolidar o aprendizado de forma criativa e coletiva, permitindo que os estudantes expressassem seus conhecimentos por meio da música. A participação dos alunos foi espontânea e empolgante. O envolvimento foi tão significativo que a direção da escola decidiu registrar e publicar o vídeo nas redes sociais da instituição, valorizando o trabalho dos alunos e das pibidianas. A atividade da paródia demonstrou ser um instrumento relevante de fixação do conteúdo e também de socialização do aprendizado. A ludicidade revelou-se, assim, uma proposta metodológica capaz de integrar prazer e conhecimento, potencializando a aprendizagem de forma significativa (MARTINS, 2024).

3 ANÁLISE DE DADOS

Os resultados obtidos ao longo da sequência didática evidenciaram avanços significativos na compreensão e na motivação dos alunos. O quiz inicial permitiu identificar as dificuldades de base, enquanto as aulas teóricas e práticas possibilitaram o desenvolvimento gradual do raciocínio lógico e a superação dessas lacunas.

Nesse contexto, as atividades lúdicas, o jogo e a paródia, mostraram-se fundamentais para manter o engajamento, a atenção e o entusiasmo dos estudantes. Essa observação corrobora o que afirma Santos (2020), que o uso de material lúdico auxilia no ensino das equações do segundo grau, tornando o aprendizado mais interessante e estimulando a participação dos alunos. Tais experiências reforçam a importância de incorporar metodologias ativas e criativas ao ensino da Matemática, visto que a ludicidade se torna um meio pertinente de concretizar o aprendizado, estimulando o pensamento crítico e a autoconfiança. A aplicação da sequência didática permitiu, portanto, constatar que a combinação de diferentes metodologias contribui para uma aprendizagem mais significativa.

Além disso, o trabalho evidenciou o quanto o PIBID é um espaço formativo essencial para o desenvolvimento profissional dos futuros professores, pois proporciona a vivência real da sala de aula, a reflexão sobre a prática e a oportunidade de planejar intervenções pedagógicas com autonomia e criatividade.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização desta sequência didática proporcionou a nós, pibidianas, uma vivência significativa tanto no aspecto pedagógico quanto no pessoal e formativo. Ao planejar, aplicar e avaliar as atividades desenvolvidas com a turma do 8º ano, pudemos compreender mais profundamente os desafios e as potencialidades que envolvem o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente no conteúdo de equações do segundo grau incompletas.

Durante as etapas da sequência, foi possível observar o quanto o uso de metodologias diversificadas favorece o aprendizado. O quiz diagnóstico, a explicação teórica, as atividades práticas, o jogo da roleta e a produção da paródia se complementam de maneira harmônica, possibilitando que os alunos participassem de forma ativa, coletiva e criativa. Percebemos que, quando a ludicidade e a arte são incorporadas ao ensino, os estudantes demonstram maior interesse, engajamento e compreensão do conteúdo.

Enquanto futuras professoras, essa experiência também nos permitiu refletir sobre nossa prática docente, reconhecendo a importância do planejamento intencional, da escuta ativa e da flexibilidade diante das necessidades da turma. Enfrentamos desafios, como as dificuldades iniciais dos alunos com conceitos básicos de potenciação e radiciação, mas conseguimos superá-los por meio da mediação constante e do incentivo à participação coletiva.

O PIBID se mostrou um espaço de extrema relevância para nossa formação, pois nos proporcionou a oportunidade de vivenciar o cotidiano escolar, de interagir com os alunos e de desenvolver estratégias de ensino inovadoras e contextualizadas. Essa vivência reafirmou nossa vocação para a docência e o compromisso com uma educação pública de qualidade, que valorize o protagonismo estudantil e promova aprendizagens significativas.

Em síntese, concluímos que a experiência foi enriquecedora e transformadora. O contato direto com os alunos, a troca de saberes e o resultado positivo da sequência didática nos motivam a continuar

buscando práticas pedagógicas criativas, inclusivas e humanizadoras, que tornem o ensino da Matemática mais prazeroso e acessível para todos.

Referências

- [1] BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10 de Outubro de 2025.
- [2] D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.
- [3] LUNKES, D. C.; ZASTROW, R. M.; ZUCHELLO, L. B.; CORSO, A. C. **Atividades Lúdicas no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática**. Revista Contraponto, v. 22, n. 2, p. 87-98, 2022.
- [4] LUZ, T. M. C. da. **A utilização de jogos matemáticos no ensino e aprendizagem com equações do 2º grau**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual de Goiás, Goiás, 2019.
- [5] MARTINS, S. P. **Atividades Lúdicas em Sala de Aula no Ensino de Matemática**. Revista Avanços e Olhares, 2024.
- [6] MORAES, J. de L.; CHRISTOFOLETTI, R. de C. **O Ensino de Matemática à Luz de Vygotsky**. Revista Kiri-Kerê, v. 5, n. 1, p. 45-58, 2023.
- [7] SANTOS, J. B.; SILVA, C. P. B.; OLIVEIRA, M. F. **O lúdico no ensino da matemática: uma proposta para equações do segundo grau**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2020, Campina Grande. Anais.Campina Grande: Editora Realize, 2020. p. 1-12.
- [8] VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

RELATO DE EXPERIÊNCIA: A PRODUÇÃO AUDIOVISUAL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Marco Antonio Batista Costa, Raylan Silva e Silva, Caroline Luísa de Oliveira.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro

marcoantoniobatistacosta@gmail.com, raylansilvaesilva9@gmail.com, Carol.Luisa.ol@gmail.com

Resumo. O presente artigo tem como objetivo discorrer acerca de uma das atividades desenvolvidas durante o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), no subprojeto de Matemática da UFTM, realizada entre julho e setembro de 2025 com alunos do primeiro ano do Ensino Médio, na E.E. Gabriel Toti, no município de Uberaba, Minas Gerais. A experiência ocorreu no contexto da disciplina de Matemática e teve como foco “Modelos didáticos e produção audiovisual no ensino de Ciências e Matemática”, trabalhando o conteúdo de logaritmos. O intuito era explorar novas metodologias, fugindo do tradicional e deixando que os alunos fossem os protagonistas.

Palavras-chave: Sequência didática; PIBID; Produção audiovisual; Matemática.

Introdução

No presente artigo pretende-se apresentar um relato de experiência que visa tratar desde a observação de uma turma, o preparo de uma sequência de atividades e a regência destas atividades nas aulas de Matemática. A turma em referência consta de discentes do 1º ano do Ensino Médio, a Escola Estadual “Gabriel Toti”, localizada na cidade de Uberaba, Minas Gerais, sob a supervisão da professora Caroline, no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), entre os meses de julho e setembro de 2025.

O referido Programa tem como objetivo proporcionar a vivência do cotidiano em escolas da rede pública de Educação Básica no intuito de contribuir na formação de docentes em nível superior, buscando melhoria na qualidade da educação no país:

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) é uma iniciativa que integra a Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação e tem por finalidade fomentar a iniciação à docência, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior e para a melhoria de qualidade da Educação Básica pública brasileira. (Ministério da Educação, 2024).

No PIBID temos a oportunidade de discutir novas metodologias e entender melhor qual o nosso papel dentro da sala de aula e o impacto que podemos causar nos estudantes. Por isso buscamos realizar reuniões e entender a realidade de cada escola parceira e como lidar com contratemplos que surgem dentro da sala de aula.

Além disso, essa experiência tem sido muito importante para a construção da identidade docente, pois permite que os bolsistas façam a ligação entre o que aprendem na universidade e o que vivenciam em sala de aula. O contato direto com os alunos e com o dia a dia da escola ajuda a compreender melhor as diferentes realidades da educação pública e a desenvolver uma visão mais crítica, sensível e consciente sobre o papel do professor.

Por fim, este relato tem o objetivo de compartilhar as experiências e aprendizados vividos durante essa caminhada, mostrando como o PIBID contribui tanto para a formação de futuros professores quanto para o aprendizado dos estudantes. Acredita-se que dividir essas vivências ajuda a refletir sobre a prática docente e reforça a importância do professor na construção de uma educação mais humana e transformadora.

Metodologia

Primeiramente foram oferecidas três oficinas para o desenvolvimento de novos processos de ensino e de aprendizagem em colaboração com os alunos dos cursos de Ciências Biológicas, Física e Química do ICENE/UFTM que também participam do PIBID. O núcleo “Gabriel Toti” participou da oficina “Modelos Didáticos e Produção Audiovisual no ensino de Ciências e Matemática”. O objetivo era trabalhar a criação de um vídeo curto explicando algo relacionado a área do subprojeto que participamos. Em seguida, foi proposto usar essa abordagem com os alunos do 1º ano do Ensino Médio, no qual eles deveriam roteirizar, explicar e gravar um vídeo explicando o conteúdo de Logaritmos. Escolhemos esse conteúdo pois estava sendo introduzido a turma e percebemos uma certa dificuldade na compreensão durante as aulas.

Durante o processo de elaboração da nossa sequência didática, percebemos o quanto era necessário o cuidado para equilibrar a parte teórica do conteúdo e definir quais seriam os próximos passos que os alunos deveriam dar a partir daquele momento. Levando em consideração que grande parte dos alunos usam as redes sociais para entretenimento, decidimos que o vídeo teria a duração que a plataforma que eles mais acessam.

O audiovisual se mostra, sem dúvida, como um recurso pedagógico importante, que necessita do professor para arquitetar uma estratégia à altura da sociedade e suas transformações (CASTRO; PEREIRA; LUINDIA, 2011).

Nossa sequência teve como objetivos: Identificar e compreender as principais propriedades dos logaritmos, aplicar corretamente cada uma das propriedades, estimular o trabalho colaborativo e o pensamento criativo, desenvolver a capacidade de comunicação matemática através da elaboração de roteiros e da gravação de vídeos curtos e didáticos e valorizar diferentes formas de representação e linguagem matemática no processo de aprendizagem.

Iniciamos colocando um logaritmo na lousa e perguntando aos alunos se conheciam e o que sabiam sobre. Todos relataram que já tinham conhecimento, mas havia dificuldade na compreensão acerca da estrutura e alguns elementos que o compõem. A partir desse ponto, fizemos algumas explicações diretas sobre as propriedades dos logaritmos, sempre reforçando cada exemplo dado a fim de sanar toda e qualquer dúvida naquele momento. Em seguida foram realizados quatro exercícios de fixação para que eles resolvessem sozinhos e promover um diálogo sobre como chegaram aos resultados.

A classe foi dividida em quatro grupos com cinco integrantes, para que cada um tivesse que roteirizar a explicação de uma das propriedades, de forma curta e objetiva, utilizando linguagem acessível e a criatividade. De acordo com MORÁN (1995) “Os alunos gostam de fazer vídeo e a escola precisa incentivar o máximo possível a produção de pesquisas em vídeo pelos alunos” e a produção do seu próprio conteúdo tornou a dinâmica mais interessante para elas. Após cada explicação, era feita uma pausa para que todos pudessem dialogar sobre a apresentação dos colegas e, caso necessário, a gravação era refeita com as colocações que foram realizadas.

A avaliação se deu através da participação, envolvimento nas atividades em sala de aula e a produção do material audiovisual, levando em consideração os exemplos que eles propuseram, a participação com ideias de abordagem e a criatividade.

Análise de Dados

A aplicação da sequência didática sobre logaritmos mostrou resultados positivos quanto à participação e ao envolvimento dos alunos. Desde o início das aulas, foi possível perceber um aumento no interesse pelo conteúdo, principalmente quando os estudantes compreenderam que teriam autonomia para criar e apresentar seus próprios vídeos explicativos. Essa proposta despertou curiosidade e entusiasmo, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e colaborativo.

Durante as atividades, observou-se que muitos alunos apresentavam dificuldade em compreender a estrutura dos logaritmos, mas, à medida que passaram a discutir e explicar o conteúdo entre si, essas dúvidas foram sendo sanadas de forma natural. O trabalho em grupo favoreceu a troca de ideias e a consolidação do conhecimento, além de estimular a comunicação e a criatividade dos estudantes.

Outro ponto relevante foi a melhora na postura dos alunos em relação ao aprendizado. Notou-se maior disposição em participar das aulas, expor dúvidas e contribuir com os colegas. A gravação dos vídeos também permitiu que os estudantes desenvolvessem habilidades de organização, roteiro e fala, aspectos muitas vezes pouco explorados nas aulas tradicionais de Matemática.

O papel do professor, nesse contexto, passou a ser o de mediador do processo, orientando e incentivando os grupos sem interferir diretamente nas decisões criativas. Essa mudança de perspectiva contribuiu para um ambiente de aprendizagem mais leve e participativo, em que o erro passou a ser visto como parte do processo e não como algo negativo.

De forma geral, os resultados demonstraram que o uso de metodologias ativas, como a produção audiovisual, favorece o aprendizado e o engajamento dos alunos, além de aproximar a Matemática da realidade dos jovens. A experiência também reforçou a importância do planejamento e da reflexão docente, mostrando como práticas inovadoras podem transformar a dinâmica da sala de aula e tornar melhor a compreensão do conteúdo.

Conclusão

Mesmo com resultados positivos, percebemos que nem todos os alunos conseguiram acompanhar o conteúdo no mesmo ritmo, o que nos levou a buscar novas formas de abordagem para facilitar a compreensão. Em alguns momentos, foi desafiador manter a atenção de toda a turma, especialmente na transição entre a explicação e os exercícios individuais. Alguns grupos também demonstraram maior dependência da nossa intervenção do que o esperado, o que nos fez refletir sobre a importância de oferecer orientações mais claras e objetivas no início das atividades.

Outro ponto que reforçou a relevância do PIBID foi o fato de os alunos terem realizado a avaliação bimestral pouco antes da aplicação da nossa sequência didática. Isso nos mostrou por onde deveríamos iniciar a intervenção e quais dificuldades precisavam ser trabalhadas com mais atenção.

De modo geral, a experiência tem sido muito enriquecedora para nossa formação. Esperamos continuar contribuindo com a escola parceira e com os alunos que cruzarem nossos caminhos durante esse processo de aprendizado e troca.

Referências

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. **Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES**. Portaria nº 90/2024, de 21 de junho de 2024. Brasília, 2024.
- [2] CASTRO, M.; PEREIRA, A.; LUINDIA, L. **Cinema como ferramenta de ensino: Entretenimento e fruição, por um cinema inteligente**. X Congresso de Ciências da Comunicação na Região Norte, 2011.
- [3] MORÁN, José Manuel. **O vídeo na sala de aula. Comunicação e Educação**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 27-35, jan./abr. 1995.



Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática



XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025

INCLUSÃO PARA ALÉM DA NORMALIDADE: ENCONTROS ENTRE DIFERENÇAS E A PRÁXIS DOCENTE

**Danyelle Cristina Caixeta Lopes Almeida, Kátia de Cássia Silva Alves, Mára Gennari Mariano
Carvalho, Ana Luíza Muniz Corrêa**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

*d202510370@email.com, katiala@outlook.com.br, d202510369@uftm.edu.br,
d202011068@uftm.edu.br*

Resumo. Este estudo tem como objetivo analisar os fundamentos históricos, teóricos e críticos da Educação Inclusiva, considerando os desafios para sua efetivação nas dinâmicas escolares, a formação dos educadores e a desconstrução de narrativas que promovem a normalização em relação à deficiência. A discussão está embasada em documentos que apresentam diretrizes para a Educação Inclusiva, como a Constituição Federal (1988), Declaração Mundial sobre Educação para Todos (1990), Declaração de Salamanca (1994) e a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (2015). A metodologia empregada consiste em uma investigação bibliográfica de natureza crítica e conceitual a partir das perspectivas dos autores Skovsmose, Mantoan, Marcone e Pletsch. A partir das reflexões, afirma-se a necessidade do sistema educacional buscar transformações pedagógicas e estruturais, tornando a inclusão um compromisso social e ético a fim de que todos os estudantes, com ou sem deficiência, possam progredir e aprender em um ambiente que reconheça e valorize suas diferenças. Compreende-se que superar resistências institucionais por meio de práticas pedagógicas que garantam o aprendizado e a participação de todos é o caminho contínuo da Educação Inclusiva para alcançar uma sociedade mais humanizada e equitativa.

Palavras-chave: Educação Inclusiva; Formação Docente; Deficiencialismo; Diversidade.

1 Introdução

Baseada em preceitos essenciais como a igualdade de oportunidades, o respeito às individualidades, a valorização da diversidade e a garantia do direito à educação para todos os indivíduos, a Educação Inclusiva, alinhada às diretrizes da Declaração de Salamanca (1994), assume um compromisso com a justiça social e o pleno desenvolvimento humano, assegurando o acesso ao ensino de qualidade para todos, independentemente de suas condições ou características.

Apresentamos os marcos iniciais da Educação Inclusiva, que estabelecem as diretrizes para a inclusão nos sistemas regulares de ensino de todas as pessoas, sendo elas a Constituição Federal (1988), Declaração Mundial sobre Educação para Todos (1990), a Declaração de Salamanca (1994) e a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (2015). Para contribuir com a temática e fornecer visões críticas acerca dos desafios e das potencialidades na construção de ambientes educacionais inclusivos, consideramos os autores Skovsmose (2019), Mantoan (2006), Marcone (2018) e Pletsch (2009).

O texto tem como propósito analisar os fundamentos históricos, teóricos e críticos da Educação Inclusiva, com foco nos obstáculos para sua efetivação nas dinâmicas escolares, enfatizando a formação dos educadores e a desconstrução de narrativas que promovem a normalização em relação à deficiência. A fim de que todos os estudantes, com ou sem deficiência, possam progredir e aprender em um ambiente que reconheça e valorize suas diferenças.

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, fundamentada em referenciais teóricos que discutem a Educação Inclusiva sob uma perspectiva crítica.

Para Gil (2002, p.44), a pesquisa bibliográfica “[...] é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Logo, a pesquisa bibliográfica foi desenvolvida por meio da análise de artigos científicos e documentos oficiais que abordam a temática da Inclusão na educação.

A coleta de dados ocorreu através do levantamento e leitura crítica de materiais bibliográficos disponíveis em bases digitais, selecionados a partir de sua relevância teórica para o tema proposto. O processo de análise foi conduzido a partir de uma interpretação crítica e comparativa das ideias apresentadas pelos autores.

Desta forma, a presente pesquisa tem como objetivo compreender, a partir de diferentes autores, os desafios e possibilidades na construção de práticas educacionais inclusivas, analisando conceitos como diversidade, formação docente e *deficiencialismo*.

2 Desenvolvimento

2.1 Referencial teórico

Em um breve resgate histórico, temos como marcos iniciais da Educação Inclusiva algumas declarações fundamentais. A Declaração Mundial sobre Educação para Todos (UNESCO, 1990)

reconhece a educação como um direito essencial de todos, independentemente de idade ou gênero, sendo um elemento indispensável para o desenvolvimento social, econômico e cultural. O documento destaca a necessidade de promover a equidade e universalizar o acesso à educação, aprimorando sua qualidade e reduzindo as desigualdades, de modo a superar as divergências educacionais e evitar a discriminação de grupos historicamente excluídos. Além disso, ressalta que as necessidades básicas de aprendizagem das pessoas com deficiência devem receber atenção especial, por meio de ações que assegurem a igualdade de oportunidades.

Posteriormente, a Declaração de Salamanca (Brasil, 1994) vem com objetivo de promover a inclusão de crianças, jovens e adultos com Necessidades Educacionais Especiais (NEE) no sistema regular de ensino, estabelecendo princípios, políticas e práticas voltadas à Educação Inclusiva. O documento afirma que toda criança possui características, interesses, desejos, habilidades e necessidades únicas, e que todas têm direito fundamental à educação.

Em 2015, com a promulgação da Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (LBI, Lei nº 13.146), foi consolidada a transição de um paradigma médico-assistencialista para um modelo social de direitos humanos. No âmbito educacional, essa mudança é materializada no artigo 27, que define a educação como um direito inalienável e estabelece a obrigatoriedade de um sistema educacional inclusivo em todos os níveis de ensino, impondo uma profunda reconfiguração de todo o sistema educacional, da infraestrutura às concepções pedagógicas e, também, convocando a responsabilidade conjunta do estado, da família e da sociedade para garantir o máximo desenvolvimento e o respeito aos direitos humanos de todos estudantes.

Ao considerar a valorização das diferenças, compreendemos a Educação Inclusiva, pautada nos fundamentos da Educação Matemática Crítica, de Skovsmose (2019, p. 25), como “uma educação que tenta ir além das diferenças e não como uma educação que tenta incluir os deficientes na normalidade”, isto é, uma educação que promova o encontro entre as diferenças. O autor destaca que a diferença é a principal condição humana, e que a sociedade é marcada por uma multiplicidade de diferenças, sejam elas de aparência, opinião, interesse ou capacidade.

Para Skovsmose (2019), os encontros entre diferenças buscam construir igualdade, podem se configurar como processos de investigação coletiva e são, por natureza, imprevisíveis. Esses encontros possibilitam que todos aprendam juntos, sem distinções nas atividades propostas, compartilhando experiências em um processo de aprendizagem coletiva.

Dessa forma, reconhecemos a importância de valorizar as diferenças como um pilar para a consolidação de uma Educação Inclusiva. Ressalta-se que a universalização do acesso, aliada a uma prática que valoriza o potencial de cada estudante, pode promover uma educação para todos, de forma coletiva. Com os embasamentos de Skovsmose (2019), percebemos a riqueza que os encontros entre diferenças promovem, destacando a diversidade em todos os campos, respeitando e potencializando as diferenças, e garantindo, assim, que todos os estudantes possam participar de um ambiente escolar, buscando a igualdade.

2.2 Análise de dados

2.2.1 A Transição paradigmática e os entraves da inclusão

Os obstáculos quanto à efetivação da Educação Inclusiva são multifacetados e abrangem esferas diversas. Mantoan (2006) aponta como desafio prioritário a ruptura com modelos paradigmáticos que estabelecem distinções entre os conceitos de integração e inclusão. Conforme a autora, a integração busca acomodar o aluno em uma estrutura educacional existente, enquanto a Inclusão propõe uma inserção escolar de caráter radical, estrutural e sistemático, na qual todos os estudantes, sem exceção, devem estar nas salas de aula regulares (Mantoan, 2006). Essa diferença consiste na adequação da instituição de ensino para aceitar a diversidade, exigindo uma redefinição integral do modelo pedagógico.

Mantoan (2006) também enfatiza a resistência manifestada pelos professores que se sentem despreparados para lidar com a diversidade e também pelos pais que temem um declínio na qualidade do ensino em razão da inclusão. Além disso, a autora critica a persistência de uma lógica que segmenta a realidade e que permite a classificação dos estudantes em “normais” e “deficientes”. Essa categorização simplifica de forma errônea a complexidade humana, sendo uma justificativa para a manutenção de sistemas escolares que segregam e excluem. Essa visão, estabelecida em um pensamento formalista e mecanicista, negligencia a subjetividade e a criatividade dos indivíduos, contribuindo para a exclusão e restringindo o potencial de desenvolvimento de cada um.

Outro entrave é visto na dificuldade do sistema educacional em se adaptar. Embora a Constituição Federal de 1988 assegure o direito à educação para todos, as práticas escolares frequentemente não acompanham tais avanços. Mantoan (2006) critica a inaptidão da escola para se reinventar, mantendo-se presa a um modelo tradicional que, em vez de promover o desenvolvimento e a autonomia, estimula a exclusão e ignora a construção autônoma do saber.

A reorganização estrutural das unidades escolares é essencial para essa transformação. Mantoan aponta o Projeto Político-Pedagógico (PPP) como o veículo para orientar as modificações, estimulando o diálogo, a cooperação, a solidariedade e o espírito crítico na comunidade escolar.

2.2.2 Formação docente no cenário inclusivo

A Constituição Federal de 1988 estabelece que a educação é um direito de todos e um dever do Estado, visando o pleno desenvolvimento da pessoa e à sua qualificação para o trabalho (Brasil, 1988, Art. 205). Especificamente, a lei assegura o "atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino" (Brasil, 1988, Art. 208, III).

Apesar do respaldo constitucional, a concretização de uma Educação Inclusiva enfrenta desafios, sendo um dos principais a formação dos professores.

Atualmente, a formação inicial em licenciatura não capacita adequadamente os docentes para trabalhar os conteúdos curriculares de forma acessível e democrática para todos os públicos. Nessa perspectiva, a Proposta de Diretrizes para a Formação de Professores da Educação Básica em Cursos de Nível Superior (MEC, 2000), no campo Formação de Professores, aponta para uma revisão urgente do processo de formação inicial de professores, de modo a superar problemas em nível institucional e no campo curricular.

Pletsch (2009) critica que o modelo tradicional de formação de professores e agentes educacionais no Brasil é inadequado para responder às demandas da inclusão. Conforme a autora (p. 150), “dentre os cursos de Pedagogia e de Pedagogia com habilitação em Educação Especial, são poucos que oferecem disciplinas e conteúdos focados na educação de pessoas com necessidades especiais”. Refletindo assim uma carência que persiste apesar da exigência legal contida no Decreto n.º 3298, de 1999.

Consequentemente, muitos professores iniciantes chegam aos ambientes escolares carecendo de informações elementares sobre as diversas deficiências, transtornos, síndromes ou condições que seus alunos possam apresentar, as quais exigem atenção diferenciada para a construção de um trabalho educacional efetivo.

Pletsch (2009) sugere que o professor seja formado de forma a colocar o saber em movimento, transformando o que se aprendeu em capacidade de agir e resolver problemas no mundo real, integrando teoria e prática de forma dinâmica.

Ressalta-se, contudo, que a formação para os professores da Inclusão deve partir de um esforço coletivo, envolvendo docentes de diferentes áreas, coordenadores pedagógicos, profissionais do Atendimento Educacional Especializado (AEE), familiares e outros profissionais de apoio. Nessa perspectiva, além da reformulação das formações iniciais, é imprescindível a formação continuada constante em temas de Educação Inclusiva. Tais capacitações devem visar não apenas à qualificação, mas também consolidar o conhecimento a respeito de uma educação democrática, inclusiva e sensível às necessidades dos alunos.

2.2.3 O Deficiencialismo: crítica às estruturas de dominação e normalização

Marcone (2018) propõe uma crítica às concepções tradicionais sobre deficiência, revelando como estas reforçam estereótipos e simplificações que desconsideram a complexidade dos sujeitos. Apoiado em estudos pós-coloniais, especialmente nos escritos de Edward Said, o autor traça um paralelo entre a lógica colonizador-colonizado e a relação de poder entre pessoas sem deficiência (normais) e aquelas com deficiência (anormais).

Marcone conceitua o “*Deficiencialismo*” como um sistema de normalização simbólica, sustentado por instituições e discursos hegemônicos que moldam representações sobre a deficiência a partir de códigos culturais, convenções e tradições. Assim como no processo colonial, essas estruturas impõem uma visão dominante que interpreta a deficiência como “falta” ou “perda” diante de um ideal normativo.

O autor propõe uma mudança de perspectiva, propondo a filosofia de Heidegger para repensar o ser humano não como algo fixo, mas como “devir”, um ser em constante processo de transformação e autoconstrução. Quando aplicada ao campo educacional, essa concepção abre espaço para enxergar o estudante com deficiência como sujeito múltiplo, dinâmico, e não como alguém definido apenas por sua condição.

Nesse cenário, ganha destaque o papel do intelectual pós-deficiencialista. Para Marcone, esse intelectual não deve assumir o lugar de porta-voz das pessoas com deficiência, mas sim contribuir para a criação de espaços onde elas mesmas possam narrar suas experiências, disputar sentidos e participar ativamente da construção de uma educação mais inclusiva. Trata-se de reescrever as narrativas a partir do ponto de vista do “colonizado”, rompendo com os discursos que os silenciaram por tanto tempo.

3 Conclusão

A Educação Inclusiva representa um compromisso ético e social para o desenvolvimento humano. A análise dos marcos históricos e das contribuições teóricas demonstra que a Inclusão é um processo que questiona os paradigmas tradicionais e demanda transformações pedagógicas e estruturais no sistema educacional. O enfrentamento dessas questões é indispensável para construir um ambiente escolar que, de fato, valorize e respeite a diversidade, assegurando que todos os estudantes tenham a chance de se desenvolver e aprender.

Nessa perspectiva, fomentar uma Educação Inclusiva implica também superar resistências institucionais e históricas, construindo, na rotina escolar, práticas pedagógicas que garantam a participação efetiva, o desenvolvimento e a aprendizagem de todos. Portanto, a inclusão é mais do que uma meta final, é um caminho contínuo para alcançar uma sociedade mais humanizada e equitativa.

Referências

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. **Declaração de Salamanca: Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais**, 1994.
- [2] BRASIL. **Constituição (1988)**. *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, DF: Senado Federal, 1988. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 24 maio 2025.
- [3] BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Proposta de Diretrizes para a formação inicial de professores da educação básica, em cursos de nível superior**. Brasília, 2000.
- [4] GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo, SP: Atlas, 2002
- [5] MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Inclusão Escolar: O que é? Por quê? Como Fazer?**. São Paulo: Moderna, 2006.
- [6] MARCONE, Renato. **Desconstruindo narrativas normalizadoras**. Editora Mercado de Letras, 2018.
- [7] PLETSCHE, Márcia Denise. **A formação de professores para a educação inclusiva: legislação, diretrizes políticas e resultados de pesquisas**. Educar, Curitiba, n. 33, p. 143–156, 2009. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/er/a/VNnyNh5dLGQBRR76Hc9dHqQ/?lang=pt>>. Acesso em: 24 mai. 2025.
- [8] SKOVSMOSE, Ole. **Inclusões, encontros e cenários**. Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 24, n. 64, p. 16-32, set./dez. 2019.
- [9] UNESCO. **Declaração Mundial sobre Educação para Todos: Satisfação das Necessidades Básicas de Aprendizagem**, 1990



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

Metodologias Ativas e Gamificação no Ensino de Equações do 2º Grau: uma experiência do PIBID de Matemática

**Maria Eduarda Ferreira Rios Consolete, Joaquim Vieira Guimarães da Silva, Ana Luisa Silva
Oliva.**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade
Federal do Triângulo Mineiro.

d202311235@uftm.edu.br, joaquimvieira677@gmail.com, d202310415@uftm.edu.br

Resumo. Este trabalho relata e analisa a experiência de aplicação de uma sequência didática baseada em metodologias ativas para o ensino de equações do segundo grau incompletas em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. A intervenção, realizada no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), ocorreu na Escola Estadual Gabriel Toti, em Uberaba-MG. A sequência foi estruturada em três momentos principais: diagnóstico via quiz, prática lúdica com um jogo de roleta e avaliação criativa por meio da produção de uma paródia. Apresentamos uma discussão sobre o impacto dessas estratégias no engajamento dos alunos e na aprendizagem de um conteúdo tradicionalmente abstrato, sob a perspectiva dos bolsistas. Os resultados indicam que a abordagem lúdica promoveu um ambiente de aula mais participativo e colaborativo. Conclui-se que a experiência reforça o potencial das metodologias ativas para enfrentar os desafios do ensino da matemática na educação básica.

Palavras-chave: Gamificação; Metodologias Ativas; Ensino de Matemática; Equação do Segundo Grau.

Introdução

O ensino da Matemática na educação básica frequentemente encontra barreiras, especialmente quando se abordam temas mais abstratos como as equações. Na Escola Estadual Gabriel Toti, campo desta

pesquisa, o Projeto Político Pedagógico (PPP) aponta que o desempenho discente em Matemática "ainda não atende as nossas expectativas" e que o "fracasso escolar é sempre motivo de muita discussão na escola, pois reflete a dificuldade do estabelecimento de métodos e estratégias de ensino eficazes que atendam a todos". Dados da própria escola reforçam esse desafio, indicando baixíssimos índices de acerto em habilidades relacionadas a equações, com apenas 13,33% de proficiência em "Determinar o conjunto solução de uma equação do 2º grau" de acordo com o Regimento Escolar da Escola Estadual Gabriel Toti (2024). Diante desse cenário desafiador, as metodologias ativas, com destaque para a gamificação, surgem como alternativas capazes de tornar o aprendizado mais dinâmico e participativo. Elas propõem colocar o aluno como protagonista de seu aprendizado, utilizando a lógica dos jogos para promover o engajamento, a colaboração e a resolução de problemas.

Este relato tem como objetivo, portanto, relatar e analisar, sob o ponto de vista dos bolsistas de iniciação à docência, a aplicação de uma sequência didática gamificada, concebida para enfrentar as dificuldades supracitadas no contexto de uma turma de 8º ano da referida escola. Esta intervenção é fruto de uma Oficina de Sequências Didáticas realizada no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). A sequência didática foi aplicada por três professores (bolsistas do PIBID), que atuaram como professores protagonistas e professores auxiliares, o que possibilitou uma atenção individualizada e a manutenção do ritmo da aula. Nosso foco era ir além da aula tradicional, criando um processo de aprendizagem que fosse prático, colaborativo e, acima de tudo, significativo para os alunos. A sequência foi dividida em quatro etapas principais: Quiz (sondagem inicial), Formalização do Conteúdo (apresentação teórica e prática guiada), Jogo de Resolução de Equações (gamificação) e Paródia Musical (produção criativa final).

.

1. Referencial Teórico

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) configura-se como um elemento fundamental para a formação inicial de professores, proporcionando a imersão na prática docente. A experiência de passar de apenas observador para quem conduz a aula é sempre uma experiência enriquecedora. Essa vivência permite que os futuros professores possam errar, acertar e, acima de tudo, aprender a construir uma prática pedagógica mais consciente, crítica e humana. No contexto da formação, o PIBID atua como uma ponte que liga a teoria acadêmica à realidade da sala de aula. É neste ambiente supervisionado, e em colaboração com os professores da escola-campo, que se torna possível planejar, aplicar e refletir sobre metodologias ativas e estratégias de ensino, como a que foi desenvolvida nesta

sequência didática. A oportunidade de atuar em equipe com um professor protagonista e outros auxiliares ativos reforça a importância da colaboração e da escuta pedagógica na construção de um plano de aula mais robusto e eficaz.

A elaboração e aplicação desta intervenção pedagógica basearam-se no conceito de Sequência Didática (SD), que, conforme Zabala (1998), é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de um objetivo educacional específico, garantindo a progressão e o aprofundamento do aprendizado. Nossa SD foi intencionalmente desenhada para culminar na autonomia do aluno, integrando a sondagem, a formalização, a prática lúdica e a produção criativa. Central a esta estrutura estão as Metodologias Ativas, que rompem com o modelo tradicional de ensino centrado no professor, buscando o protagonismo e a autonomia do aluno no processo de construção do conhecimento. No ensino de Matemática, essa abordagem é crucial, pois exige que o estudante não seja apenas um receptor de fórmulas, mas sim um agente capaz de resolver problemas, pensar criticamente e justificar suas soluções. A aplicação do jogo e da paródia, por exemplo, move o foco da simples transmissão de conteúdo para a aplicação prática e criativa do conceito de equações do 2º grau incompletas, tornando o aprendizado mais engajador e duradouro. A produção do vídeo de paródia, especificamente, permite avaliar a capacidade de síntese, criatividade e colaboração do grupo.

A gamificação, utilizada no contexto da sequência com o *Jogo de Resolução de Equações*, não se limita ao uso de jogos, mas à aplicação de suas lógicas, estéticas e mecânicas no contexto educacional. Segundo Fardo (2013), a gamificação constitui uma estratégia pedagógica que busca utilizar elementos dos jogos para criar experiências de aprendizagem mais envolventes, promovendo motivação e participação ativa dos alunos. Para Alves (2015), esse recurso pode ser entendido como uma metodologia que ressignifica as práticas de ensino ao estimular o engajamento, a cooperação e o protagonismo discente. Em turmas que demonstram apatia ou resistência à participação, como a turma em questão, essa lógica atua como um catalisador. A competição saudável entre os times, o sistema de pontuação e as “rodadas bomba” criam um senso de desafio e pertencimento que estimula a participação ativa. A experiência de envolver o aluno mais resistente, que demonstrou superação ao se dispor a ir ao quadro, é a prova concreta de que a gamificação cumpre seu papel de quebrar a barreira da apatia, diminuir a ansiedade e criar um ambiente seguro onde a aprendizagem se torna dinâmica, cooperativa e divertida. O jogo transforma o ato de resolver equações de uma tarefa mecânica em uma missão coletiva. A gamificação é reconhecida por estabelecer uma “interlocução diferenciada” com os alunos, tornando o aprendizado mais atraente e produtivo (SANTOS; SILVA, 2018).

2. Metodologia

O planejamento da sequência didática foi desenvolvido de forma colaborativa pelos bolsistas do PIBID durante os encontros de planejamento, com acompanhamento da professora supervisora Caroline Luisa. O processo se iniciou a partir de uma análise das principais dificuldades observadas nas turmas do 8º ano durante as visitas anteriores, especialmente no que se refere à compreensão de equações e à falta de engajamento nas aulas tradicionais e o seu perfil mais apático. Tendo como referência a oficina “Modelos Didáticos e Produção Audiovisual no Ensino de Ciências e Matemática”, realizada em abril, o grupo elaborou o planejamento da sequência didática seguindo as orientações propostas durante essa oficina. A metodologia foi previamente definida a partir dessa oficina, que tinha como objetivo incentivar o uso de recursos audiovisuais e materiais didáticos manipuláveis como ferramentas de apoio ao ensino. Assim, buscamos integrar esses elementos ao planejamento, tornando o aprendizado mais dinâmico, visual e próximo da realidade dos alunos. O planejamento foi elaborado em etapas: primeiro, definiu-se o tema central (“Equações do 2º grau incompletas”) e os objetivos de aprendizagem; em seguida, organizou-se a sequência em momentos progressivos (diagnóstico, formalização, prática lúdica e produção criativa), garantindo coerência entre teoria e prática. Conforme Zabala (1998), a sequência didática deve promover a progressão das aprendizagens, partindo do diagnóstico dos conhecimentos prévios até a aplicação criativa dos conteúdos. Assim, cada etapa, diagnóstico, formalização, prática lúdica e produção criativa, contribui para que o aluno avance de forma significativa e construtiva no processo de aprendizagem. Cada bolsista ficou responsável por uma parte do plano, desde a criação dos materiais até o desenvolvimento das atividades, de modo que o planejamento refletisse um trabalho conjunto, construído com base na troca de ideias, reflexão e alinhamento com as orientações da supervisora e do núcleo do PIBID. O primeiro momento da aplicação consistiu na realização de um *quiz* (Sondagem Inicial), com o propósito de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos sobre potenciação e raiz quadrada. Essa atividade foi realizada em duplas, permitindo aos bolsistas compreender o nível de domínio da turma e, assim, ajustar a abordagem nas etapas seguintes. Em seguida, deu-se a Formalização do Conteúdo, momento em que foi introduzido o tema central da sequência: o início do estudo das equações do 2º grau incompletas. Nessa etapa, os alunos aprenderam o procedimento de resolução dessas equações e resolveram exemplos práticos

que envolviam cálculos de áreas de figuras planas, como retângulos e quadrados, de modo a relacionar o conteúdo matemático a situações concretas do cotidiano. Nesta etapa, utilizou-se materiais como marcadores coloridos, quadro branco, folhas de exemplos que foram impressas para essa aula como forma de auxiliar a visualização dos alunos.

Para consolidar o aprendizado de forma lúdica, foi aplicado o Jogo de Resolução de Equações, intitulado "Roleta das Equações". A dinâmica se deu no formato de competição entre dois grandes times (Grupo 01 vs. Grupo 2), onde a mecânica envolvia a roleta para sortear equações e a resolução no quadro por representantes de cada equipe. Para garantir uma competição justa e o engajamento de todos os níveis de aprendizado, a formação dos grupos foi baseada em um diagnóstico prévio. A pontuação era simples (1 ponto para acerto) e, em 'rodadas bomba' estratégicas, a perda de 1 ponto em caso de erro. Essa estratégia configura-se como uma forma de gamificação, uma vez que utiliza elementos típicos dos jogos, como desafios, recompensas e competição para promover o engajamento, a motivação e a mudança de comportamento dos estudantes. Conforme Alves (2015), a gamificação no contexto educacional busca criar experiências de aprendizagem mais significativas e prazerosas, aproximando o aluno do conhecimento por meio de dinâmicas interativas e desafiadoras. A culminância do projeto foi a Produção e Gravação da Paródia musical pela turma em conjunto, utilizando o ritmo de funk. O objetivo era que os alunos adaptassem a letra de uma música conhecida para explicar a resolução das equações incompletas ($ax^2=b$). Essa atividade promoveu a alfabetização midiática, a fluência tecnológico-pedagógica e se tornou uma ferramenta de síntese, colocando os alunos no papel de autores do próprio conhecimento.

3. Resultados e Discussões

A aplicação da sequência didática na turma do 8º ano regular foi marcada por um resultado positivo, principalmente na transição de uma postura passiva para uma participação ativa. As escolhas metodológicas intencionais para uma turma "mais apática e quieta" mostraram-se eficazes, superando o obstáculo inicial da apatia e promovendo maior engajamento. A primeira parte, o Quiz, demonstrou que a defasagem de conhecimento dos alunos é grande. Questões básicas sobre pré-requisitos, como "qual é a raiz quadrada de 100?" tornaram-se obstáculos para muitos, exigindo mais tempo para o resgate do conteúdo. Na etapa de Formalização, embora os alunos parecessem entender razoavelmente bem no início, com o avanço do conteúdo surgiram dúvidas. Os bolsistas notaram que, mesmo perguntando, muitos alunos diziam que não tinham dificuldades, mas a compreensão era visivelmente melhor quando resolviam

os exemplos e exercícios juntos. Isso reforça a necessidade de uma supervisão ativa e de uma prática imediata após a exposição teórica.

O Jogo da Roleta foi extremamente bem recebido. O clima de competição saudável motivou até os alunos mais tímidos a se arriscarem no quadro. Um ponto marcante dessa atividade foi a participação de um aluno que geralmente demonstra resistência a ir ao quadro ou participar de atividades diferentes. Acredita-se que o ambiente de jogo e o suporte do grupo o encorajaram a participar, demonstrando o potencial da gamificação para superar barreiras e envolver os estudantes mais quietos. A Paródia Musical também surpreendeu positivamente. Houve uma apreensão inicial sobre a recepção, por se tratar de adolescentes que poderiam se sentir envergonhados, mas o oposto ocorreu: muitos se voluntariaram e até pediram para gravar novamente. Essa atividade revelou-se uma ferramenta de avaliação muito mais rica do que uma prova tradicional, pois exigiu que os alunos sintetizassem, discutissem e negociassem significados para transformar o conteúdo em arte e criarem a letra.

4. Considerações Finais

A aplicação desta sequência didática evidenciou o potencial das Metodologias Ativas no ensino de Matemática, ao integrar a formalização teórica com o engajamento lúdico e a produção criativa dos alunos. A abordagem, intencionalmente desenhada para ser multifacetada, combinou a formalização teórica com o engajamento lúdico (Gamificação) e a produção criativa (Paródia). Evidenciamos que essa combinação não apenas tornou o aprendizado de equações do tipo $ax^2=b$ significativamente mais eficaz, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades essenciais que transcendem o conteúdo, como a colaboração, o raciocínio lógico e a capacidade de síntese e expressão criativa. Para os bolsistas envolvidos, esta experiência se configurou como um divisor de águas na formação docente. A vivência reforçou que o planejamento pedagógico, embora crucial, só adquire sua verdadeira relevância na interação autêntica com os alunos. O processo de atuar como professor protagonista e auxiliar ativo, em um ambiente de colaboração mútua, potencializou a práxis docente. Ao proporcionar essa imersão, o PIBID cumpre seu papel de facilitar a reflexão crítica sobre as próprias estratégias. Os ajustes e aprimoramentos identificados relativos ao manejo de tempo, à dinâmica de grupos e ao refinamento das "rodadas bomba" não são vistos como falhas, mas sim como insumos valiosos que garantirão a construção contínua de uma prática pedagógica mais consciente, crítica e humana, alinhada às demandas e ao perfil da juventude atual. Em síntese, a intervenção provou ser um sucesso tanto no aprendizado dos alunos quanto na consolidação da identidade docente dos(as) futuros(as) professores(as).

Referências

- [1] BIANCO, A. A. G.; ARROIO, A. **Metodologia 6a: uma proposta para a produção audiovisual por professores de ciências da natureza**. *Revista EDaPECI*, v. 24, n. 3, p. 103-115, set./dez. 2024.
- [2] CARIBÉ DE OLIVEIRA, A. **Gamificação na Educação**. *Obra Digital*, n. 9, set. 2015.
- [3] ESCOLA ESTADUAL GABRIEL TOTI. Projeto Político Pedagógico. Uberaba, 2024.
- [4] FARDO, Marcelo Luis. **A gamificação aplicada à educação: um estudo sobre as práticas e percepções de professores e alunos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2013.
- [5] MALLMANN, E. M.; JORGE, L. K. C. **Metodologia audiovisual (particip)ativa na formação de professores: produção de videoaulas**. *em teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, vol. 10, número 1, 2019.
- [6] SANTOS, Juliana Aparecida dos; SILVA, Tatiana Aparecida. **Gamificação e aprendizagem: estratégias para o engajamento em sala de aula**. *Revista Tecnologias na Educação*, v. 10, n. 24, p. 1-15, 2018.
- [7] ZABALA, Antoni. As sequências didáticas: organização e planejamento das atividades de ensino. In: ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998. cap. 4, p. 53-87.



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA NO ENSINO MATEMÁTICO: UMA EXPERIÊNCIA DENTRO DO PIBID

Gabriel Soara Araújo,

UFTM,

soara.araujo12@gmail.com,

José Januário Cruz Júnior,

UFTM,

d202320786@uftm.edu.br,

Jeniffer Marques Dias.

UFTM.

jeniffer.m.uftm@gmail.com

Resumo. Este trabalho tem como objetivo principal relatar uma das experiências vivenciadas por licenciandos participantes do Programa Institucional de Iniciação a Docência (PIBID), subprojeto Matemática na Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), durante a aplicação de uma sequência didática desenvolvida para turmas de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental da Escola Municipal Professora Terezinha Hueb de Menezes, localizada na cidade de Uberaba – Minas Gerais. A proposta da sequência teve como objetivo principal articular os conceitos de Matemática com a temática da divulgação científica, buscando promover o aprendizado por meio de uma abordagem interdisciplinar, crítica e contextualizada. Inicialmente, foi apresentado aos alunos o conceito de divulgação científica e sua importância na comunicação de conhecimentos científicos com a comunidade. Em seguida, os pibidianos conduziram uma leitura e interpretação de uma reportagem que discutia possíveis impactos econômicos decorrentes das mudanças climáticas, relacionando especialmente os efeitos delas sobre o Produto Interno Bruto (PIB) mundial e brasileiro. A leitura do texto serviu como ponto de partida para reflexões sobre como a temática está presente em notícias, gráficos e dados utilizados na mídia.

Palavras-chave: Gamificação; Metodologias Ativas; Ensino de Matemática; Equação do Segundo Grau.

Introdução

O ensino da Matemática na educação básica frequentemente encontra barreiras, especialmente quando se abordam temas mais abstratos como as equações. Na Escola Estadual Gabriel Toti, campo desta

pesquisa, o Projeto Político Pedagógico (PPP) aponta que o desempenho discente em Matemática "ainda não atende as nossas expectativas" e que o "fracasso escolar é sempre motivo de muita discussão na escola, pois reflete a dificuldade do estabelecimento de métodos e estratégias de ensino eficazes que atendam a todos". Dados da própria escola reforçam esse desafio, indicando baixíssimos índices de acerto em habilidades relacionadas a equações, com apenas 13,33% de proficiência em "Determinar o conjunto solução de uma equação do 2º grau" de acordo com o Regimento Escolar da Escola Estadual Gabriel Toti (2024). Diante desse cenário desafiador, as metodologias ativas, com destaque para a gamificação, surgem como alternativas capazes de tornar o aprendizado mais dinâmico e participativo. Elas propõem colocar o aluno como protagonista de seu aprendizado, utilizando a lógica dos jogos para promover o engajamento, a colaboração e a resolução de problemas.

Este relato tem como objetivo, portanto, relatar e analisar, sob o ponto de vista dos bolsistas de iniciação à docência, a aplicação de uma sequência didática gamificada, concebida para enfrentar as dificuldades supracitadas no contexto de uma turma de 8º ano da referida escola. Esta intervenção é fruto de uma Oficina de Sequências Didáticas realizada no âmbito do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). A sequência didática foi aplicada por três professores (bolsistas do PIBID), que atuaram como professores protagonistas e professores auxiliares, o que possibilitou uma atenção individualizada e a manutenção do ritmo da aula. Nosso foco era ir além da aula tradicional, criando um processo de aprendizagem que fosse prático, colaborativo e, acima de tudo, significativo para os alunos. A sequência foi dividida em quatro etapas principais: Quiz (sondagem inicial), Formalização do Conteúdo (apresentação teórica e prática guiada), Jogo de Resolução de Equações (gamificação) e Paródia Musical (produção criativa final).

.

1. Referencial Teórico

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) configura-se como um elemento fundamental para a formação inicial de professores, proporcionando a imersão na prática docente. A experiência de passar de apenas observador para quem conduz a aula é sempre uma experiência enriquecedora. Essa vivência permite que os futuros professores possam errar, acertar e, acima de tudo, aprender a construir uma prática pedagógica mais consciente, crítica e humana. No contexto da formação, o PIBID atua como uma ponte que liga a teoria acadêmica à realidade da sala de aula. É neste ambiente supervisionado, e em colaboração com os professores da escola-campo, que se torna possível planejar, aplicar e refletir sobre metodologias ativas e estratégias de ensino, como a que foi desenvolvida nesta

sequência didática. A oportunidade de atuar em equipe com um professor protagonista e outros auxiliares ativos reforça a importância da colaboração e da escuta pedagógica na construção de um plano de aula mais robusto e eficaz.

A elaboração e aplicação desta intervenção pedagógica basearam-se no conceito de Sequência Didática (SD), que, conforme Zabala (1998), é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de um objetivo educacional específico, garantindo a progressão e o aprofundamento do aprendizado. Nossa SD foi intencionalmente desenhada para culminar na autonomia do aluno, integrando a sondagem, a formalização, a prática lúdica e a produção criativa. Central a esta estrutura estão as Metodologias Ativas, que rompem com o modelo tradicional de ensino centrado no professor, buscando o protagonismo e a autonomia do aluno no processo de construção do conhecimento. No ensino de Matemática, essa abordagem é crucial, pois exige que o estudante não seja apenas um receptor de fórmulas, mas sim um agente capaz de resolver problemas, pensar criticamente e justificar suas soluções. A aplicação do jogo e da paródia, por exemplo, move o foco da simples transmissão de conteúdo para a aplicação prática e criativa do conceito de equações do 2º grau incompletas, tornando o aprendizado mais engajador e duradouro. A produção do vídeo de paródia, especificamente, permite avaliar a capacidade de síntese, criatividade e colaboração do grupo.

A gamificação, utilizada no contexto da sequência com o *Jogo de Resolução de Equações*, não se limita ao uso de jogos, mas à aplicação de suas lógicas, estéticas e mecânicas no contexto educacional. Segundo Fardo (2013), a gamificação constitui uma estratégia pedagógica que busca utilizar elementos dos jogos para criar experiências de aprendizagem mais envolventes, promovendo motivação e participação ativa dos alunos. Para Alves (2015), esse recurso pode ser entendido como uma metodologia que ressignifica as práticas de ensino ao estimular o engajamento, a cooperação e o protagonismo discente. Em turmas que demonstram apatia ou resistência à participação, como a turma em questão, essa lógica atua como um catalisador. A competição saudável entre os times, o sistema de pontuação e as “rodadas bomba” criam um senso de desafio e pertencimento que estimula a participação ativa. A experiência de envolver o aluno mais resistente, que demonstrou superação ao se dispor a ir ao quadro, é a prova concreta de que a gamificação cumpre seu papel de quebrar a barreira da apatia, diminuir a ansiedade e criar um ambiente seguro onde a aprendizagem se torna dinâmica, cooperativa e divertida. O jogo transforma o ato de resolver equações de uma tarefa mecânica em uma missão coletiva. A gamificação é reconhecida por estabelecer uma “interlocução diferenciada” com os alunos, tornando o aprendizado mais atraente e produtivo (SANTOS; SILVA, 2018).

2. Metodologia

O planejamento da sequência didática foi desenvolvido de forma colaborativa pelos bolsistas do PIBID durante os encontros de planejamento, com acompanhamento da professora supervisora Caroline Luisa. O processo se iniciou a partir de uma análise das principais dificuldades observadas nas turmas do 8º ano durante as visitas anteriores, especialmente no que se refere à compreensão de equações e à falta de engajamento nas aulas tradicionais e o seu perfil mais apático. Tendo como referência a oficina “Modelos Didáticos e Produção Audiovisual no Ensino de Ciências e Matemática”, realizada em abril, o grupo elaborou o planejamento da sequência didática seguindo as orientações propostas durante essa oficina. A metodologia foi previamente definida a partir dessa oficina, que tinha como objetivo incentivar o uso de recursos audiovisuais e materiais didáticos manipuláveis como ferramentas de apoio ao ensino. Assim, buscamos integrar esses elementos ao planejamento, tornando o aprendizado mais dinâmico, visual e próximo da realidade dos alunos. O planejamento foi elaborado em etapas: primeiro, definiu-se o tema central (“Equações do 2º grau incompletas”) e os objetivos de aprendizagem; em seguida, organizou-se a sequência em momentos progressivos (diagnóstico, formalização, prática lúdica e produção criativa), garantindo coerência entre teoria e prática. Conforme Zabala (1998), a sequência didática deve promover a progressão das aprendizagens, partindo do diagnóstico dos conhecimentos prévios até a aplicação criativa dos conteúdos. Assim, cada etapa, diagnóstico, formalização, prática lúdica e produção criativa, contribui para que o aluno avance de forma significativa e construtiva no processo de aprendizagem. Cada bolsista ficou responsável por uma parte do plano, desde a criação dos materiais até o desenvolvimento das atividades, de modo que o planejamento refletisse um trabalho conjunto, construído com base na troca de ideias, reflexão e alinhamento com as orientações da supervisora e do núcleo do PIBID. O primeiro momento da aplicação consistiu na realização de um *quiz* (Sondagem Inicial), com o propósito de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos sobre potenciação e raiz quadrada. Essa atividade foi realizada em duplas, permitindo aos bolsistas compreender o nível de domínio da turma e, assim, ajustar a abordagem nas etapas seguintes. Em seguida, deu-se a Formalização do Conteúdo, momento em que foi introduzido o tema central da sequência: o início do estudo das equações do 2º grau incompletas. Nessa etapa, os alunos aprenderam o procedimento de resolução dessas equações e resolveram exemplos práticos

que envolviam cálculos de áreas de figuras planas, como retângulos e quadrados, de modo a relacionar o conteúdo matemático a situações concretas do cotidiano. Nesta etapa, utilizou-se materiais como marcadores coloridos, quadro branco, folhas de exemplos que foram impressas para essa aula como forma de auxiliar a visualização dos alunos.

Para consolidar o aprendizado de forma lúdica, foi aplicado o Jogo de Resolução de Equações, intitulado "Roleta das Equações". A dinâmica se deu no formato de competição entre dois grandes times (Grupo 01 vs. Grupo 2), onde a mecânica envolvia a roleta para sortear equações e a resolução no quadro por representantes de cada equipe. Para garantir uma competição justa e o engajamento de todos os níveis de aprendizado, a formação dos grupos foi baseada em um diagnóstico prévio. A pontuação era simples (1 ponto para acerto) e, em 'rodadas bomba' estratégicas, a perda de 1 ponto em caso de erro. Essa estratégia configura-se como uma forma de gamificação, uma vez que utiliza elementos típicos dos jogos, como desafios, recompensas e competição para promover o engajamento, a motivação e a mudança de comportamento dos estudantes. Conforme Alves (2015), a gamificação no contexto educacional busca criar experiências de aprendizagem mais significativas e prazerosas, aproximando o aluno do conhecimento por meio de dinâmicas interativas e desafiadoras. A culminância do projeto foi a Produção e Gravação da Paródia musical pela turma em conjunto, utilizando o ritmo de funk. O objetivo era que os alunos adaptassem a letra de uma música conhecida para explicar a resolução das equações incompletas ($ax^2=b$). Essa atividade promoveu a alfabetização midiática, a fluência tecnológico-pedagógica e se tornou uma ferramenta de síntese, colocando os alunos no papel de autores do próprio conhecimento.

3. Resultados e Discussões

A aplicação da sequência didática na turma do 8º ano regular foi marcada por um resultado positivo, principalmente na transição de uma postura passiva para uma participação ativa. As escolhas metodológicas intencionais para uma turma "mais apática e quieta" mostraram-se eficazes, superando o obstáculo inicial da apatia e promovendo maior engajamento. A primeira parte, o Quiz, demonstrou que a defasagem de conhecimento dos alunos é grande. Questões básicas sobre pré-requisitos, como "qual é a raiz quadrada de 100?" tornaram-se obstáculos para muitos, exigindo mais tempo para o resgate do conteúdo. Na etapa de Formalização, embora os alunos parecessem entender razoavelmente bem no início, com o avanço do conteúdo surgiram dúvidas. Os bolsistas notaram que, mesmo perguntando, muitos alunos diziam que não tinham dificuldades, mas a compreensão era visivelmente melhor quando resolviam

os exemplos e exercícios juntos. Isso reforça a necessidade de uma supervisão ativa e de uma prática imediata após a exposição teórica.

O Jogo da Roleta foi extremamente bem recebido. O clima de competição saudável motivou até os alunos mais tímidos a se arriscarem no quadro. Um ponto marcante dessa atividade foi a participação de um aluno que geralmente demonstra resistência a ir ao quadro ou participar de atividades diferentes. Acredita-se que o ambiente de jogo e o suporte do grupo o encorajaram a participar, demonstrando o potencial da gamificação para superar barreiras e envolver os estudantes mais quietos. A Paródia Musical também surpreendeu positivamente. Houve uma apreensão inicial sobre a recepção, por se tratar de adolescentes que poderiam se sentir envergonhados, mas o oposto ocorreu: muitos se voluntariaram e até pediram para gravar novamente. Essa atividade revelou-se uma ferramenta de avaliação muito mais rica do que uma prova tradicional, pois exigiu que os alunos sintetizassem, discutissem e negociassem significados para transformar o conteúdo em arte e criarem a letra.

4. Considerações Finais

A aplicação desta sequência didática evidenciou o potencial das Metodologias Ativas no ensino de Matemática, ao integrar a formalização teórica com o engajamento lúdico e a produção criativa dos alunos. A abordagem, intencionalmente desenhada para ser multifacetada, combinou a formalização teórica com o engajamento lúdico (Gamificação) e a produção criativa (Paródia). Evidenciamos que essa combinação não apenas tornou o aprendizado de equações do tipo $ax^2=b$ significativamente mais eficaz, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades essenciais que transcendem o conteúdo, como a colaboração, o raciocínio lógico e a capacidade de síntese e expressão criativa. Para os bolsistas envolvidos, esta experiência se configurou como um divisor de águas na formação docente. A vivência reforçou que o planejamento pedagógico, embora crucial, só adquire sua verdadeira relevância na interação autêntica com os alunos. O processo de atuar como professor protagonista e auxiliar ativo, em um ambiente de colaboração mútua, potencializou a práxis docente. Ao proporcionar essa imersão, o PIBID cumpre seu papel de facilitar a reflexão crítica sobre as próprias estratégias. Os ajustes e aprimoramentos identificados relativos ao manejo de tempo, à dinâmica de grupos e ao refinamento das "rodadas bomba" não são vistos como falhas, mas sim como insumos valiosos que garantirão a construção contínua de uma prática pedagógica mais consciente, crítica e humana, alinhada às demandas e ao perfil da juventude atual. Em síntese, a intervenção provou ser um sucesso tanto no aprendizado dos alunos quanto na consolidação da identidade docente dos(as) futuros(as) professores(as).

Referências

- [1] BIANCO, A. A. G.; ARROIO, A. **Metodologia 6a: uma proposta para a produção audiovisual por professores de ciências da natureza**. *Revista EDaPECI*, v. 24, n. 3, p. 103-115, set./dez. 2024.
- [2] CARIBÉ DE OLIVEIRA, A. **Gamificação na Educação**. *Obra Digital*, n. 9, set. 2015.
- [3] ESCOLA ESTADUAL GABRIEL TOTI. Projeto Político Pedagógico. Uberaba, 2024.
- [4] FARDO, Marcelo Luis. **A gamificação aplicada à educação: um estudo sobre as práticas e percepções de professores e alunos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2013.
- [5] MALLMANN, E. M.; JORGE, L. K. C. **Metodologia audiovisual (particip)ativa na formação de professores: produção de videoaulas**. *em teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, vol. 10, número 1, 2019.
- [6] SANTOS, Juliana Aparecida dos; SILVA, Tatiana Aparecida. **Gamificação e aprendizagem: estratégias para o engajamento em sala de aula**. *Revista Tecnologias na Educação*, v. 10, n. 24, p. 1-15, 2018.
- [7] ZABALA, Antoni. As sequências didáticas: organização e planejamento das atividades de ensino. In: ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998. cap. 4, p. 53-87.



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

DO PET MATEMÁTICA À PÓS-GRADUAÇÃO: UM RELATO DA INFLUÊNCIA DOS SEMINÁRIOS DE PESQUISA NA FORMAÇÃO DOCENTE

**Ana Luíza Muniz Corrêa, Andrew Edward Silva Macedo, Isabela Cristina Oliveira,
Vanessa de Paula Cintra.**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal de Uberlândia, Universidade
Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

d202011068@uftm.edu.br, andrew.macedo@ufu.br, d202010695@uftm.edu.br,
vanessa.cintra@uftm.edu.br.

Resumo. Este relato de experiência descreve a participação de egressos no curso de Licenciatura em Matemática da UFTM no PET Matemática, com foco nas atividades de Seminários de Pesquisa e Iniciação Científica (IC). Este estudo tem natureza qualitativa e fenomenológica e buscou refletir sobre como essas experiências influenciaram a formação acadêmica e docente, articulando ensino, pesquisa e extensão. Foram analisados os métodos de execução das atividades, o desenvolvimento de habilidades comunicativas, a relevância das pesquisas científicas e a integração com a comunidade. Como resultados, obtivemos que a vivência desses egressos contribuiu para o desenvolvimento crítico e a construção de uma perspectiva que valoriza a pesquisa acadêmica, habilidades essenciais para a prática docente. Além disso, esse estudo demonstrou a importância de projetos governamentais na formação de professores.

Palavras-chave: Programa de Educação Tutorial; Iniciação Científica; Formação de Professores.

Introdução

Criado em 1979, o Programa de Educação Tutorial (PET) surgiu com a proposta de promover a formação integral dos estudantes universitários. De acordo com Corrêa (2021, p. 94), o programa foi criado como “um investimento acadêmico destinado a formar lideranças intelectuais”, incentivando o pensamento crítico e a autonomia na produção do conhecimento, buscando complementar a formação acadêmica.

Como egressos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) e ex-integrantes do grupo PET Matemática, buscamos, neste texto, relatar nossas experiências ao longo da nossa participação no programa e refletir sobre suas influências em nossa trajetória até a pós-graduação. Nesse relato, abordamos algumas das atividades desenvolvidas pelo PET Matemática, sendo elas, os “Seminários de Pesquisa” e “Iniciação Científica”, momentos que auxiliam no desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo e contribuem para o aprofundamento do conhecimento e para a introdução dos alunos no processo de pesquisa ainda no início da formação docente.

Para além, buscamos destacar a importância de projetos governamentais na formação dos futuros professores de Matemática, promovendo vivências que articulam teoria e prática conforme previsto nas Diretrizes Curriculares Nacionais. Sendo assim, esta pesquisa caracteriza-se como um estudo qualitativo, de natureza fenomenológica e caráter descritivo, por se tratar de um relato de experiência pautada em Bicudo (2019).

1 Referencial Teórico

O PET é um programa do Ministério da Educação (MEC), desenvolvido por grupos de estudantes de graduação das Instituições de Ensino Superior, denominados petianos, sob a tutoria de um docente responsável, que realizam atividades de ensino, pesquisa e extensão. O programa tem como objetivo “garantir aos alunos bolsistas oportunidades de vivenciar experiências não presentes em estruturas curriculares convencionais, visando a sua formação global e favorecendo a formação” (BRASIL, 2006, p. 4).

Nesse contexto, autores como Peixoto *et al.* (2022) destacam que o PET constitui-se como um espaço importante na formação inicial de professores, uma vez que integra o viés do ensino, da pesquisa e da extensão na experiência acadêmica dos licenciandos. Ainda em Peixoto *et al.* (2022), os autores defendem que a participação em projetos como o PET, possibilitam ao futuro professor o desenvolvimento de competências investigativas e reflexivas, além de promover o engajamento em cenários que articulam a teoria com a prática docente.

Conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior de Professores (Resolução CNE/CP Nº 2, 2019). Em seu Art. 6º, o documento menciona como princípio relevante:

(...) a articulação entre a teoria e a prática para a formação docente, fundada nos conhecimentos científicos e didáticos, contemplando a indissociabilidade entre o ensino, a pesquisa e a extensão, visando à garantia do desenvolvimento dos estudantes (...) (BRASIL, 2019, p.3)

Nessa mesma perspectiva, de acordo com Cintra e Penteado (2020), os projetos governamentais voltados para a formação docente possuem um papel fundamental na construção da identidade profissional do licenciando, além de incentivar e consolidar práticas educativas que divergem do ensino tradicional. As autoras destacam ainda, que projetos que possuem essa vertente propiciam o trabalho coletivo, incentivam a prática da pesquisa acadêmica e também o uso de tecnologias digitais, permitindo observar esses fatores como instrumentos de reflexão sobre o ensino.

Em um cenário voltado para a matemática, Cintra e Penteado (2020) relatam que, uma vez que o estudante vivencia a elaboração de materiais didáticos, de investigação e aplicação em contextos reais de ensino, o mesmo tende a ampliar a sua perspectiva acerca do papel social e cultural da matemática. Além disso, reconhece a importância de políticas públicas que abordam a formação docente.

Dessa forma, dentro do contexto do PET matemática da UFTM, como forma de atingir esses objetivos, foi estabelecida, entre suas atividades, a realização obrigatória de uma Iniciação Científica (IC). Nessa atividade, o aluno petiano desenvolve uma pesquisa sob a orientação de um professor, em uma área de seu interesse. Em seguida, como forma de divulgação científica, o aluno apresenta esse estudo pela atividade de “Seminários de Pesquisa”.

Nesse contexto, o PET Matemática da UFTM concretiza essa articulação por meio das atividades de pesquisa, ensino e extensão. A IC apresenta-se como eixo estruturante, promovendo o contato direto com a produção de conhecimento. O envolvimento no processo investigativo vai ao encontro com Zeichner e Pereira (2005, p. 66), ao apontarem que

(...) o envolvimento direto deles com o processo de produção sistemática de um saber extremamente relevante e essencial para suas práticas, pode transformá-los também em ‘consumidores’ mais críticos do conhecimento educacional gerado nas universidades.

Essa vivência, portanto, corrobora as ideias de Zeichner e Pereira (2005) ao empoderar o estudante, tornando-o um sujeito ativo de sua própria formação e um futuro profissional reflexivo, capaz de estabelecer pontes entre a teoria acadêmica e a realidade da prática pedagógica.

2 Metodologia

Bicudo (2019), ao compreender a consciência como intencionalidade, como movimento, se pauta na percepção e reflexão para definir a pesquisa qualitativa-fenomenológica:

Ela busca a manifestação da coisa que se expõe na percepção e, portanto, é dependente da consciência. Mas consciência é movimento, é ato de expandir para, inclusive em sua própria direção. Esse movimento é o de voltar-se sobre seus próprios atos e se refere ao ato de refletir ou à reflexão; o primeiro é o de enlaçar as coisas presentes à sua volta. (p. 117).

Por tal motivo, visto que o presente relato busca construir uma reflexão a respeito de nossa vivência em duas atividades do PET Matemática, podemos observar que esse se trata de um estudo qualitativo-fenomenológico, de caráter descritivo, por se tratar de um relato de experiência.

A pesquisa foi conduzida por meio da experiência e da observação participante dos próprios pesquisadores nas atividades desenvolvidas no PET Matemática, bem como pela reflexão e construção de seus memoriais de formação ao longo do processo. As vivências relatadas constituem, portanto, o material de análise, permitindo uma compreensão fenomenológica a partir da consciência dos sentidos atribuídos às ações e aprendizagens experienciadas durante as Iniciações Científicas e os Seminários.

As Iniciações Científicas possuem o objetivo de, segundo Silva (2012, p. 128), “conhecer os princípios do método científico e despertar a vocação científica, incentivando talentos potenciais entre estudantes de graduação universitária”. No PET Matemática da UFTM, os estudantes são orientados por um docente que atua em uma área de pesquisa de sua escolha. A pesquisa de IC envolve etapas como a definição de um tema, seguido por um levantamento bibliográfico, construção e análise de dados. As etapas detalhadas de cada pesquisa de Iniciação Científica dependem da área escolhida e do tipo de estudo que será desenvolvido.

Já os “Seminários”, articulados às “Iniciações Científicas”, possuem o objetivo de fazer uma divulgação científica das pesquisas acadêmicas realizadas entre os petianos, além de promover um espaço colaborativo de reflexão e diálogo a respeito dos temas apresentados. Após um determinado período no PET, o discente apresenta sua pesquisa nesse evento - aberto ao público interessado em participar, como forma de divulgar e buscar contribuições para o seu trabalho.

Apresentadas as atividades, buscamos com a análise articular como estas experiências desenvolvidas ao longo dos anos dentro do PET Matemática influenciaram nossa trajetória acadêmica até a pós-graduação.

3 Análise das experiências

Durante nosso tempo como petianos entrelaçamos particularidades pessoais com as atividades desenvolvidas, compreendendo-as como experiências, que segundo (Larrosa, 2002) é tudo aqui nos passa, nos atravessa e nos transforma. Foram vivências formadoras que nos incentivaram a trilhar um caminho até a pós-graduação, hoje no mestrado.

No desenvolvimento de nossas ICs passamos por momentos de platô no desenvolvimento e escrita de nossa pesquisa, sendo um momento de altos e baixos, e que através do trabalho coletivo de professor orientador e programa governamental PET superamos tais desafios ampliando nossa percepção investigativa e reflexiva (Peixoto *et al.*, 2022) e vivenciando experiências para além do currículo (BRASIL, 2006).

Ao pensar, elaborar e apresentar um “Seminário de Pesquisa” enfrentamos incerteza e ansiedade nos momentos de fala, mas que fazem parte do processo de se investigar a educação para além do tradicional, construindo nossa identidade docente (Cintra e Penteado, 2020). Fomos gratificados da sensação que é desenvolver uma pesquisa, a defendê-la e dialogar com a comunidade a respeito da produção de algo tão lindo que é o conhecimento, nos preparando para momentos semelhantes no mestrado e, principalmente, nos instigando a querer mais momentos como os da Figura 1.

Figura 1 - Apresentação dos “Seminários de Pesquisa”



Fonte: Acervo dos autores.

Zeichner (2010) traz a importância da criação de projetos bem supervisionados durante a formação inicial docente de maneira que favoreçam oportunidades de novas experiências e conhecimentos para a docência. Assim sendo, entendemos que participar das atividades nos auxiliou, a partir da prática, no que diz respeito à insegurança para falar em público, organização e elaboração da apresentação, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades comunicativas, de planejamento e de reflexão crítica sobre a prática pedagógica, fortalecendo nossa confiança e capacidade de atuação como futuros professores. Através de nossas ICs e Seminários, investigamos possibilidades de articular a teoria e prática, cada um à sua maneira, evidenciando práticas educativas para além do tradicional e refletindo sobre a importância da matemática e seu papel sócio-cultural, nos tornando sujeitos ativos na reflexão crítica da prática docente. (Peixoto *et al.* 2022; Cintra e Penteado 2020; Zeichner e Pereira 2005)

Nosso contato com as ICs e os “Seminários de Pesquisa” foi ponto crucial para definir que iríamos trilhar um caminho na pós-graduação. Quando ingressamos na universidade, não imaginávamos a possibilidade da pós-graduação, nem tínhamos o devido conhecimento de seu funcionamento, e através do PET Matemática, articulando ensino, pesquisa e extensão (Brasil, 2019) fomos introduzidos a produção do conhecimento científico, despertando em nós o anseio pela vocação científica (Silva, 2012).

Hoje, nos encontramos, cada um em um programa de pós-graduação diferente, carregando conosco as experiências desenvolvidas enquanto petianos, tanto coletivamente quanto

individualmente, bem como as particularidades pessoais que foram semeadas durante a graduação e no PET Matemática. Essas vivências influenciam, atualmente, o desenvolvimento de nossas pesquisas científicas em nível de mestrado, seja ao seguir uma linha semelhante à que desenvolvemos durante as ICs e os “Seminários de Pesquisa”, seja uma totalmente diferente, mas que ainda carrega toda a nossa bagagem adquirida ao longo dos anos.

4 Considerações finais

Ao desenvolvermos as atividades, em especial os Seminários de Pesquisa e a Iniciação Científica (IC), fomos envolvidos com questões educacionais, que refletem diretamente em nossa prática docente diária, principalmente porque pudemos notar que o estudo e a pesquisa aperfeiçoam nossos conhecimentos para a construção de práticas pedagógicas aplicáveis à geração de estudantes que nos encontrarão nas salas de aula da atualidade. Isso mostra a importância do investimento nesses projetos governamentais, o que corrobora com a fala de Peixoto *et al.* (2022)

quando se investe em cursos de formação de professores, tais como o PET, encontramos diversos efeitos na profissionalização docente desses futuros professores, em especial indicamos a aprendizagem em grupo, ocorrida por meio de ações desenvolvidas no ensino, pesquisa e extensão (p. 19).

Assim, compreendemos que integrar programas governamentais, como o PET Matemática, contribuem de forma significativa para a formação docente, ao articular ensino, pesquisa e extensão, estimular a reflexão crítica e favorecer a aprendizagem colaborativa, preparando futuros professores para atuar de maneira mais consciente e efetiva em sala de aula, bem como a trilharem caminhos na pós-graduação.

Referências

- [1] BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.). Pesquisa qualitativa em educação matemática. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2023. cap. 6, p. 107–119. ISBN 978-85-5130-589-8.
- [2] BRASIL. **Manual de orientações básicas**. Brasília. DF: MEC, 2006.

- [3] BRASIL. Ministério da Educação. Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, n. 247, p. 115–119, 23 dez. 2019.
- [4] CINTRA, Vanessa de Paula; PENTEADO, Miriam Godoy. **A importância de projetos governamentais na formação inicial docente: um estudo de caso**. Revista Profissão Docente, Uberaba, MG, v. 20, n. 44, p. 01–20, 2020. DOI: 10.31496/rpd.v20i44.1332. Disponível em: <https://revistas.uniube.br/index.php/rpd/article/view/1332>. Acesso em: 24 out. 2025.
- [5] CORRÊA, A.F. **A origem do programa de educação tutorial: considerações sobre o processo de criação e alguns de seus resultados**. Revista *Multiface*, Belo Horizonte. v. 9, n. 1, p. 93-103, 2021. Disponível em: <https://revistas.face.ufmg.br/index.php/multiface/article/view/6380/3452>. Acesso: 16 out. 2025.
- [6] LARROSA BONDÍA, Jorge. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência**. Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 19, p. 20-28, abr. 2002. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782002000100003&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 17 out. 2025.
- [7] PEIXOTO, R.; CINTRA, V. de P.; PAULIN, J. F. V. **Programa de Educação Tutorial e OBMEP na escola: influências na formação inicial de futuros professores de matemática**. *Ensino em Re-Vista*, Uberlândia, MG, v. 29, e035, 2022.
- [8] SILVA, L.F.F. **Iniciação científica – contexto e aspectos práticos**. *Rev Med*, São Paulo. abr./jun. 2012.
- [9] ZEICHNER, K.M.; PEREIRA, J.E.M. **Pesquisa dos educadores e formação docente voltada para a transformação social**. *Caderno de Pesquisa*, v. 35, n. 125, p. 63-80, maio/ago. 2005.
- [10] ZEICHNER, K. **Repensando as conexões entre formação na universidade e as experiências de campo na formação de professores em faculdades e universidades**. Educação, Santa Maria, RS, v. 35, n. 3, p. 479-504, set./dez. 2010.



Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática



XIV Semana da Matemática UFTM

04 a 07 de novembro de 2025

Iniciação a Prática de Letramento Algébrico em Aulas Exploratório-Investigativas

**João Pedro Barros de Oliveira Silva, Júlia Santos da Silva, Cássia Valénia Gonçalves
Vieira**

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo
Mineiro

d202210879@uftm.edu.br, d202311315@uftm.edu.br, cassiavalenia@gmail.com

Resumo: Este trabalho visa apresentar um relato de experiência de aplicação de uma sequência didática no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) com uma turma do 8º ano do Ensino fundamental na Escola Municipal Uberaba. A proposta teve como foco o desenvolvimento do letramento algébrico por meio de atividades investigativas, que estimularam a observação, identificação de padrões e a formulação de hipóteses matemáticas. A metodologia contou com a utilização de narrativas lúdicas, trabalho colaborativo em duplas e trios, e mediação docente de caráter orientador. Os resultados indicam avanços significativos no engajamento dos alunos e na compreensão dos conceitos algébricos, destacando a importância da prática investigativa para a aprendizagem matemática.

Palavras-chave. Sequência didática; Investigação matemática; Letramento algébrico

Introdução

Este trabalho apresenta uma sequência didática realizada no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) com uma turma do 8º ano, em que se buscou desenvolver o letramento algébrico por meio de atividades que incentivaram a investigação, o raciocínio crítico e o trabalho colaborativo. A sequência foi estruturada para aproximar os estudantes da linguagem algébrica, promovendo o entendimento dos conceitos e uso significativo dos símbolos matemáticos.

A partir da descrição dessa experiência, o trabalho discute os resultados observados quanto ao engajamento dos alunos e a evolução de sua compreensão

algébrica, destacando a importância das práticas investigativas para a aprendizagem matemática na escola básica.

1 Desenvolvimento

O planejamento da sequência didática teve origem em uma oficina do PIBID realizada em abril de 2025, voltada à elaboração de propostas investigativas sobre letramento algébrico. Durante a oficina, participamos de momentos de estudo e discussão, o que nos inspirou a desenvolver a atividade aqui apresentada, posteriormente adaptada à realidade da Escola Municipal Uberaba.

A aplicação da sequência didática teve início no dia 18 de setembro de 2025, após aproximadamente dois meses de estudos e planejamento detalhado. A atividade foi realizada no primeiro horário de aula na Escola Municipal Uberaba, com autonomia pedagógica concedida pela professora supervisora, Profa Ma. Cássia, junto à turma do 8º ano E. Os alunos foram organizados em duplas, posicionados de forma alinhada no centro da sala, o que facilitou a interação entre eles. Foi solicitado apenas um lápis e uma folha de papel para cada dupla, preparando o ambiente para uma tarefa que exigiria atenção, reflexão e registro. Em seguida, deu-se início à projeção da atividade na televisão da sala.

Para despertar o interesse dos estudantes, inicialmente foi contada uma pequena narrativa que os conduzia a um mundo mágico da matemática. Nesse universo encantado, habitavam diversos cidadãos matemáticos, como números, expressões, equações, e em especial, uma tabela curiosa que parecia guardar segredos e padrões a serem descobertos. Essa introdução foi fundamental para criar um ambiente de curiosidade e engajamento, que permeou toda a atividade investigativa.

Logo após a narrativa, a tabela (Figura 1) foi exibida, e questionou-se aos alunos: “O que vocês veem de mais interessante nessa tabela?” Após breve análise, os estudantes identificaram tratar-se da tabuada da multiplicação, sendo essa a observação mais imediata. Contudo, foram instigados a refletir: “Será que somente isso está na tabela?” Esta questão os levou a examinar novamente a tabela com maior atenção, procurando outros padrões e relações.

Figura 1 – Tabela apresentada à turma.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	8	16	24	32	40	48	56	64	
7	7	14	21	28	35	42	49		
6	6	12	18	24	30	36			
5	5	10	15	20	25				
4	4	8	12	16					
3	3	6	9						
2	2	4							
1	1								

Fonte: Vieira, 2023

Durante a investigação, alguns alunos nos procuraram para confirmar suas descobertas, às quais inicialmente concordamos. Em seguida, os incentivamos a continuar a busca, questionando se aquilo era tudo que a tabela apresentava. A princípio, houve confusão, mas logo os estudantes aprimoraram seu olhar crítico e passaram a identificar novas regularidades: (i) as diagonais iniciadas por números ímpares correspondiam à soma decrescente dos números primos; (ii) as diagonais iniciadas por números pares, à soma decrescente dos múltiplos de 2; (iii) os quadrados perfeitos que apareciam na última diagonal da tabela.

Após a socialização desses achados, muitos alunos demonstraram alegria, enquanto outros expressaram surpresa por não terem notado tais padrões anteriormente. A atividade possibilitou o desenvolvimento do olhar investigativo e do letramento algébrico, entendido aqui como a capacidade de compreender, representar e expressar ideias matemáticas por meio de símbolos e expressões algébricas. Essa abordagem estimulou os estudantes a explorarem a matemática de maneira autônoma e colaborativa, favorecendo a construção de significados a partir das próprias descobertas.

Após um primeiro dia bastante produtivo e com o objetivo inicial alcançado, realizamos a segunda atividade no dia 25 de setembro, onde distribuímos uma folha impressa contendo a atividade 2 (Figura 2) para cada aluno. Desta vez, organizamos os estudantes em trios, promovendo um ambiente colaborativo mais amplo. Aos poucos, os alunos desenvolveram a atividade com mais facilidade, pois já haviam despertado o olhar investigativo para a matemática. A sequência de tarefas possibilitou a continuidade do raciocínio e da reflexão dos estudantes, que construíram suas próprias estratégias para resolver os desafios propostos.

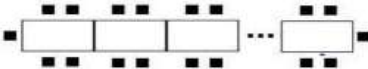
Ao perceberem o padrão e compreenderem como chegar à resposta final, chegou o momento de apresentar uma fórmula geral para a sequência investigada. Muitos alunos encontraram certa dificuldade para elaborar a fórmula, sem perceber que já haviam realizado parte desse processo no exercício anterior. Contudo, com o tempo e o incentivo, conseguiram chegar a uma resposta satisfatória. Em seguida, reunimos toda a turma para discutir e construir coletivamente a fórmula geral para o exercício proposto, o que levou à conclusão da sequência didática e o alcance dos objetivos previstos.

Figura 2 – Segunda atividade aplicada



Tarefa Proposta

Em uma determinada festa de casamento, cada mesa comporta 6 pessoas. Esperando que houvesse uma aproximação e união dos convidados presentes para a confraternização, esses resolveram juntá-las na seguinte disposição:



Será que há Álgebra numa festa de casamento?

Vejamos... Seguem algumas questões para a nossa investigação: **(Lembrem-se! Todas as respostas devem ser justificadas, com cálculos ou desenhos!)**

- Construam uma tabela que relaciona a **quantidade de mesas** e a **quantidade de cadeiras** utilizadas. Encontrem o número de cadeiras utilizadas com, pelo menos, 6 mesas. Observem as possíveis relações entre **mesas e cadeiras**...
- Qual o número máximo de mesas que deve ser usado para formar essa fileira de mesas? E de cadeiras? Expliquem o raciocínio da equipe.
- Usando 15 mesas, quantas cadeiras são necessárias? Justifiquem.
- Se houver 42 cadeiras, quantas mesas serão necessárias? Justifiquem.
- É possível constituir uma fileira de mesas que tenha 100 cadeiras? Se possível, quantas mesas seriam necessárias? Por quê?
- Investigando a sequência, a partir do desenho e/ou da tabela construída no item a), expliquem, com as suas palavras, como ela é constituída. Qual é o padrão existente?

Escrevam uma **expressão matemática** que relaciona o número de mesas e o número de cadeiras. **É importante o uso de uma linguagem mais elaborada, aproximando-se de uma fórmula**... Que letras poderiam ser usadas?

Bom Trabalho, caros detetives!

Fonte: Vieira, 2023

2 Conclusão

A sequência didática apresentada mostrou-se muito eficaz para incentivar os alunos do 8º ano a investigarem e descobrirem conceitos matemáticos por conta própria, pois, no momento de fechamento da aula, todos os grupos conseguiram chegar ao resultado esperado e compreender a lógica envolvida na atividade. Essa constatação evidenciou o engajamento e a compreensão efetiva dos estudantes durante a proposta. Os estudantes foram convidados a observar, questionar e buscar padrões na tabela proposta, desenvolvendo um olhar mais atento e crítico sobre a matemática.

O ato de investigar, discutir e construir soluções coletivamente permitiu que os estudantes compreendessem melhor os conteúdos e desenvolvessem habilidades importantes, como o raciocínio lógico, a comunicação e a autonomia para resolver problemas.

A aplicação da sequência foi uma experiência extremamente positiva, pois fugiu do modelo tradicional de aula ao qual estamos acostumados. Essa proposta proporcionou aos alunos maior autonomia e protagonismo, permitindo que se envolvessem de forma mais ativa na construção do conhecimento. Foi muito gratificante observar o desenvolvimento deles, perceber como conseguiram se organizar, pensar de forma independente e encontrar soluções coletivamente. Como professores, também aprendemos muito com essa vivência, pois pudemos constatar, na prática, a eficiência dessa metodologia. Ver que os alunos se reconhecem capazes e participativos reforça o quanto vale a pena aplicar propostas desse tipo, que ampliam a autonomia, a confiança e o interesse dos estudantes.

Referências

- [1] VIEIRA, C. V. G. **A Educação Algébrica no Contexto de Aulas Exploratório-Investigativas em Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio: um estado do conhecimento de teses e dissertações brasileiras**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciência e Matemática) , UFTM, Uberaba-MG, 2023. p. 201-203.



CONSTRUINDO UM MOSAICO DE PESQUISAS NA PERSPECTIVA INCLUSIVA COM ÊNFASE EM PESSOAS COM DEFICIÊNCIA AUDITIVA

Aline Vitoria da Silva Rodrigues, Vanessa de Paula Cintra

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro

d202310417@uftm.edu.br, vanessa.cintra@uftm.edu.br

Resumo. Neste trabalho, construímos um mosaico de pesquisas por meio da análise dos trabalhos sobre o ensino da Matemática para alunos com deficiência auditiva publicados nos anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. A investigação, de abordagem qualitativa, traz os artigos divididos em quatro categorias e os resultados apontam que as pesquisas reforçam a importância da Língua Brasileira de Sinais como mediadora no processo de ensino e aprendizagem, destacando a necessidade de formação docente específica e de práticas pedagógicas inclusivas, visuais e acessíveis. Além disso, evidenciam desafios persistentes como barreiras comunicacionais, falta de intérpretes e preconceitos, que ainda limitam a plena inclusão dos alunos surdos nos espaços escolares.

Palavras-chave. educação matemática; deficiência auditiva; inclusão.

Introdução

A partir da década de 1980, intensificaram-se as discussões sobre inclusão, impulsionadas por debates e legislações. No Brasil, essa pauta ganha destaque com a Constituição de 1988, que assegura o direito universal à educação. Internacionalmente, documentos como a Declaração Mundial sobre Educação para Todos (Jomtien, 1990) e a Declaração de Salamanca (1994) consolidam o compromisso com uma educação de qualidade, equitativa e inclusiva para todos.

Neste contexto, este trabalho tem como objetivo analisar os artigos que discutem sobre deficiência auditiva, publicados nos anais de um dos principais eventos no âmbito da Educação Matemática, o Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, o SIPEM, buscando responder à questão: Como vêm sendo apresentadas as pesquisas que discutem a inclusão de alunos com deficiência auditiva no SIPEM?

O SIPEM, evento trienal iniciado em 2000, aborda temas relevantes à Educação Matemática. Sua estrutura é organizada em Grupos de Trabalho (GTs), que reúnem pesquisadores com interesses comuns. Atualmente, são 16 GTs, entre eles o GT13 – Diferença, inclusão e educação matemática, que reúne estudos sobre ensino e aprendizagem de Matemática em uma perspectiva inclusiva. O evento tem como principal objetivo fortalecer o intercâmbio entre comunidades de pesquisa em Educação Matemática no cenário nacional e internacional.

1 Referencial teórico

Na pesquisa “Saberes docentes e o ensino de Matemática para surdos: Desencadeando discussões”, Borges e Nogueira (2018) ao refletirem sobre os estudos de Nunes, Evans, Barros e Burman (2011), destacam a importância de um nivelamento para alunos com deficiência auditiva. Os autores apontam que, desde a primeira infância, crianças ouvintes desenvolvem naturalmente uma base matemática consolidada, enquanto crianças surdas enfrentam maior dificuldade nesse processo.

Borges e Nogueira (2018) também ressaltam que o ensino de Matemática para surdos tem se orientado cada vez mais por experiências visuais, ampliando as possibilidades de práticas docentes. O uso de recursos como jogos, softwares educativos, cartazes e figuras tem se mostrado essencial para promover a aprendizagem matemática de forma acessível e significativa.

No campo da inclusão, as ideias de Marcone (2015) e Skovsmose (2019) oferecem fundamentos teóricos relevantes. Marcone (2015) propõe a desconstrução de paradigmas que consideram pessoas com deficiência como seres incompletos, defendendo uma visão de igualdade e pertencimento. Enquanto Skovsmose (2019), aborda o “encontro entre as diferenças”, argumentando que as divergências humanas não devem justificar a exclusão educacional. Assim, unindo as perspectivas desses autores, compreende-se que a educação inclusiva deve ser pautada no diálogo entre as diferenças, promovendo um ambiente livre de preconceitos e estereótipos, onde todos possam aprender e participar ativamente

2 Metodologia

Para o presente trabalho, realizamos o levantamento dos artigos publicados nos anais SIPEM, atualmente em sua nona edição. Foram analisados os artigos do GT13, criado na sexta edição do evento, em 2015, e ativo até os dias atuais.

Adotou-se a abordagem qualitativa, que, segundo Goldenberg (1999), oferece maior

flexibilidade na análise dos dados e requer do pesquisador domínio do tema investigado. A busca pelos textos ocorreu em dois momentos: inicialmente, entre março e abril de 2025, foi realizada a filtragem dos artigos pelos títulos; em seguida, procedeu-se à leitura e análise dos trabalhos selecionados para a elaboração do mosaico de pesquisa.

A coleta de dados foi realizada no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, onde estão disponíveis os anais dos eventos. Utilizaram-se como palavras-chave: “deficiência auditiva”, “surdos”, “surdez” e “surdocegueira”. Das 88 publicações referentes às quatro edições que contêm o GT13, identificaram-se 23 artigos sobre o ensino de Matemática para alunos com deficiência auditiva. Contudo, seis deles não puderam ser acessados devido à instabilidade do site, resultando na análise de 17 artigos.

3 Análise de Dados

A partir da análise dos 17 artigos, as pesquisas foram agrupadas em quatro categorias: Atividades didáticas, Estudo teórico bibliográfico, Formação inicial e continuada de professores e Vozes e narrativas. Foram seis trabalhos sobre Atividades didáticas, práticas pedagógicas e suas aplicações em sala de aula, um estudo teórico bibliográfico centrado na revisão de produções sobre educação matemática e deficiência auditiva, cinco textos sobre a formação docente voltada à inclusão e cinco artigos que abordam experiências de professores e alunos com a matemática e a surdez.

Na categoria “Atividades didáticas”, o artigo de Segadas, et al. (2015) propôs atividades adaptadas para alunos surdos e cegos, ressaltando a importância da Análise Combinatória para o raciocínio lógico. Aleixo e Grützmänn (2018), abordam o ensino do conceito de número e reconhecimento de cédulas por meio de atividades contextualizadas e manipulativas. Já o estudo de Nogueira e Zanquetta (2015) investiga o uso do cálculo mental por meio da Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) com alunos do 6º ano, buscando compreender suas possibilidades pedagógicas.

Ainda nesta categoria, temos o artigo de Aleixo e Grützmänn (2021) que analisa a compreensão do conceito de conservação de comprimento por alunos surdos e com surdocegueira. Temos também o estudo de Góes, Cassano e Muzzio (2024) que discute o uso do Desenho Universal para Aprendizagem (DUA) na criação de jogos matemáticos acessíveis. E por fim, temos o trabalho de Moura e Penteado (2015) que destacam o engajamento de crianças surdas em atividades investigativas mediadas por softwares e o papel da LIBRAS na construção do conhecimento.

As pesquisas, seguem em consonância com o pensamento de Borges e Nogueira (2018) que afirmam que o ensino de Matemática para alunos surdos deve surgir através de manipulações de materiais e utilização de metodologias ativas e adaptadas, com uso

da LIBRAS, a fim de permitir que os alunos sejam capazes de compreender os conceitos matemáticos, que muitas vezes sofrem com uma aprendizagem precária.

Na categoria “Estudo teórico bibliográfico” o trabalho de Vigas, Peixoto e Silva (2021) analisou 18 artigos dos VI e VII SIPEM, identificando três eixos principais: a atuação do intérprete, a formação docente e o ensino de conceitos matemáticos em LIBRAS.

O presente estudo reforça as ideias de Marcone (2015) e Skovsmose (2019), pois através de suas pesquisas, podemos perceber o crescimento da pauta de “encontro entre as diferenças”, defendida especialmente por Skovsmose. Assim, ao tratarmos cada vez mais de um ensino bilíngue voltado para o ensino de alunos surdos, conseguiremos realizar uma verdadeira inclusão dentro da sala de aula.

Na categoria “Formação de professores” temos o trabalho de Santos, Benite e Pereira (2024) evidencia que as maiores dificuldades docentes se concentram na comunicação e na falta de domínio da LIBRAS, ausência de intérpretes e lacunas na formação inicial. O artigo de Oliveira, Oliveira e Costa (2024) aponta carência de formação específica e entraves comunicacionais e avaliativos. O texto de Silva e Alvarenga (2024) ressalta a necessidade de planejamento conjunto professor-intérprete e a escassez de sinais específicos em LIBRAS para conceitos matemáticos.

Ainda nesta categoria, o estudo de Lemos e Dörr (2015) mostra que a presença do intérprete é mediadora essencial, embora insuficiente para garantir a aprendizagem por si só. O texto de Jesus e Thiengo (2015) defendem a atuação integrada entre intérprete e professor para uma mediação efetiva em Matemática.

Nesta categoria, nota-se que, a comunicação é a principal ferramenta e ainda sim a mais prejudicada, vezes por falta de domínio do professor ou do aluno sobre a LIBRAS, vezes por falta de um intérprete dentro da sala de aula, ou até mesmo por conta da defasagem sofrida pelo aluno. Nossa última categoria, “Vozes e Narrativas” temos o trabalho de Santos e Gonçalves (2024) que analisa a experiência de uma universitária surda e evidenciam as barreiras de comunicação e acessibilidade ampliadas pelo ensino remoto. O texto de Bueno e Rolkowski (2024) destacam a relevância das vivências surdas na compreensão das barreiras educacionais. O artigo de Silva, Vianna e Pinto (2021) revela os desafios enfrentados por um estudante surdo em uma disciplina de Cálculo I no ensino superior sem o apoio de um intérprete de LIBRAS.

Ainda nesta categoria, o trabalho de Silva e Fernandes (2015) demonstram como o diálogo e a criação de novos sinais em LIBRAS favoreceram a compreensão de frações, por meio de adaptações de uma teleaula do Telecurso 2000. O estudo de Marcondes e Healy (2015) exploram os múltiplos significados atribuídos ao número zero, revelando a

riqueza simbólica da aprendizagem surda.

Aqui, fica evidente as dificuldades que são enfrentadas por alunos e professores surdos, como o preconceito e a falta de comunicação que ainda são barreiras que os impedem ativamente de participar de ambientes de ensino de forma igualitária e apesar de todos avanços legislativos, pessoas surdas ainda se deparam com dificuldades de inclusão dentro dos espaços escolares.

4 Considerações finais

Por fim, temos que todos os trabalhos aqui apresentados são muito ricos e importantes para o âmbito da Educação Matemática Inclusiva e principalmente para a educação Matemática de alunos com deficiência auditiva. Por meio do mosaico podemos afirmar que a inclusão de alunos com deficiência auditiva está sendo um tópico cada vez mais abordado e estudado. De modo geral, todas as pesquisas apontam a importância da utilização da LIBRAS dentro de sala de aula, o que é um importante ponto a ser trabalhado principalmente na formação inicial e continuada de professores, a fim de que como educadores, possam facilitar o processo de ensino dos alunos com o auxílio de um intérprete capacitado dentro de sala, de forma que a comunicação não seja um empecilho, mas um fio que conecta professores e alunos.

Referências

- [1] ALEIXO, H. P.; GRÜTZMANN, T. P. **Uma atividade sobre o sistema monetário brasileiro para uma aluna com surdocegueira.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 7. 2018, Foz do Iguaçu, Paraná.
- [2] ALEIXO, H. P.; GRÜTZMANN, T. P. **Conservação de comprimento: análise de uma atividade utilizando cordões.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 8. 2021, Uberaba, Minas Gerais. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/viiisipemvs2021/381723-conservacao-de-comprimento--analise-de-uma-atividade-utilizando-cordoes/>. Acesso em: 10 out. 2025.
- [3] BORGES, F. A.; NOGUEIRA, C. M. I. **Saberes docentes e o ensino de matemática para surdos: Desencadeando discussões.** *In:* Educação Matemática Inclusiva: estudos e percepções. ROSA, F. M. C.; BARALDI, I. M. (Org.). Campinas, SP: Mercado das Letras, 2018. v. 4, p. 81-98.
- [4] BRASIL. Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. *In:* Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ed. 6-9. 2015, Pirenópolis. 2024, Natal.

Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/isue/archive>. Acesso em: 18 ago. 2025.

- [5] BUENO, R. R.; ROLKOULSKI, E. **A experiência de uma professora surda sobre o ensino e aprendizagem da matemática.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 9. 2024, Natal, Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/375>. Acesso em: 14 out. 2025.
- [6] CINTRA, V. P. **Trabalho com Projetos na formação inicial de professores de Matemática na perspectiva da educação inclusiva.** 2014. 137 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2014.
- [7] GÓES, A. R. T.; CASSANO, A. R.; MUZZIO, A. L. **Resultados do planejamento pautado no Desenho Universal para Aprendizagem: recomendações para construção de jogos na perspectiva do Desenho Universal.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 9. 2024, Natal, Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/145/141>. Acesso em: 14 out. 2025.
- [8] GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais.** 7 ed. Rio de Janeiro: Record, 1999. p 52.
- [9] JESUS, T. B.; THIENGO, E. R. **A inclusão do aluno surdo nas aulas de matemática: histórias narradas por intérpretes de LIBRAS.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [10] LEMOS, L. J.; DÖRR, R. C. **O ensino de matemática para alunos surdos do ensino médio: uma análise da prática de professores do Distrito Federal.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [11] MARCONDES, F. G. V; HEALY, L. **Os zeros dos alunos surdos: o zero é ausência, o zero é um lugar, o zero é fracasso, o zero é amizade e o zero é redondo.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [12] MARCONE, R. **Deficiencialismo: a invenção da deficiência pela normalidade.** 2015. 170 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2015.
- [13] MOURA, A. Q.; PENTEADO, M. G. **Crianças surdas em um cenário para investigação matemática.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [14] NOGUEIRA, C. M. I.; ZANQUETTA, M. E, M. T. **Uma investigação com alunos surdos do ensino fundamental: o cálculo mental em questão.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [15] NUNES, T.; EVANS, D.; BARROS, R.; BURMAN, D. **Promovendo o sucesso das crianças surdas em Matemática: uma intervenção precoce.** Anais da Conferência Interamericana de Educação Matemática, 13, Recife, 2011.

- [16] OLIVEIRA, N. M. P.; OLIVEIRA, R. F. S.; COSTA, W. C. L. **Formação de professores que ensinam matemática para estudantes surdos em uma escola pública de Marabá-PA.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 9. 2024, Natal, Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/326>. Acesso em: 14 out. 2025.
- [17] SANTOS, C. E. R.; GONÇALVES, J. S. **Impactos e dificuldades no processo de aprendizagem da Matemática durante a pandemia da COVID-19 a partir da visão de uma universitária surda.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 9. 2024, Natal, Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/214>. Acesso em: 14 out. 2025.
- [18] SANTOS, C. R.; BENITE, C. M. R.; PEREIRA, L. L. S. **O ensino de Matemática no contexto da surdez: dificuldades x formação continuada.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 9. 2024, Natal, Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/550>. Acesso em: 14 out. 2025.
- [19] SEGADAS C.; BERNARDO, F. G.; MOREIRA J. C.; BARBOSA, P. M.; GARCEZ, W. R. **Introduzindo a análise combinatória no ensino fundamental com adaptações para deficientes visuais e surdos.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [20] SILVA, E. L.; FERNANDES, S. H. A. A. **O diálogo surdo-ouvinte: caminhos para a inclusão.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 6. Pirenópolis, Goiás, 2015.
- [21] SILVA, S. C. D.; ALVARENGA, K. B. **O Papel do Intérprete de LIBRAS em aulas de matemática da EJA: desafios e estratégias interpretativas.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 9. 2024, Natal, Rio Grande do Norte. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/523>. Acesso em: 14 out. 2025.
- [22] SILVA, V. B.; VIANNA, C. C. S.; PINTO, G. M. F. **A inclusão do surdo no ensino superior: desafios de uma aula de Cálculo.** *In:* Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 8. 2021, Uberlândia, Minas Gerais. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/VIIIISIPEMvs2021/381504-A-INCLUSAO-DO-SURDO-NO-ENSINO-SUPERIOR--DESAFIOS-DE-UMA-AULA-DE-CALCULO>. Acesso em: 10 out. 2025.
- [23] SKOVSMOSE, Ole. **Inclusões, encontros e cenários.** *In:* Educação Matemática em Revista. 2019 ; Vol. 24, No. 6. p. 16-32.
- [24] UNESCO. **Declaração Mundial sobre Educação para Todos: Satisfação das Necessidades Básicas de Aprendizagem.** Jomtien, Tailândia, 1990. Disponível em: <https://www.unicef.org/brazil/declaracao-mundial-sobre-educacao-para-todos-conferencia-de-jomtien-1990>. Acesso em: 05 set. 2025.

- [25] UNESCO. **Declaração de Salamanca: sobre princípios, políticas e práticas, na área das necessidades educativas especiais**. Salamanca, Espanha, 1994. Disponível em: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000139394>. Acesso em: 05 set. 2025.
- [26] VIGAS, T. S. A.; PEIXOTO, J. L. B.; SILVA, F. S. **Educação matemática e surdez: um olhar sobre as tendências nas pesquisas nos anais do GT-13 dos últimos SIPEM**. In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática. 8. 2021, Uberlândia, Minas Gerais. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/VIIISIPEMvs2021/380073-EDUCACAO-MATEMATICA-E-SURDEZ--UM-OLHAR-SOBRE-AS-TENDENCIAS-NAS-PESQUISAS-NOS-ANAIS-DO-GT13-DOS-ULTIMOS-SIPEM>. Acesso em: 10 out. 2025.



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

Leitura Crítica e Matemática: A Interdisciplinaridade em Prática no PIBID

Pedro José Cestari Cândido, Ana Julia Oliveira Lúcio, Wesley Batista Mota, Prof^a Ms^a Jeniffer Marques Dias.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

d202110794@uftm.edu.br, d202410217@uftm.edu.br, d202410430@uftm.edu.br,
jeniffer.m.uftm@gmail.com

Resumo. O presente relato descreve a experiência de um dos núcleos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), Subprojeto Matemática, que atua na Escola Municipal Professora Terezinha Hueb de Menezes, onde foi elaborada e aplicada uma sequência didática voltada à divulgação científica no contexto escolar. A sequência utilizou uma reportagem jornalística sobre a crise climática para trabalhar conceitos matemáticos como razão, proporção e porcentagem, promovendo a leitura crítica e a interpretação de dados numéricos. Durante a execução, os alunos participaram de atividades de leitura guiada, resolução de questões e análise de gráficos. A experiência permitiu observar o engajamento dos estudantes, refletir sobre a prática docente, identificar desafios de planejamento, comunicação e trabalho em equipe, e fortalecer a confiança dos pibidianos na aplicação de atividades diferenciadas em sala de aula.

Palavras-chave: PIBID; Divulgação Científica; Educação Matemática.

Introdução

O presente relato descreve a experiência vivenciada durante a elaboração e aplicação de uma sequência didática voltada à divulgação científica, no contexto escolar, relacionada ao desenvolvimento de conteúdos matemáticos, realizada pelo núcleo da Escola Municipal Terezinha Hueb de Menezes, do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) – Subprojeto Matemática, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

O planejamento da sequência didática teve início com a participação do nosso subprojeto em evento, que reuniu os PIBIDIANOS de diferentes subprojetos, organizado pelo Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE) da UFTM, o qual foi organizado e desenvolvido quatro oficinas com diferentes propostas de metodologias de ensino.

Nosso núcleo, que na época estava vinculado à Escola Municipal Professora Esther Limírio Brigagão, participou como ouvinte da oficina sobre divulgação científica, na qual foram apresentados exemplos e estratégias de como abordar o tema em sala de aula. Durante a oficina, realizamos uma atividade prática que consistia em pensar em como levar um artigo científico para o ambiente escolar.

Essa proposta representou um grande desafio, uma vez que os artigos disponíveis na oficina não abordavam conteúdos matemáticos de forma direta. Assim, foi necessário pensar e ser criativos para relacionar o tema do artigo com habilidades matemáticas, sem fugir do assunto e mantendo a coerência. Apesar da dificuldade, essa experiência ajudou a ampliar nossa compreensão sobre as possibilidades de utilizar trabalhos e artigos científicos como recurso didático.

Desde esse primeiro momento, percebemos um dos principais desafios de trabalhar com artigos científicos na educação básica: a complexidade da linguagem. O vocabulário técnico e o estilo formal característicos desses textos podem ser bem desafiadores para os alunos lerem sozinhos. Por isso, considera-se fundamental que o professor leia junto com os alunos, auxiliando e mediando o entendimento, para que a leitura se torne menos complexa e o foco seja direcionado ao conteúdo – e não apenas à forma da escrita.

A leitura mediada de artigos científicos pode, inclusive, contribuir para familiarizar os alunos com um estilo de escrita mais formal e acadêmico, reduzindo o receio diante desse tipo de texto. Segundo Souza e Sedano (2021, p. 5) “A leitura também se apresenta como imprescindível para a apropriação da linguagem científica”, conforme as autoras, muitas vezes, a resistência à leitura científica está relacionada à percepção de que se trata de algo difícil ou inacessível. Contudo, é importante que o professor incentive os alunos a compreender que o objetivo principal da escrita é comunicar ideias e que o foco deve estar na mensagem transmitida. Nesse sentido, o papel do educador também envolve promover o desenvolvimento de leitores críticos e cidadãos conscientes, capazes de buscar informação e conhecimento por meio da leitura.

1 Desenvolvimento e Metodologia da Sequência Didática

Após essa etapa inicial, elaboramos uma sequência didática com o objetivo de aplicar os conhecimentos adquiridos na oficina. O foco foi promover a divulgação científica utilizando um artigo em sala de aula. Entre os principais desafios enfrentados durante a elaboração, destacou-se a questão do tempo. Enquanto os exemplos apresentados na oficina envolviam projetos de maior duração, com semanas de leitura e discussão, na escola, porém, não tínhamos esse tempo, pois existe uma organização interna a seguir, com cronogramas de avaliações e atividades interdisciplinares, e não poderíamos interromper o conteúdo previsto para aplicar a sequência.

Por isso, adaptamos a proposta para que fosse possível realizá-la em poucas aulas. Decidimos, então, utilizar uma reportagem jornalística em vez de um artigo científico, pela questão do tempo e por ser um texto mais próximo da realidade dos alunos, o que facilitaria o trabalho. Essa solução foi sugerida pela nossa supervisora, Prof^ª Ms^a Jeniffer Marques Dias, que encontrou um artigo que tratava exatamente sobre o uso de reportagens como forma de divulgação científica. O artigo, intitulado *O Texto de Jornal nas Aulas de Matemática no Ensino Fundamental*, de Carla Aparecida Melo Scheer, traz como resumo:

Através desta unidade didática propõe-se a utilização do texto de jornal nas aulas de Matemática como recurso para o trabalho com a resolução de problemas e interpretação de textos numa abordagem contextualizada. Está organizada em roteiros de atividades explorando conteúdos matemáticos presentes em diferentes reportagens com o objetivo de promover a leitura e interpretação dos textos e dos dados numéricos nelas presentes. (Scheer, 2013, p. 2).

Inspirados nessa proposta, escolhemos a reportagem “Brasil pode perder 18% do PIB até 2050 com a crise climática, diz estudo”, publicado pela CNN Brasil. Assim, planejamos uma sequência com poucas aulas, iniciando com uma introdução sobre o que é divulgação científica e o que caracteriza um artigo científico. Em seguida, realizamos a leitura coletiva de uma reportagem e elaboramos questões que relacionam o conteúdo do texto com os conceitos matemáticos que os alunos já haviam estudado, como razão, proporção e porcentagem, estabelecendo o vínculo entre o conteúdo curricular e o tema científico abordado.

Uma outra razão para a escolha de trabalhar com uma reportagem foi devido a necessidade do nosso núcleo mudar de escola parceira, devido a efetivação da Profª Msª Jeniffer Marques Dias. Anteriormente nosso núcleo frequentava a Escola Municipal Professora Esther Limírio Brigagão, e a partir do segundo semestre do ano de 2025 devolveremos nossas atividades na Escola Municipal Professora Terezinha Hueb de Menezes. Como não tínhamos conhecimento das turmas e nem qual ano de ensino a Profª Msª Jeniffer Marques Dias lecionará as aulas. Diante disso, foi orientado a planejar uma sequência didática sobre um tema que pudesse ser desenvolvido com qualquer ano do ensino fundamental II, desde o 6º ano até o 9º ano, por isso também juntamos todo o núcleo para desenvolver uma única sequência.

Para a aplicação a sequência foi dividida em algumas etapas, sendo: Uma aula introdutória sobre o que é divulgação científica; Leitura e discussão da reportagem sobre crise climática para extração de dados; Aula seguinte os alunos trabalharam a reportagem respondendo perguntas de acordo com o tema, utilizando os dados que foram extraídos anteriormente, sendo orientados e acompanhados durante o processo; E, por fim na última aula, seria realizada uma roda de conversa, com discussões sobre o tema trazido, envolvendo assim as perguntas respondidas na última aula.

Na prática, o núcleo do projeto foi dividido para a execução da sequência. Pedro Cestari e Wesley Batista ficaram responsáveis pelo primeiro dia, conduzindo a introdução e a apresentação sobre divulgação científica, além da leitura da reportagem. Ana Júlia ficou responsável pela etapa final — a roda de conversa. Os demais integrantes do núcleo ficaram encarregados de auxiliar os alunos na resolução das perguntas relacionadas à reportagem e na correção das respostas. No total, foram quatro dias de visita à escola com esse objetivo, sendo que cada membro do núcleo participou no dia correspondente à sua responsabilidade.

A aplicação da sequência didática configurou-se como o ponto central da experiência relatada neste artigo, pois representou a oportunidade de colocar em prática os fundamentos teóricos estudados e de observar, de forma direta, o comportamento dos alunos diante de uma proposta de ensino elaborada por nós. As atividades foram desenvolvidas entre os dias 23 e 25 de setembro de 2025, nas turmas do 8º ano D, 9º ano A, 9º ano B e 9º ano C da Escola Municipal Professora Terezinha Hueb de Menezes, sob supervisão da Profª Msª Jeniffer Marques Dias.

O foco da proposta foi explorar a presença da Matemática em textos jornalísticos, utilizando a leitura e a interpretação de reportagens como meio de desenvolver a análise crítica de dados, gráficos e informações numéricas. Durante a aplicação, observou-se que o nível de engajamento dos alunos variou entre as turmas, revelando tanto potencialidades quanto limitações do processo. Na turma do 9º ano C tivemos alguns problemas técnicos, com o projetor não reconhecendo o notebook, fazendo com que não conseguíssemos projetar a apresentação de slides, esse problema tomou quase toda a aula, sendo resolvido restando cerca de 20 minutos de aula. Assim, a turma já estava mais dispersa e tivemos pouco tempo para acalmar a turma e iniciar a aula. Já na turma do 9º ano A, com os problemas técnicos resolvidos, conseguimos seguir o planejamento original. Iniciamos a aula contextualizando o tema da reportagem e destacando como a Matemática está presente em diversas situações do cotidiano. Os estudantes mostraram-se receptivos e participaram ativamente das discussões, relacionando os dados da reportagem com conceitos matemáticos já estudados. Na turma do 9º ano B, a participação foi ainda mais expressiva. Os alunos demonstraram maior interesse pelo tema e facilidade em estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos e as informações apresentadas no texto jornalístico. Essa turma se destacou pela espontaneidade e pela capacidade de formular questionamentos pertinentes durante a aula. Nas turmas 9º ano A e 9º ano B, houve participação ativa, com questionamentos pertinentes e tentativas de relacionar os dados apresentados nos textos com situações reais. Entretanto na turma do 8º ano D, o envolvimento foi menor, pois era uma turma mais difícil e que dispersava-se com facilidade, desviando do tema várias vezes, tivemos, assim, muita dificuldade em trazer a turma para a discussão do tema proposto. Esses contrastes reforçam a ideia de que o sucesso da prática pedagógica depende não apenas do planejamento, mas também da capacidade de adaptação e leitura de contexto por parte do(a) professor(a).

Um desafio que mostra como o professor deve estar preparado para qualquer imprevisto foi a interdisciplinaridade do tema, a reportagem fala sobre crise climática, e tinha muitos outros aspectos que não eram do campo da matemática, dessa forma para a leitura da reportagem e até mesmo para desenvolver a aula era necessário ter um conhecimento prévio sobre. Durante a aula no 9º ano C, que foi a primeira turma a iniciarmos a aplicação da sequência, além dos problemas técnicos citados anteriormente, a falta de domínio e conhecimento do tema se mostraram uma questão, mas a partir da aplicação nas outras turmas isso foi sendo resolvido, conseguindo desenvolver melhor a aula.

Inicialmente devido a um imprevisto, não foi possível realizar a etapa final da roda de conversa, o que foi frustrante, pois saiu do planejamento inicial e impediu que tivéssemos um retorno dos resultados do trabalho. No dia previsto para essa atividade, as turmas dos nonos anos participaram de uma palestra promovida pela prefeitura sobre o “Setembro Amarelo” e a prevenção ao suicídio. Na semana seguinte, a escola concentrou-se na preparação e aplicação da avaliação externa do CAED, o que impossibilitou a retomada da sequência.

Dessa forma, a atividade não pôde ser concluída integralmente, e não foi possível coletar o feedback dos alunos, sendo uma etapa que será retomada futuramente, em vista do calendário das demais atividades previstas na escola. Mas a partir desses acontecimentos podemos ver que mesmo fazendo todo um planejamento o professor acaba sendo prejudicado por situações que fogem do seu controle, como palestras e eventos não previstos, assim como avaliações externas e exigências das escolas, dessa forma mesmo possuindo um planejamento ele pode acabar não sendo cumprido, ou sendo feito em partes, isso nos mostra que nem tudo depende exclusivamente do professor.

2 Considerações Finais

Apesar da parte final da sequência ainda não ter sido realizada, as demais etapas foram concluídas com sucesso. Foram realizadas a introdução e a leitura da reportagem, bem como a aplicação das perguntas feitas aos alunos e a correção de quase todas as respostas. Em algumas turmas mais agitadas, como o 8º ano D, não houve tempo suficiente para corrigir todas as questões. Além disso, a programação em outros dias também não ocorreu exatamente como o planejado — a leitura, por exemplo, não pôde ser feita completamente dentro do tempo previsto em todas as turmas e precisou ser continuada em outros dias.

Trabalhar em equipe tem desafios, e percebemos que o nosso maior foi a comunicação. Como cada um foi responsável por uma parte da sequência que dependia da execução da etapa anterior, ficou evidente o quanto a comunicação é essencial e o quanto ainda precisamos melhorá-la.

Mesmo com as dificuldades, a experiência foi bastante significativa, proporcionando uma boa noção sobre como os alunos reagiram à proposta e sobre a vivência dos pibidianos ao aplicar uma atividade diferente da rotina escolar. Esses imprevistos e a impossibilidade de finalizar a sequência também se mostraram ricos em aprendizado para nós, pibidianos, pois nos ensinaram sobre a

importância do planejamento, mas também sobre a necessidade do imprevisto diante de situações inesperadas.

Apesar das frustrações por não ter saído exatamente como o planejado e por termos que lidar com imprevistos, foi uma experiência significativa e positiva para o nosso aprendizado. Atividades como essa fortalecem nossa confiança em sala de aula, pois nos permitem assumir responsabilidades reais no processo de ensino, mesmo sob a supervisão da Prof^a Ms^a Jeniffer Marques. Essa vivência reforçou a importância da colaboração, da flexibilidade e da reflexão constante sobre a prática docente, contribuindo para nossa formação como futuros professores.

Referências

- [1] SOUZA, Caroline Batista Silva; SEDANO, Luciana. **O que se discute sobre a leitura e ensino de ciências na educação básica: Uma análise das pesquisas apresentadas no ENPEC.** Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, 2021. Disponível em: <<https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/26792/28979>>. Acesso em: 27 out. 2025.
- [2] SCHEER, Carla Aparecida Melo. **O texto de jornal nas aulas de Matemática no Ensino Fundamental.** Cadernos PDE, 2013. Disponível em: <https://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_ufpr_mat_pdp_carla_aparecida_melo_scheer.pdf>. Acesso em: 12 out. 2025.
- [3] CNN Brasil. **Brasil pode perder 18% do PIB até 2050 com crise climática, diz estudo.** CNN Brasil, 9 jun. 2025. Disponível em: <<https://www.cnnbrasil.com.br/internacional/brasil-pode-perder-18-do-pib-ate-2050-com-crise-climatica-diz-estudo/>>. Acesso em: 12 out. 2025.



**Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação
Licenciatura em Matemática**



**XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025**

ATIVIDADE INVESTIGATIVA SOBRE PADRÕES GEOMÉTRICOS COM FIGURAS

Maria Eduarda de Oliveira Regalo Silva, Laínny Vitória Ferreira Botelho, Cássia Valénia Gonçalves.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro

mariaeduardaregalosilva@gmail.com, lainny.vfb@gmail.com, cassiavalenia@gmail.com

Resumo. Este trabalho tem como objetivo relatar a experiência de elaboração e aplicação de uma sequência didática investigativa voltada ao estudo de padrões de crescimento em sequências geométricas, realizada com estudantes do 9º ano da Escola Municipal Uberaba. A atividade foi desenvolvida no contexto das Oficinas sobre Metodologias de Ensino baseadas nas Aprendizagens, promovidas pelos PIBIDs do ICENE, mais especificamente abordaremos sobre a metodologia investigação matemática que foi a oficina destinada ao núcleo. Trata-se de um relato qualitativo, de caráter exploratório, cujos dados foram produzidos por meio de observações em sala e registros reflexivos das autoras. Os resultados evidenciam o envolvimento dos alunos, o estímulo à autonomia e ao raciocínio lógico, além de contribuir para a formação docente das participantes. A experiência reforça o papel das metodologias ativas na construção de práticas pedagógicas mais significativas e na articulação entre teoria e prática no ensino de Matemática.

Palavras-chave: Ensino Investigativo; Formação docente; PIBID Matemática; Ensino Fundamental II..

Introdução

Em abril de 2025 aconteceram as Oficinas sobre Metodologias de Ensino baseadas nas Aprendizagens, um conjunto de oficinas organizadas com outros subprojetos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) que fazem parte do Instituto de Ciências Exatas, Naturais e da Educação (ICENE). Esse conjunto de oficinas nos deu a oportunidade de trabalhar com novas metodologias e aplicá-las nas turmas de atuação do PIBID.

O presente trabalho expõe, na forma de um relato de experiência, como foi a construção e aplicação de uma sequência didática baseada na metodologia de investigação e sua aplicação na turma do 9ºD da

Escola Municipal Uberaba. Além disso, também iremos discutir o resultado, enfatizando a participação dos alunos e como isso se alinhou com nossa expectativa quanto a aplicação da metodologia.

Destaca-se a importância do trabalho do Subprojeto PIBID Matemática nas escolas parceiras, de modo que os alunos construam um espaço para que possam treinar e testar algumas práticas docentes. Dessa forma, a realização dessa atividade é importante pois dá oportunidade aos alunos-bolsistas vivenciarem novas formas de dar aula e presenciar alguns desafios e potencialidades que podem ser vividos pelos professores quando é trabalhado algum novo tipo de metodologia.

A sequência didática construída tinha como objetivo compreender e analisar padrões de crescimento em sequências geométricas, relacionando-os a expressões algébricas, por meio da representação em malha quadriculada, da construção de tabelas e da formulação de expressões gerais a partir dos padrões identificados.

Assim, este trabalho buscou não apenas relatar uma experiência pontual, mas evidenciar a relevância de práticas formativas como as desenvolvidas no âmbito do PIBID para a construção da identidade docente e o aprimoramento do ensino de Matemática. A vivência com a metodologia de investigação através da atividade retirada da dissertação da Professora Supervisora Cássia, permitiu que as autoras compreendessem, na prática, os potenciais e desafios de propor aulas que incentivem a autonomia, o raciocínio lógico e a curiosidade dos alunos. Espera-se, portanto, que este relato contribua para refletir sobre como metodologias ativas podem transformar o processo de ensino-aprendizagem e fortalecer a relação entre teoria e prática na formação de futuros professores.

1 Metodologia

A metodologia adotada nesta sequência didática foi elaborada com base em uma abordagem investigativa, que busca promover a construção do conhecimento matemático a partir da observação, da experimentação e da reflexão dos próprios estudantes, assim como afirmam Ponte et al. (1998):

As atividades de investigação contrastam claramente com as tarefas que são habitualmente usadas no processo de ensino aprendizagem, uma vez que são muito abertas, permitindo que o aluno coloque as suas próprias questões e estabeleça o caminho a seguir. Numa investigação parte-se de uma situação que é preciso compreender ou de um conjunto de dados que é preciso organizar e interpretar. A partir daí formula-se questões, para as quais se procura fazer conjecturas. O teste destas conjecturas e recolha de mais dados pode levar a formulação de novas conjecturas ou à confirmação das conjecturas iniciais. (Ponte et al, 1998, p.10).

A pesquisa qualitativa, caracterizada por Garnica (2004), apresenta características como a transitoriedade de seus resultados, a impossibilidade de uma hipótese a priori cujo objetivo será comprovar ou refutar, a não neutralidade do pesquisador no processo interpretativo, a constituição das compreensões numa trajetória em que essas mesmas compreensões podem ser (re)configuradas, e a impossibilidade de estabelecer regulamentações em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Os dados aqui apresentados foram coletados durante três aulas de 50 minutos, com a participação de 28 estudantes do 9º ano, organizados em duplas. Os instrumentos utilizados incluíram registros fotográficos das produções dos alunos nas malhas quadriculadas e tabelas, além de anotações reflexivas feitas pelos bolsistas do PIBID após as aulas, registrando observações relevantes e algumas dificuldades que foram encontradas.

É importante ressaltar que, como apontam Clímaco (2024) e Almouloud (2022), a metodologia qualitativa em Educação Matemática requer uma postura investigativa “sempre renovada”, adaptada a cada problema e objeto de estudo específico. Nesse sentido, a perspectiva da Complementaridade otteana, aliada aos princípios da Semiótica, foi adotada como base teórica para compreender os processos de significação matemática observados ao longo da atividade.

A partir disso, buscamos elaborar uma sequência em que os alunos realmente pudessem assumir esse papel ativo na construção do conhecimento, de forma que eles pensem como investigadores, levantando hipóteses, comparando resultados e refletindo sobre os caminhos percorridos, em vez de apenas reproduzirem procedimentos prontos. Dessa forma, buscamos por um copilado de atividades disponibilizados por Vieira (2023).

Inicialmente, os alunos foram convidados a explorar padrões de crescimento em sequências geométricas, utilizando malhas quadriculadas para representar visualmente a evolução das figuras ao longo das etapas. Essa atividade, retirada da dissertação de Vieira (2023), tem o intuito de despertar a curiosidade e favorecer a percepção de regularidades, permitindo que os estudantes identifiquem, de forma autônoma, como os elementos se organizam e se multiplicam. Após essa fase de observação, os alunos foram orientados a realizar as representações da etapa seguinte na malha quadriculada disponibilizada pelas professoras, de forma a registrar e construir seu raciocínio de maneira visual. Além disso, os alunos também registraram suas descobertas em tabelas, estabelecendo relações entre o número da etapa e a quantidade total de elementos. Esse foi um processo fundamental para a percepção da estrutura de crescimento presente nas sequências.

Na sequência, foi proposta a formulação de expressões gerais, construídas a partir dos padrões identificados coletivamente. A discussão em grupo foi incentivada, de modo que os estudantes pudessem comparar diferentes estratégias, argumentar e validar suas ideias por meio da socialização dos resultados. Assim, a metodologia de investigação matemática mostrou-se uma metodologia adequada, tanto para a turma quanto para as professoras em formação pelo envolvimento e empenho durante a realização. Ao explorar padrões e construir suas próprias conclusões, os estudantes se tornaram mais curiosos e participativos, percebendo sentido naquilo que aprendiam. Para nós, foi uma oportunidade de ver a matemática acontecer de forma viva, com diálogo, trocas e descobertas compartilhadas.

2 Análise/Conclusão

Ao retomar o objetivo principal da sequência didática, é possível perceber que a proposta trouxe resultados satisfatórios, tanto para os alunos quanto para nós, bolsistas do PIBID. A metodologia de Investigação, conforme destacam Ponte et al. (1998), possibilitou que os estudantes se tornassem protagonistas do próprio processo de aprendizagem, desenvolvendo autonomia, curiosidade e capacidade de reflexão ao longo da atividade.

Durante a aplicação, notamos que os alunos se envolveram cada vez mais com as tarefas, especialmente quando perceberam que poderiam levantar hipóteses, testar suas ideias e discutir os resultados com os colegas.

Figura 1 - Atividade

ESCOLA MUNICIPAL UBERABA

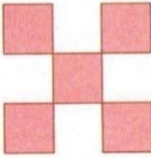
ATIVIDADE SOBRE PADRÕES DE SEQUÊNCIAS - 9º ANO

Professoras: Maria Eduarda e Laínnny (PIBID Matemática - Profa. Cássia Valênia)

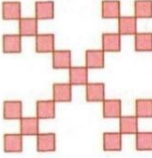
A sequência de figuras apresenta as etapas da composição de uma figura geométrica:



Etapa 1



Etapa 2



Etapa 3

a) Utilizando a malha quadriculada construa a figura correspondente à próxima etapa desta sequência.

b) Faça uma tabela relacionando a etapa e o número de quadradinhos necessários para a sua construção.

c) Qual o total de quadradinhos na etapa 4 e 5? E na etapa 6?

d) Construa uma tabela indicando a etapa e o número de quadradinhos em cada etapa.

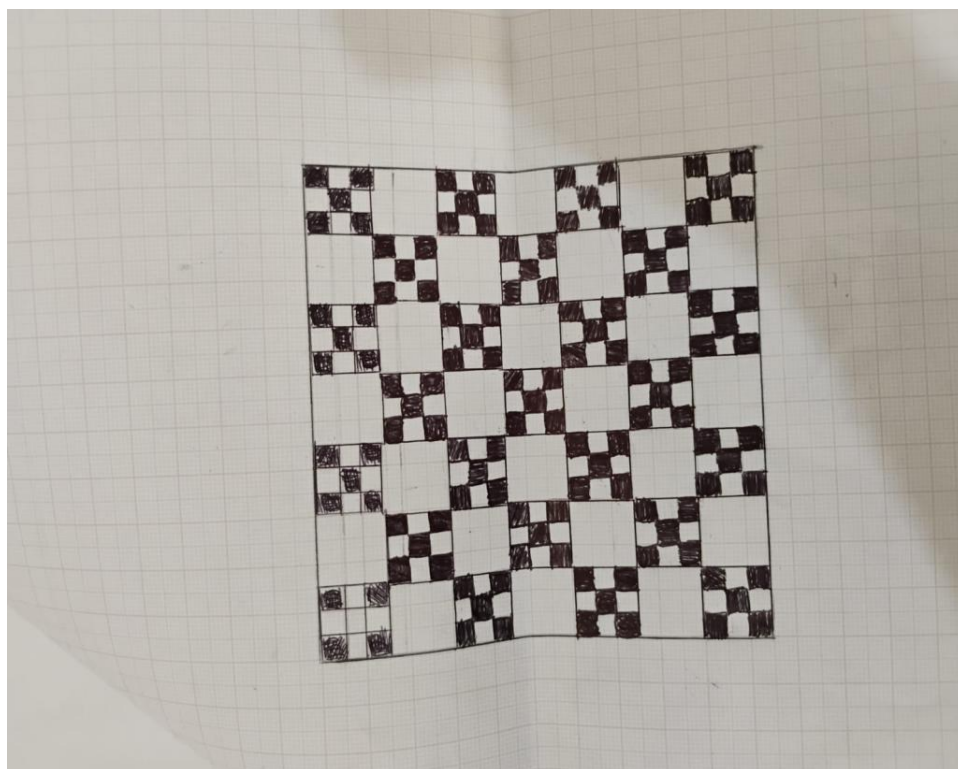
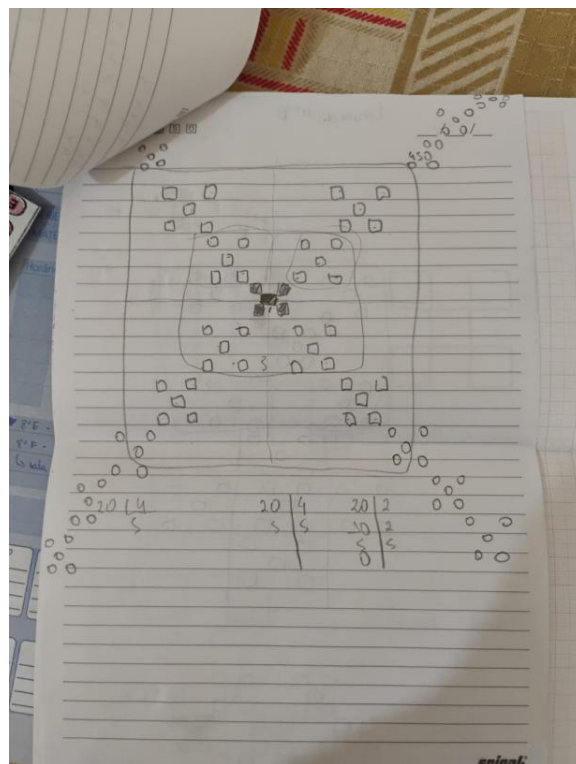
e) É possível generalizar uma lei para obter o número de quadradinhos existentes na figura da n-ésima etapa?

f) Represente graficamente os valores obtidos na tabela no item (d).

Fonte: Acervo das autoras.

A dupla X desenvolveu um raciocínio a frente do conteúdo proposto, conseguindo associar progressão geométrica sem ao menos ter tido contato com esse conteúdo. Esses alunos fizeram o uso de ferramentas algébricas, de modo a conseguir chegar no resultado da quantidade total de quadrados antes de construir sua representação visual na malha quadriculada. O que difere completamente do pensamento e construção do restante da turma, que apesar de buscarem estratégias diferenciadas, todas os levaram ao caminho que foi o pensamento visual e geométrico.

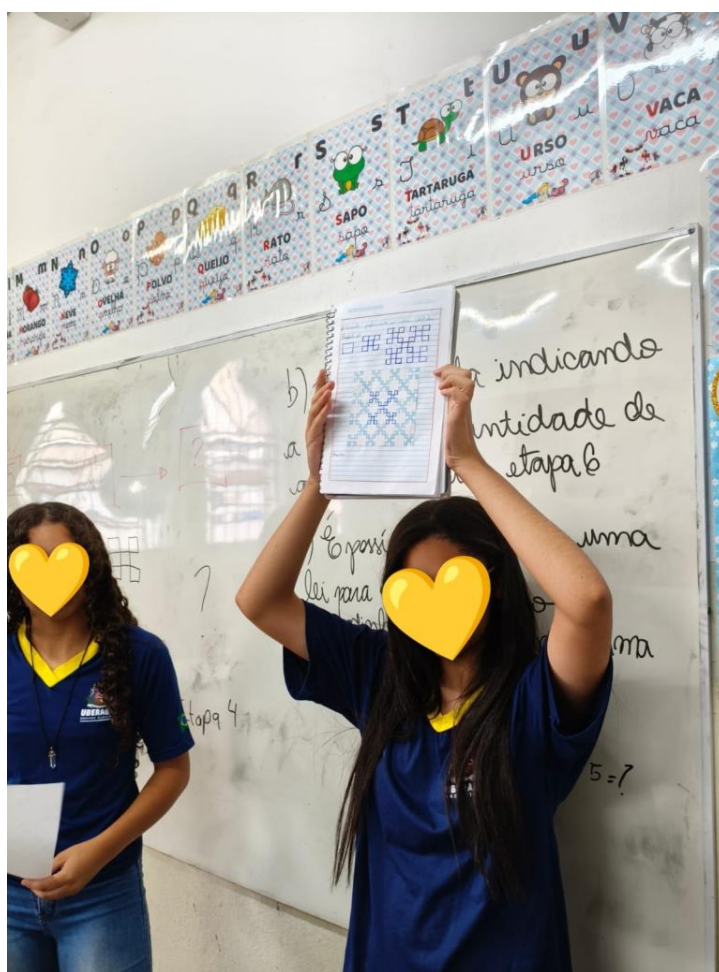
Figuras 2 e 3 - Dupla X



Fonte: Acervo das autoras.

Outro ponto que nos chamou a atenção foi que a dupla Y, apesar de ter apresentado dificuldade para desenvolver esse pensamento algébrico para encontrar a quantidade total de quadrados, representou a sequência na malha quadriculada da forma esperada.

Figura 4 - Dupla Y



Fonte: Acervo das autoras.

Essa postura investigativa tornou a aula dinâmica e colaborativa, favorecendo a construção do conhecimento matemático de forma concreta. Foi interessante observar como o diálogo e o trabalho colaborativo contribuíram para que os alunos entendessem conceitos que, muitas vezes, são vistos como difíceis ou abstratos. Enquanto pibidianas, essa experiência foi extremamente enriquecedora. Pudemos vivenciar na prática o desafio e, ao mesmo tempo, o prazer de aplicar uma metodologia diferente, que valoriza o pensamento do aluno e o processo de descoberta. Essa vivência também nos fez refletir sobre

o papel do professor como mediador, que orienta, provoca questionamentos e cria um ambiente onde o erro é visto como parte natural do aprendizado.

Acreditamos que essa atividade contribuiu não apenas para a aprendizagem dos alunos, mas também para nossa formação docente. O PIBID tem nos proporcionado momentos como esse, em que podemos colocar em prática os conhecimentos adquiridos na universidade e refletir sobre a realidade escolar.

Referências

- [1] ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2022.
- [2] BONOTTO, A. K.. **Ensino e Aprendizagem da Função Exponencial por Meio de Atividades Investigativas e do Uso de Objeto de Aprendizagem (Dissertação)** Centro Universitário Franciscano - RS, 2015. Páginas 119-123.
- [3] CLÍMACO, I. C. S. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática: fundamentos e práticas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2024.
- [4] GARNICA, A.V.M. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro. 2004.
- [5] PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., & SEGURADO, I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1998. Disponível em: <
https://www.researchgate.net/publication/261178171_Historias_de_investigacoes_matematicas >
Acesso em: 10 out 2025.
- [6] VIEIRA, C. V. G. **A educação algébrica no contexto de aulas exploratório-investigativas em matemática nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio: um estado do conhecimento de teses e dissertações brasileiras**. 2023. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2023..



Aplicação de uma Atividade para o Ensino de Geometria: Investigando o Volume de um Cilindro, utilizando Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) e Materiais Concretos

Flaviane Stella Gonzaga Stort, Marcela Luciano Vilela de Souza.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro.
stortflaviane@gmail.com, marcela.souza@uftm.edu.br

Resumo. O presente trabalho apresenta um relato de experiência sobre a aplicação de uma proposta de atividade para o ensino em Geometria, que integra o uso de Materiais Concretos e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs). A iniciativa visa o desenvolvimento de habilidades essenciais como pensamento crítico, comunicação, e competências digitais e manuais, alinhando-se às diretrizes curriculares do Brasil, para fomentar o protagonismo dos estudantes na construção do conhecimento. A atividade foi desenvolvida para explorar o conceito de volume de um cilindro circular reto no Ensino Fundamental (EF), priorizando o entendimento intuitivo antes da formalização matemática, em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). A metodologia empregou a criação de sete cilindros com volumes variados e proporcionais, utilizando uma impressora 3D. A aplicação ocorreu em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental (EF), em uma Escola Municipal de Uberaba, Minas Gerais, com abordagem de uma aprendizagem colaborativa e cooperativa, e de um ensino investigativo. Através do *feedback* dos alunos e da nossa observação, foi possível perceber que a abordagem lúdica e manipulável facilitou a compreensão e aumentou o interesse pelo conteúdo, além de comprovar a potência de metodologias ativas em tornar os alunos protagonistas do seu próprio aprendizado.

Palavras-chave. *GeoGebra*; Cilindro; Impressora 3D; Materiais Concretos; Ensino Fundamental.

Introdução

O uso de Materiais Concretos e das TDICs (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação) incentiva os alunos a desenvolverem habilidades como: pensamento crítico, resolução de problemas, comunicação, competências digitais e manuais (Portugal, 2001; Brasil, 2018). Tudo isso auxilia no ensino e aprendizagem de matemática.

E com essa ideia, desenvolvemos uma proposta de atividade, que será brevemente apresentada neste trabalho, e relataremos nossa experiência ao aplicá-la em sala de aula.

A atividade foi motivada para que os estudantes sejam "protagonistas de seu próprio processo de escolarização, reconhecendo-os como interlocutores legítimos sobre currículo, ensino e aprendizagem" (Brasil, 2018, p. 463), enquanto o professor cumpre o papel de mediador do ensino, em busca de proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais efetiva e contextualizada.

Sabemos que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe que as TDICs estejam aliadas no desenvolvimento das competências e habilidades, além de entendermos sobre a importância da integração delas na educação Matemática. Com o objetivo desta integração, propomos contemplar o uso de TDICs para o desenvolvimento de uma atividade para aplicação em sala de aula, não apenas para a adição de ferramentas tecnológicas, mas para colaborar e motivar com uma transformação na forma como ensinamos e aprendemos, com o intuito de estimular o raciocínio, o trabalho em equipe, o protagonismo do aluno e a concepção de estratégias de resolução com propostas de solução de atividades e problemas. Ball e Forzani (2009) ressaltam que as TDICs oferecem uma oportunidade única para criar ambientes de aprendizagem centrados no aluno. Dessa forma, as escolas precisam estar melhor preparadas para ensinar sobre e por meio das tecnologias digitais, ferramentas que devem servir aos estudantes, professores e gestores (UNESCO, 2023, p. 10).

A metodologia foi pensada de modo a promover a participação ativa dos estudantes em todas as etapas do processo de aplicação da atividade. Para isso, foram criados cilindros utilizando a impressora 3D, do Laboratório de Informática e Matemática Computacional (LIMC) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), para a aplicação da atividade na Escola Municipal Padre Eddie Bernardes, localizada no bairro Cartafina, na cidade de Uberaba, Minas Gerais, em uma turma de 25 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental (EF).

Este trabalho consiste em um relato de experiência sobre a aplicação de uma proposta de atividade, no intuito de verificar se essa iniciativa de fato torna os alunos protagonistas do seu próprio aprendizado.

1 Desenvolvimento

Nesta seção, explicaremos brevemente sobre a Proposta de Atividade, que foi publicada nos anais do 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática (Stort; Souza, 2024). A atividade busca desenvolver o conceito de volume de um cilindro circular reto e é destinada a alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental (EF), mas é adaptável ao Ensino Médio. A atividade está alinhada com as habilidades da BNCC, priorizando o desenvolvimento intuitivo do volume antes da aplicação da fórmula matemática.

1.1 Proposta da Atividade

A proposta é estruturada em oito etapas distribuídas em duas aulas de 50 minutos, utilizando sete cilindros, nomeados por C , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 e C_6 , construídos por uma impressora 3D, em que o Cilindro Base chamamos de C , com volume V e os demais cilindros foram obtidos em função de C , onde

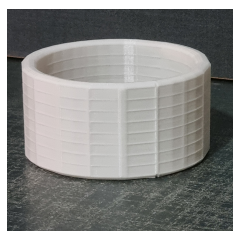
- Cilindro com o dobro do Raio de C , nomeado C_1 , com volume V_1 .
- Cilindro com a metade do Raio de C , nomeado C_2 , com volume V_2 .
- Cilindro com o dobro da Altura de C , nomeado C_3 , com volume V_3 .
- Cilindro com a metade da Altura de C , nomeado C_4 , com volume V_4 .
- Cilindro com o dobro do Raio e a metade da Altura de C , nomeado C_5 , com volume V_5 .
- Cilindro com a metade do Raio e o dobro da Altura de C , nomeado C_6 , com volume V_6 .

Figura 1: Cilindro Base (C)



Fonte: Stort e Souza, 2024.

Figura 2: Cilindros C_1 , C_2 e C_3



(a) C_1



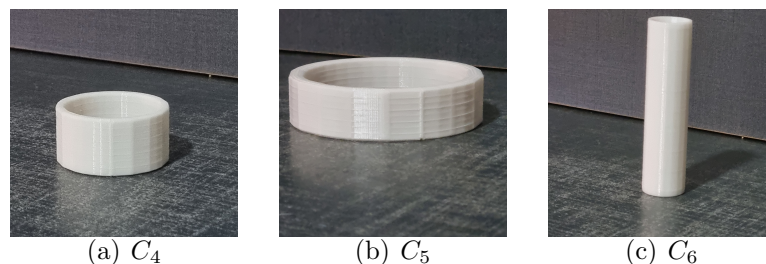
(b) C_2



(c) C_3

Fonte: Stort e Souza, 2024.

Figura 3: Cilindros C_4 , C_5 e C_6



Fonte: Stort e Souza, 2024.

A atividade se divide em duas fases principais, onde cada fase é realizada em uma aula de 50 minutos, totalizando duas aulas de 50 minutos para o cumprimento da atividade.

Fase 1 (Etapas 1 a 7) com duração de 50 minutos:

Etapa 1: Nesta etapa, os alunos serão divididos em grupos de 3 ou 4 membros e deverão investigar sobre a teoria de cilindro, superfície de revolução e cilindro como uma superfície de revolução, anotando suas respostas.

Etapa 2: Os alunos deverão registrar uma ordem do maior para o menor volume dos cilindros C ao C_4), apenas observando. Espera-se que cheguem à conclusão de que $V_1 > V_3 > V > V_4 > V_2$.

Etapa 3: Em seguida, eles farão a conferência da ordem usando material de preenchimento (milho ou isopor), apenas utilizando a noção do espaço preenchido para representar o volume.

Etapa 4: Logo após, eles devem fazer uma investigação da fórmula do volume, com medição de raio e altura, para o cálculo do volume e conferência da ordem estabelecida nas etapas anteriores.

Etapa 5: Fazer uma análise e comparação dos volumes de cilindros alterados (dobrando/reduzindo o raio ou altura) com o cilindro base C , explorando as relações

$$V_1=4.V; V_2=\frac{V}{4}; V_3=2.V; V_4=\frac{V}{2}.$$

Etapa 6: Entrega dos 2 cilindros restantes (C_5 e C_6) para cada grupo, para a investigação dos volumes, conforme as etapas anteriores. Espera-se que os grupos cheguem mais rapidamente à conclusão de que $V_5 > V_6$.

Etapa 7: Formalização da teoria pelo docente, além da resolução e discussão dos resultados.

Fase 2 (Etapa 8) com duração de 50 minutos:

Etapa 8: Produção dos cilindros utilizando o *software GeoGebra* para criar o modelo do cilindro C e, se possível, utilizar a impressora 3D para imprimi-los.

2 Aplicação da atividade

Para a aplicação da atividade, criamos os cilindros e as tampas na fatiadora 3D, necessária para a criação das peças em arquivos adequados para a leitura da impressora 3D, separando em dois kits de cilindros - o kit maior, onde o cilindro C tem 3 cm de raio e 6 cm de altura, e o kit menor, onde o cilindro C tem 2 cm de raio e 4 cm de altura, e os demais cilindros proporcionais, conforme dimensões citadas anteriormente. Depois, imprimimos todos os materiais necessários (os cilindros e as tampas, totalizando em 84 peças impressas), e colamos as tampas em uma das bases de cada cilindro, para possibilitar a medição do volume com o preenchimento do material. Em seguida, separamos 6 kits completos para os alunos, com cada kit contendo os 7 cilindros ($C, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$), um bloco de notas, caneta, lápis, régua, o material para preenchimento (sagu e milho de canjica, no nosso caso), um pôster sobre a universidade e um funil para os kits pequenos.

A nossa atividade foi aplicada na Escola Municipal Padre Eddie Bernardes, localizada no bairro Cartafina, na cidade de Uberaba, Minas Gerais, em uma turma de 25 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental (EF).

2.1 Percepções obtidas

Fase 1 (Etapas 1 a 7):

Etapa 1: Para a etapa 1, os alunos foram levados ao laboratório de informática da escola. Devido à estrutura do laboratório, que continha apenas 12 computadores funcionando, optamos por montar 6 grupos para que cada grupo participasse com dois computadores. Os alunos foram divididos em 5 grupos de 4 membros e 1 grupo com 5 membros. Depois, eles investigaram, por meio de uma pesquisa pelo computador, sobre a teoria de cilindro circular reto, superfície de revolução e cilindro como uma superfície de revolução, e como o esperado, eles copiaram a primeira resposta que encontraram, resultando em todas as respostas iguais e também em percepções iguais.

Etapa 2: Para a etapa 2, foi entregue o kit com os 5 primeiros cilindros (C, C_1, C_2, C_3, C_4), e a partir de observações, sem cálculos, os alunos deveriam ordenar os cilindros do maior volume para o menor volume. E diferente do esperado, em que achávamos que alguns grupos errariam nesta etapa, todos eles acertaram a ordem.

Etapa 3: Para a etapa 3, foram entregues o milho de canjica e o sagu para a

conferência da ordem estabelecida anteriormente. Como todos os grupos já acertaram na etapa anterior, a ordem estabelecida não foi alterada.

Etapa 4: Para a etapa 4, os alunos deveriam investigar sobre a fórmula do volume de um cilindro circular reto, fazer a medição da altura e do raio da base e encontrar o volume de cada cilindro para verificar as duas etapas anteriores. Diferente do esperado, todos os alunos já sabiam o valor do π e substituíram na fórmula do volume, mas pedimos para eles deixarem em função do π . A maioria teve o conhecimento de que o valor do diâmetro não era o valor do raio, e para encontrá-lo deveriam dividir o diâmetro por dois, mas percebemos que dois grupos estavam utilizando o valor do diâmetro no lugar do raio, o que resultou em valores equivocados do volume, mas a ordem continuou a mesma. E como nas etapas anteriores eles já haviam acertado a ordem do maior volume para o menor, eles não alteraram após a medição.

Etapa 5: Para a etapa 5, eles deveriam estabelecer uma relação dos volumes dos cilindros C_1 , C_2 , C_3 e C_4 com o cilindro C. E como o esperado, alguns alunos relacionaram os cilindros de tal forma para não trabalhar com frações:

- C_2 cabe 4 vezes no C.
- C_4 cabe duas vezes no C.
- C cabe 2 vezes no C_3 .
- C cabe 4 vezes no C_1 .

Mas o desejado era de que eles registrassem:

$$V_1=4.V; V_2=\frac{V}{4}; V_3=2.V; V_4=\frac{V}{2}.$$

Etapa 6: Para a etapa 6, foram entregues os últimos cilindros do kit (C_5 e C_6), para que os alunos estabelecessem a ordem de maior volume para o menor, da forma que preferissem. Como o esperado, cada grupo fez a conferência com o preenchimento ou com a medição, e chegaram no mesmo resultado.

Etapa 7: Para a etapa 7, foi feita a formalização do conteúdo, em que apresentamos a resolução das etapas anteriores e fizemos alguns questionamentos sobre o porquê do cilindro C_1 ter o volume maior que o do C_3 , sendo que os dois são obtidos dobrando ou o raio ou a altura, respectivamente. E após o questionamento, os alunos perceberam que, na situação, o valor do raio modificava mais drasticamente o volume do cilindro do que o valor da altura, já que na fórmula, o raio está elevado ao quadrado e a altura não. Pedimos para que os alunos fizessem a mesma análise e reflexão para os cilindros C_5 e C_6 .

Fase 2 (Etapa 8):

Etapa 8: Para a etapa 8, já havíamos configurado todos os computadores com o *GeoGebra*, então os alunos já entraram direto no *software*. Seguimos o passo a passo, projetando, em tempo real, em um computador para os alunos seguirem, tendo em vista que eles não conheciam o *software*. Enquanto realizávamos todas as etapas, deixamos algumas peças imprimindo, pois levamos a impressora Creality 3D CR-200B, do Laboratório de Informática e Matemática Computacional (LIMC) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) para a escola, a fim dos alunos terem conhecimento sobre ela. E ao final da aula, alguns alunos se interessaram sobre o funcionamento da impressora e ficaram conversando com a gente sobre a mesma e sobre a universidade, que disseram não saber que era gratuita.

Figura 4: Mostrando o funcionamento da impressora 3D na escola



Fonte: De autoria própria.

Figura 5: Aplicação da atividade



Fonte: De autoria própria.

3 Considerações Finais

O presente trabalho, ao relatar a aplicação da proposta de atividade de Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental, confirmou a eficácia da integração de Materiais Concretos e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) como mediadoras de um processo de ensino-aprendizagem ativo.

As percepções obtidas durante as duas fases da atividade demonstram que o contato direto com os cilindros, o uso de preenchimento e a posterior análise das relações de volume instigaram o pensamento crítico dos estudantes, levando-os a concluir intuitivamente, e depois formalmente, que a alteração do raio impacta o volume de forma mais significativa do que a alteração da altura.

O *feedback* positivo dos alunos, que relataram maior facilidade em lidar com o conteúdo de forma lúdica em comparação com métodos tradicionais, aliada à curiosidade

demonstrada pela impressora 3D e o *GeoGebra*, valida a importância de metodologias ativas e contextualizadas.

Reconhecemos as dificuldades ou resistência dos professores em utilizar as TDICs por conta dos equipamentos necessários e estrutura física da escola, e até mesmo a formação do professor, por conta de inseguranças com tecnologias. Dessa forma, esse trabalho incentiva professores a utilizarem duas metodologias ativas, TDICs e materiais concretos, podendo adaptar a proposta diante da realidade da escola. Temos outra proposta sendo produzida, envolvendo as TDICs e os materiais concretos, que também pode ser utilizada por professores, dando continuidade a essa pesquisa.

Conclui-se, portanto, que a proposta de atividade cumpriu seu papel de auxiliar na compreensão do conceito de volume de cilindros, ao mesmo tempo em que desenvolveu habilidades essenciais. Este relato de experiência reforça a necessidade de o professor atuar como mediador, proporcionando aos estudantes experiências ricas que os tornem, de fato, agentes ativos na construção do seu próprio conhecimento.

Referências

- [1] BALL, D. L.; FORZANI, F. M. **The Work of Teaching and the Challenge for Teacher Education**. Journal of Teacher Education, 60(5), 497-511, 2009.
- [2] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- [3] PORTUGAL. Ministério da Educação. **Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais**. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica, 2001.
- [4] STORT, F. S. G.; SOUZA, M. L. V. **Uma Proposta de Atividade para o Ensino de Geometria Utilizando o *Software GeoGebra* e uma Impressora 3D**. In: Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, 7º, 2024, Campinas. Anais do 7º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, 2024, p. 62-66.
- [5] UNESCO. **A tecnologia na educação: Uma Ferramenta a Serviço de Quem?**. Relatório de Monitoramento Global da Educação - Resumo, 2023. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000386147_por. Acesso: 24 out. 2025.



Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Instituto de Ciências Exatas, Naturais e
Educação
Licenciatura em Matemática



XIV Semana da Matemática UFTM
04 a 07 de novembro de 2025

Detetives da Geometria: Um Relato de Experiência sobre a Construção de Fórmulas de Área.

Marina Machado Costa, Zhu Oi Yu, Cássia Valência Gonçalves.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro,
Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

d202410216@uftm.edu.br, zhuoiyu21@gmail.com, cassiavalencia@gmail.com

Resumo: Este artigo relata uma experiência pedagógica desenvolvida com uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental no âmbito do Programa Institucional de Iniciação à Docência (PIBID) focada no ensino de áreas de figuras planas. Diante da dificuldade dos alunos com a aprendizagem matemática baseada na memorização, a proposta, intitulada “Investigando Áreas Escondidas”, teve como objetivo promover uma compreensão dos conceitos geométricos por meio de uma abordagem investigativa. A metodologia, fundamentada nos princípios da Investigação Matemática de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), foi estruturada em uma sequência didática que envolveu a manipulação de materiais concretos, a decomposição e composição de figuras, e a socialização das descobertas em grupo. Os resultados, coletados por meio de observação e registros, apontaram engajamento dos estudantes, que assumiram um papel de protagonistas na construção do conhecimento ao formularem hipóteses e deduzirem as fórmulas de área. Conclui-se que a prática investigativa se mostrou eficaz para a aquisição do conhecimento e para o desenvolvimento de competências como raciocínio, colaboração e argumentação.

Palavras-chave: investigação matemática; ensino de Geometria; metodologias ativas.

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática muitas vezes enfrenta o desafio de superar a imagem de uma disciplina abstrata e baseada na memorização de regras e fórmulas, uma abordagem que se mostra improdutiva e distante para muitos alunos. Essa percepção foi identificada como um obstáculo em uma turma do 9º ano F do Ensino Fundamental, que apresentava dificuldades de engajamento e compreensão em vários aspectos da disciplina. Este relato de experiência emerge de um projeto desenvolvido no âmbito da formação docente na Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) juntamente com o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), cujo núcleo de trabalho se debruçou sobre a metodologia da Investigação Matemática, abordagem defendida por autores como Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) como um processo no qual os alunos exploram situações abertas, formulam conjecturas e constroem ativamente o conhecimento.

A proposta, intitulada "Investigando Áreas Escondidas", foi delineada não apenas para lecionar o conteúdo de áreas de figuras planas, mas para fazê-lo sob uma perspectiva investigativa, substituindo a abstração por uma experiência de aprendizado pela prática. Além disso, a sequência didática foi planejada como uma retomada de conteúdo, visando consolidar conhecimentos essenciais para avaliações de larga escala, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

O objetivo central foi conectar o novo conhecimento a um conceito que os alunos provavelmente já dominavam o cálculo da área de um retângulo. A partir dessa base, a metodologia permitiu que eles mesmos construíssem o entendimento das fórmulas por meio da manipulação do material, decomposição e composição de figuras. A intenção era que, ao formularem hipóteses e descobrirem as relações de área por si mesmos, os estudantes desenvolvessem uma assimilação completa, transitando para o que Skemp (1976) denomina entendimento relacional. Esse entendimento diz respeito à capacidade de compreender os conceitos matemáticos em suas inter-relações, reconhecendo os princípios que orientam as operações realizadas. Assim, o aprendizado passa a envolver a construção de significados, permitindo que o estudante estabeleça conexões entre ideias e utilize o conhecimento de forma coerente com a situação proposta.

2 METODOLOGIA

O presente relato de experiência descreve uma prática pedagógica de caráter

investigativo, desenvolvida em uma turma de 9º ano do ensino fundamental, especificamente o 9º ano F, na Escola Municipal Uberaba. A proposta, intitulada “Investigando Áreas Escondidas”, teve como objetivo promover a compreensão dos conceitos de área de figuras planas por meio da aprendizagem ativa e investigativa, incentivando os estudantes a construir fórmulas e relações geométricas a partir de situações práticas e de descobertas coletivas.

A atividade foi estruturada como uma sequência didática de investigação matemática, fundamentada nos princípios da Investigação Matemática (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2009), abordagem que valoriza o raciocínio exploratório e a resolução de problemas. Trabalhamos com cerca de 25 alunos, com a média de idade de 13 a 15 anos, que foram organizados em duplas e trios. O papel exercido por nós, como bolsistas do PIBID, foi o de mediadoras e orientadoras, conduzindo os desafios e instigando a reflexão, sem fornecer respostas prontas.

O processo da sequência didática se desenvolveu em quatro momentos principais: preparação para a investigação, realização das missões geométricas, socialização das descobertas e realização da folha de atividades, foram necessárias três horas-aula para a aplicação e desenvolvimento das atividades.

O primeiro momento teve como foco a ativação dos conhecimentos prévios e a contextualização do desafio proposto. Iniciou-se com uma breve discussão sobre os conceitos de área e das estratégias utilizadas para calcular a área de um retângulo. A partir disso, os alunos foram provocados com a ideia de se tornarem “detetives geométricos”, assumindo o papel de investigadores do conhecimento. Essa etapa foi essencial para despertar o interesse, estabelecer uma conexão com o conteúdo já conhecido e preparar a turma para o processo de exploração e descoberta, criando um ambiente de curiosidade e colaboração em sala de aula.

No segundo momento, os alunos foram organizados em pequenos grupos e convidados a resolver três desafios investigativos denominados “missões geométricas”, cada uma voltada à descoberta da área de uma figura diferente: triângulo, paralelogramo e trapézio. Foram disponibilizados para os alunos papel quadriculado de 1cmx1cm, régua e tesouras. Os grupos desenharam as figuras, realizaram recortes, composições e decomposições, formulando hipóteses sobre as relações entre as áreas. Nós conduzimos os questionamentos e auxiliamos na sistematização das ideias, sem antecipar respostas. Essa etapa foi marcada por intensa interação, experimentação e raciocínio coletivo, consolidando o caráter investigativo da proposta.

O terceiro momento consistiu na apresentação das descobertas realizadas por cada grupo. Os estudantes compartilharam suas estratégias, explicações e

composições realizadas, comparando diferentes formas de raciocínio para resolver os desafios, além de explorar diferentes perspectivas geométricas. Essa socialização favoreceu a argumentação e a escuta ativa, permitindo que os alunos pudessem confirmar ou reformular suas hipóteses à luz das contribuições dos colegas. Nós atuamos como facilitadoras da discussão, conduzindo a formalização das ideias e assim caminhando juntos para a sistematização das fórmulas oficiais das áreas das figuras planas, facilitando a visualização do processo de composição das fórmulas, de modo que os alunos reconhecessem nelas o resultado de suas próprias investigações.

Figura 1-A investigação matemática em prática: estudantes assumindo o protagonismo na descoberta das fórmulas de área.



Fonte: autoria própria

Por fim, a quarta etapa foi dedicada à consolidação do aprendizado por meio da resolução de uma folha de atividades, composta por situações-problema que retomavam os conceitos explorados durante a investigação. Esse momento teve caráter avaliativo e reflexivo, permitindo verificar a compreensão dos estudantes sobre as relações entre as figuras e as estratégias de cálculo das áreas. A atividade serviu também para reforçar a autonomia dos alunos na aplicação dos conceitos construídos, promovendo uma aprendizagem significativa que uniu experimentação, sistematização e aplicação prática dos conhecimentos geométricos.

Como instrumentos e materiais, utilizaram-se papéis quadriculados, tesouras, régua e lápis de cor, que possibilitaram o recorte, a composição e a decomposição de figuras geométricas. A coleta de dados ocorreu de forma observacional e

documental, por meio do registro dos alunos em seus cadernos, anotações no diário de bordo e fotografias das produções coletivas, permitindo analisar o desenvolvimento das estratégias e o raciocínio geométrico dos estudantes.

A metodologia seguiu o princípio da investigação matemática, na qual o estudante é convidado a formular suposições lógicas, testar hipóteses e comunicar resultados. Cada missão propôs um desafio específico: descobrir a área do triângulo, do paralelogramo e do trapézio, a partir da transformação e comparação de figuras. Ao final, as fórmulas convencionais foram formalizadas coletivamente, a partir das conclusões dos grupos.

Essa abordagem valoriza a aprendizagem participativa e a autonomia intelectual dos alunos, integrando a experimentação prática com a sistematização conceitual, em um contexto colaborativo e lúdico que favoreceu a compreensão dos conceitos de área de maneira concreta e investigativa.

A metodologia adotada revelou-se um caminho promissor para o ensino e a aprendizagem de geometria, ao promover o protagonismo discente e a construção coletiva do conhecimento. A sequência de etapas, da preparação à consolidação, favoreceu um percurso de descoberta no qual os estudantes puderam experimentar, especular, argumentar e formalizar conceitos a partir de suas próprias experiências. O uso de materiais simples, aliados à mediação intencional do regente da turma, possibilitou transformar a aula em um espaço de reflexão e diálogo, onde o erro foi entendido como parte do processo de aprendizagem. Dessa forma, a prática não apenas contribuiu para a compreensão significativa das áreas das figuras planas, mas também fortaleceu competências investigativas, colaborativas e comunicativas, reafirmando o valor das metodologias ativas no ensino de Matemática.

3 ANÁLISE DE DADOS

A aplicação do plano *“Investigando Áreas Escondidas”* evidenciou o potencial da metodologia investigativa para promover o protagonismo dos estudantes e o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Durante as atividades, observou-se interesse e engajamento dos alunos, especialmente diante dos desafios que exigiam manipulação e transformação das figuras. A interação entre os grupos favoreceu a construção coletiva do conhecimento, consolidando um ambiente de aprendizagem colaborativo e exploratório.

Os registros demonstraram que o uso de materiais concretos, como papel quadriculado e recortes, facilitou a compreensão das relações entre base, altura e área. As descobertas realizadas pelos próprios alunos, como a percepção de que o triângulo corresponde à metade da área do retângulo, nos mostram o caráter

construtivo da proposta e reforçam os princípios da aprendizagem significativa (Ausubel, 1982), na qual o novo saber se forma a partir de experiências previamente conhecidas.

A socialização das conclusões permitiu validar as ideias dos alunos e ampliar o repertório conceitual dos mesmos. Nesse processo, o papel assumido por nós bolsistas do PIBID, foi essencial como mediadoras e orientadoras das discussões, conduzindo à formalização das fórmulas sem anular o protagonismo dos estudantes.

De modo geral, a realização da folha de atividades mostrou que a maioria dos alunos consolidou o entendimento das fórmulas de área, demonstrando capacidade de aplicá-las e explicá-las com autonomia. Concluiu-se que a experiência revelou que a abordagem investigativa favorece aprendizagens mais duradouras, integrando prática, reflexão e sistematização teórica de maneira proveitosa.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da sequência didática “Investigando Áreas Escondidas” permitiu confirmar que, ao posicionar os estudantes como protagonistas de sua própria aprendizagem, é possível transformar a percepção da Matemática como uma disciplina puramente abstrata para um campo de descoberta, lógica e construção de sentido.

A prática fortaleceu competências essenciais, como o trabalho colaborativo, a capacidade de argumentação para defender hipóteses e a comunicação de ideias. O ambiente de sala de aula tornou-se um espaço de diálogo e exploração, onde o erro foi ressignificado como uma etapa natural do processo investigativo. O papel mediador, assumido pelas autoras, foi fundamental para guiar as discussões e garantir que as descobertas dos alunos fossem conectadas à formalização matemática, validando o conhecimento construído por eles.

Conclui-se que a abordagem investigativa, aliada ao uso de materiais concretos e a um planejamento intencional, favorece a aprendizagem. A autonomia demonstrada pelos alunos na resolução da folha de atividades final é um forte indicativo de que eles não apenas memorizam um procedimento, mas de fato compreenderam as relações geométricas subjacentes. Esta prática reforça, portanto, a importância de se investir em propostas pedagógicas que incentivem a curiosidade, o raciocínio e a participação ativa dos estudantes, tornando o aprendizado da Matemática uma experiência mais engajadora e relevante.

REFERÊNCIAS

- [1] AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1982.
- [2] PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.
- [3] SKEMP, Richard R. Relational Understanding and Instrumental Understanding. **Mathematics Teaching**, n. 77, p. 20 - 26, 1976.



TECNOLOGIA ASSISTIVA E EDUCAÇÃO NA MICRORREGIÃO DE UBERABA: ANÁLISE COMPARATIVA COM DADOS PÚBLICOS

Marcelo Mangini Dias, Michelli Maldonado, .

Universidade Federal do Triângulo Mineiro.
marcelo.mangini@gmail.com, michelli.oliveira@uftm.edu.br

Resumo. O presente trabalho integra a etapa inicial de uma pesquisa quantitativa que investiga a relação entre o uso de tecnologia assistiva em escolas públicas e privadas de educação básica de Uberaba/MG e microrregião e o desempenho escolar de alunos com necessidades específicas. A metodologia baseou-se na análise de dados secundários do Censo Escolar (INEP), processados na linguagem R, com extração de variáveis como características institucionais, acessibilidade, recursos pedagógicos e atendimento especializado. Nesta primeira fase, buscou-se organizar e descrever os dados por meio de tabelas e gráficos, caracterizando a distribuição dos recursos escolares em comparação aos cenários estadual e nacional. Os resultados preliminares permitiram levantar hipóteses sobre desigualdades no acesso à tecnologia assistiva e subsidiarão a próxima etapa, dedicada à análise de seu impacto no desempenho escolar. Pretende-se, ao longo do estudo, consolidar um repositório de scripts reproduzíveis em R que possa apoiar futuras pesquisas em educação e saúde.

Palavras-chave. Programação em R; Dados Abertos; Análise Estatística.

Introdução

Cada vez mais, o mundo se organiza em torno da produção e análise de dados. Em consonância com esse paradigma, a Lei de Acesso à Informação consolidou um vasto conjunto de fontes públicas que, em nome da transparência e da difusão do conhecimento, devem ser disponibilizadas em “meios viabilizados pela tecnologia da informação” [3].

Os dados abertos, reunidos em bases como o DATASUS, INEP, Atlas Brasil e IN-MET, possibilitam análises sobre aspectos sociais, econômicos, geográficos e educacionais do país, reduzindo os custos e obstáculos da coleta direta de informações [6].

A exploração dessas bases demanda o uso de ferramentas computacionais robustas. Nesse contexto, a linguagem R destaca-se por sua ampla adoção em estatística e ciência de dados, pela reprodutibilidade e pela eficiência no tratamento de grandes volumes de

informações [9]. Assim, ela constitui o principal instrumento analítico desta pesquisa, voltada ao mapeamento da tecnologia assistiva em escolas públicas e privadas da educação básica de Uberaba/MG e microrregião, comparando-as com os cenários estadual e nacional.

De acordo com o Censo Escolar de 2023, havia no país 1,22 milhão de estudantes com deficiência ou altas habilidades/superdotação, número que cresce continuamente, as matrículas de alunos com autismo, por exemplo, aumentaram 48% entre 2022 e 2023, e mais 44%, de 2023 para 2024 [5, 7]. Pesquisas recentes reforçam que a educação é “o melhor caminho para a maior inserção de pessoas com autismo nos espaços sociais” [2].

A Organização Mundial da Saúde define tecnologia assistiva como o conjunto de dispositivos e serviços que permitem às pessoas “viver vidas produtivas, independentes e dignas” [8], enquanto a Lei Brasileira de Inclusão a descreve como “produtos, equipamentos, dispositivos, recursos, metodologias e serviços que promovam a funcionalidade, autonomia e inclusão social” [4]. Entretanto, ainda há desigualdades significativas: cerca de 27% das escolas brasileiras não dispõem de rampas, corrimãos, pisos táteis ou outros recursos de acessibilidade, e 19,4% das que atendem alunos com deficiência também carecem dessas adaptações [5].

Esta pesquisa busca fortalecer a formação investigativa no curso de Licenciatura em Matemática, articulando a base teórica com a análise estatística aplicada, o uso da linguagem R e a reflexão sobre políticas públicas educacionais inclusivas, contribuindo para a produção de evidências sobre as desigualdades no acesso à tecnologia assistiva.

Desenvolvimento

Foi elaborado um script em R para a mineração dos dados de interesse. O primeiro passo consistiu em definir o critério de filtro: foram selecionadas as escolas pertencentes à microrregião 31006 (Uberaba, MG), conforme código do IBGE, e excluídas 158 instituições inativas.

Com base no arquivo `dicionáriodadoseducaçãobásica.xlsx`, foram selecionadas apenas as variáveis utilizadas nas análises, reduzindo a planilha de 217.626 para 217 registros e de 408 para 30 variáveis.

Entre as variáveis do Censo Escolar, identificaram-se aquelas relacionadas à tecnologia assistiva, como: banheiros adaptados, salas de atendimento educacional especializado, recursos de acessibilidade (corrimãos, rampas, elevadores, pisos e sinalizações táteis, visuais e sonoras), além de serviços especializados (fonoaudiólogo, nutricionista, psicólogo, tradutor de Libras e material pedagógico adaptado).

A partir dessas variáveis, foi criado um escore de tecnologia assistiva, representando a disponibilidade relativa desses recursos em cada escola da microrregião.

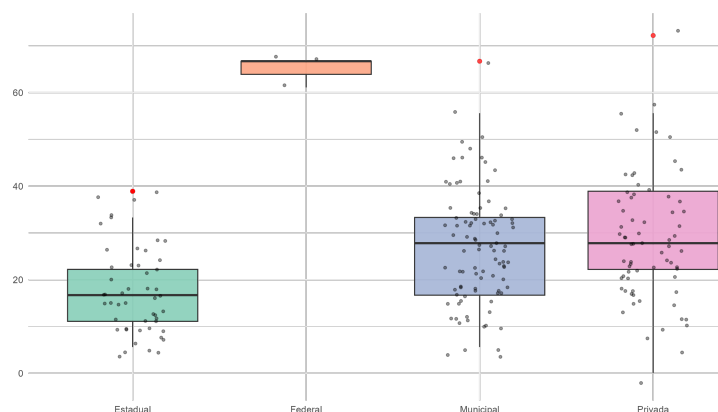
```
vars_in <- names(dados)[grepl("^IN_", names(dados))]  
dados$INFRA <- round((rowSums(dados[vars_in], na.rm = TRUE) * 100) /  
length(vars_in), 1)
```

Foi elaborado um script em R para o cálculo de medidas de tendência central e dispersão com a biblioteca dplyr, e para a geração de tabelas e gráficos utilizando flextable e ggplot2.

Como exemplo, apresenta-se a seção do artefato responsável por gerar um boxplot que compara o escore de tecnologia assistiva segundo a dependência administrativa (escolas estaduais, federais, municipais e privadas) da microrregião de Uberaba, seguido do gráfico resultante (Figura 1).

```
graf_boxplot <- ggplot(dados, aes(x = DEPENDENCIA, y = INFRAESTRUTURA)) +  
  geom_boxplot(alpha = 0.7, outlier.colour = "red") +  
  geom_jitter(width = 0.2, alpha = 0.4, size = 1) +  
  scale_fill_brewer(type = "qual", palette = "Set2", guide = "none") +  
  labs(  
    title = "Distribuição do Escore de Tecnologia Assistiva",  
    subtitle = "Valores em percentual (0-100%)",  
    x = "Dependência Administrativa",  
    y = "Escore de Tecnologia Assistiva (%)"  
  ) +  
  theme_minimal() +  
  theme(  
    plot.title = element_text(hjust = 0.5, size = 14, face = "bold"),  
    plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5, size = 11)  
  )
```

Figura 1: Boxplot da tecnologia assistiva por tipo de escola

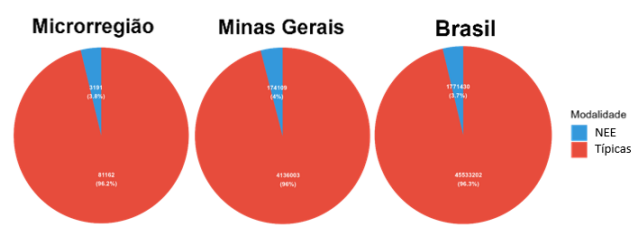


Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Diversos outros gráficos e tabelas foram produzidos em R para sustentar uma análise mais abrangente. Todos os artefatos desenvolvidos na pesquisa estão disponíveis e públicos no repositório <https://github.com/marcelomangini-R/Infraestrutura-inclusiva-na-educacao-basica.git>.

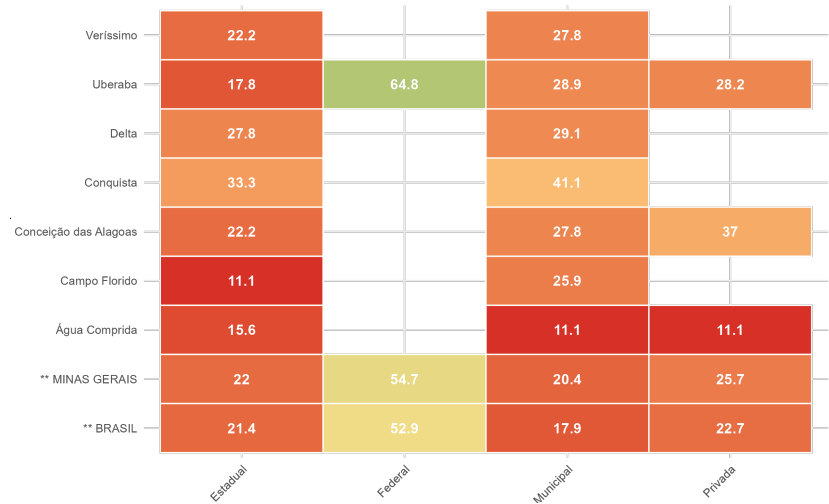
Os gráficos de setores (Figura 2) apresentam a proporção de matrículas de alunos típicos e com Necessidades Educacionais Específicas (NEE) na Microrregião de Uberaba, em Minas Gerais e no Brasil. O mapa de calor (Figura 3) permite comparar os municípios da microrregião entre si e em relação aos contextos estadual e nacional.

Figura 2: Distribuição de Matrículas



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

Figura 3: Mapa de calor da tecnologia assistiva por tipo de escola e município



Fonte: elaborado pelo autor (2025)

O mapa de calor evidencia que a microrregião de Uberaba abrange sete municípios: Uberaba, Água Comprida, Campo Florido, Conceição das Alagoas, Conquista, Delta e

Veríssimo. Apenas Uberaba possui escolas federais, e em quatro desses municípios não há instituições privadas.

Além das variáveis dicotômicas que compõem o escore de tecnologia assistiva, foram selecionadas também variáveis discretas de interesse que permitem complementar a análise descritiva do nosso objeto e podem ser observadas na tabela a seguir (tabela 1). São elas: o total de matrículas e o número de matrículas de pessoas com necessidades educacionais específicas (PNEE), o total de docentes e o número de docentes da Educação Especial, a quantidade total de salas de aula, e a quantidade de salas com acessibilidade.

Tabela 1: Tecnologia Assistiva por Município e Dependência Administrativa

Mun.	Dep.	Nº Esc.	TA (%)	DP	Sal. Acc. (%)	Mat. PNEE (%)	Doc. Esp. (%)
M1	Est.	1	11,1	-	0,0	2,4	71,4
	Mun.	3	25,9	11,6	65,4	1,9	47,5
M2	Est.	2	22,2	7,8	100,0	3,1	86,7
	Mun.	10	27,8	14,6	13,4	3,4	51,6
	Priv.	3	37,0	14,0	57,9	11,2	49,4
M3	Est.	1	33,3	-	100,0	6,9	100,0
	Mun.	5	41,1	5,0	48,8	5,1	70,9
M4	Est.	1	27,8	-	91,7	0,3	41,9
	Mun.	4	29,1	8,3	11,5	2,2	64,3
M5	Est.	40	17,8	9,9	21,2	3,1	83,8
	Fed.	3	64,8	3,2	65,8	1,3	75,6
	Mun.	66	28,9	11,0	37,4	4,3	59,4
	Priv.	66	28,2	13,2	57,9	3,7	49,0
M6	Est.	1	22,2	-	60,0	9,7	90,5
	Mun.	2	27,8	23,5	0,0	5,0	53,1
M7	Est.	5	15,6	7,2	42,4	7,3	81,8
	Mun.	9	11,1	2,8	16,7	2,5	29,3
	Priv.	1	11,1	-	0,0	0,0	0,0
MG	Est.	3.459	22,0	9,7	28,3	4,3	86,6
	Fed.	81	54,7	16,7	68,9	1,9	70,0
	Mun.	8.438	20,4	12,6	31,4	4,1	61,0
	Priv.	3.774	25,7	13,2	44,5	3,5	46,8
BR	Est.	29.783	21,4	12,1	27,2	3,5	84,1
	Fed.	706	52,9	15,3	68,7	2,3	72,6
	Mun.	107.425	17,9	12,4	29,7	4,3	64,0
	Priv.	42.316	22,7	14,5	33,6	2,8	44,9

M1=Campo Florido; M2=Conceição das Alagoas; M3=Conquista; M4=Delta; M5=Uberaba; M6=Veríssimo; M7=Água Comprida; Dep.=Dependência; Esc.=Escolas; TA=Tecnologia Assistiva Média; DP=Desvio-Padrão; Sal. Acc.=Salas Acessíveis; Mat. PNEE=Matrículas de Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais; Doc. Esp.=Docentes Educação Especial; Est.=Estaduais; Fed.=Federais; Mun.=Municipais; Priv.=Privadas.

Fonte: elaborado pelo autor (2020)

Por fim, a tabela a seguir (tabela 2) ordena as cidades da microrregião pela média do escore de tecnologia assistiva, com linhas também ordenadas para os dados referentes ao estado de Minas Gerais e do país como um todo.

Tabela 2: Ranking de municípios por tecnologia assistiva

Posição	Município	Escolas	Média (%)	Min.(%)	Max(%)
1	Conquista	6	39,8	33,3	50,0
2	Conceição das Alagoas	15	28,9	11,1	55,6
3	Delta	5	28,9	22,2	38,9
4	Uberaba	175	26,7	0,0	72,2
5	Veríssimo	3	25,9	11,1	44,4
6	Campo Florido	4	22,2	11,1	38,9
7	MINAS GERAIS	15.752	22,2	0,0	83,3
8	BRASIL	180.230	19,7	0,0	88,9
9	Água Comprida	15	12,6	5,6	22,2

Fonte: elaborado pelo autor (2020)

É necessário destacar algumas importantes limitações do presente estudo. Em primeiro lugar, o Censo Escolar do INEP, ao registrar os itens que podem ser entendidos como componentes da tecnologia assistiva, se restringe a respostas binárias. Desta forma, é possível saber se determinada instituição possui, por exemplo, rampas de acesso. Mas não há a informação sobre quantas rampas, em que condições de uso se encontram, se atendem completamente às eventuais necessidades de pessoas com mobilidade reduzida. Desta forma, o escore criado nesta pesquisa não reflete necessariamente a realidade das escolas analisadas. Também deve-se levar em consideração o fato de os dados serem autodeclarados e, portanto, a pesquisa tem como pressuposto a veracidade das informações fornecidas pelos próprios gestores de cada uma das instituições.

Outra observação importante diz respeito ao ano do censo utilizado. A opção pelo Censo 2023 se deu por este trabalho fazer parte de um projeto mais amplo, que incluirá a associação dos escores de tecnologia assistiva ao desempenho dos alunos com necessidades específicas. Conquanto os dados do Censo 2024 já estivessem disponíveis no site do INEP quando esta pesquisa foi iniciada, os dados mais recentes do SAEB, de onde serão extraídos os dados que comporão os escores de desempenho, são de 2023.

Conclusão

Enquanto o percentual de alunos com necessidades específicas matriculados nas escolas da Microrregião de Uberaba não difere significativamente do correspondente às escolas do estado de Minas Gerais e do país, respectivamente 3,8%, 4% e 3,7%, as condições oferecidas pelas instituições a este público diferem bastante.

Enquanto o escore médio das mais de 180.000 escolas no país, a partir do cálculo já demonstrado, é de 19,7, o escore calculado a partir da média ponderada das cidades da microrregião é de 26,2. Quando se compara com a média do estado a diferença é menor, mas ainda significativa. O escore médio das mais de 15.000 escolas mineiras é de 22,2.

Quando se tomam os escores de cada uma das sete cidades da microrregião, verifica-se que a maior parte delas, individualmente, também supera as médias nacional e estadual. Somente o município de Água Comprida tem uma pontuação média para tecnologia assistiva inferior tanto à estadual quanto à nacional: 12,6.

Na comparação entre os sete municípios da microrregião (tabela 2) percebe-se que Conquista, em que pese seu número reduzido de escolas, tem escore muito superior tanto às outras seis cidades, quanto às médias nacional e estadual.

Uberaba, que possui mais de três vezes o total de escolas somados dos outros municípios, tem somente o quarto melhor escore dentre as sete cidades, 26,7. Também chama a atenção a maior diferença entre o escore máximo e mínimo da cidade, respectivamente 72,2 e 0, sugerindo uma maior desigualdade quando comparada às outras cidades.

Quando se observa a dependência administrativa, alguns pontos chamam a atenção. Ao comparar escolas públicas municipais e escolas privadas, percebe-se que tanto na média nacional quanto na estadual, as instituições privadas têm escore médio significativamente superior. Porém, essa relação se inverte em Uberaba. Ainda que por margem pequena, as escolas municipais uberabenses alcançaram um escore médio superior ao das privadas.

Outro ponto de destaque é a comparação entre as médias das escolas de Uberaba e as médias, respectivamente, do Brasil e de Minas Gerais. Na média, as três escolas federais uberabenses (IFTM Campus Uberaba, IFTM Campus Parque Tecnológico e CEFORES-UFTM) têm escores significativamente superior às médias nacional e estadual. Também é consideravelmente maior o escore médio das escolas municipais de Uberaba quando comparado ao brasileiro e mineiro. Ainda que com diferenças menores, também pode-se perceber a superioridade do escore médio das escolas particulares da cidade frente aos respectivos escores do Brasil e Minas. No entanto, quando se observam as escolas estaduais de Uberaba, a situação se inverte. Tanto a média dos escores de tecnologia assistiva das escolas estaduais mineiras quanto das escolas estaduais do país são superiores.

Em linhas mais gerais, pode-se afirmar que a acentuada carência de investimentos em tecnologia assistiva que permita maior inclusão de estudantes com necessidades específicas é generalizada. Em Uberaba, este é um problema que afeta mais intensamente a rede pública estadual enquanto a rede federal se destaca positivamente.

Essas constatações apontam de forma inequívoca para a necessidade de mais investimentos públicos e privados nas escolas de Uberaba, de sua microrregião, do estado

e do país, sem os quais o direito constitucional que pessoas com necessidades específicas têm à educação básica está comprometido. Da mesma forma, sem eles o dever também constitucional do poder público de garantir o acesso educação não está sendo devidamente cumprido.

Referências

- [1] AUSTIN, V.; HOLLOWAY, C. Assistive Technology (AT), for What? Societies, v. 12, n. 6, p. 169, 2022.
- [2] BASTOS, N. Estudos apontam educação como meio para inclusão de pessoas autistas. pt-BR. São Paulo: CNN Brasil, jun. 2024. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/saude/estudos-apontam-educacao-como-meio-para-inclusao-de-pessoas-autistas/>. Acesso em: 6 jun. 2025.
- [3] Brasil. *Lei n. 12.527, de 18 de novembro de 2011.*, Regula o acesso a informações previsto no inciso XXXIII do art. 5º, no inciso II do §3º do art. 37 e no §2º do art. 216 da Constituição Federal. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 18 nov. 2011. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/lei/112527.htm. Acesso em: 4 jul. 2025.
- [4] Brasil. *Lei n. 13.146, de 6 de julho de 2015.* Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 7 jul. 2015. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/113146.htm. Acesso em: 4 jul. 2025.
- [5] CASTRO, M. T. Infraestrutura: 27% das escolas brasileiras não são acessíveis para PCDs. Brasília: Agência de Notícias CEUB, 2023. Disponível em: <https://agenciadenoticias.uniceub.br/destaque/escolas-brasileiras-nao-sao-acessiveis-para-pessoas-com-deficiencia/>. Acesso em: 6 jun. 2025.
- [6] Fonseca, S. O. D. , Namen, A. A. . *Mineração em bases de dados do INEP: uma análise exploratória para nortear melhorias no sistema educacional brasileiro*. Educação em Revista. **32** (2016).
- [7] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Crescem matrículas de alunos com transtorno do espectro autista. Brasília: MEC, 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/2025/abril/crescemmatriculas-de-alunos-com-transtorno-do-espectro-autista>. Acesso em: 6 jun. 2025.
- [8] ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. Assistive technology. Genebra: World Health Organization, 2024. Disponível em: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/assistive-technology>. Acesso em: 6 jun. 2025.
- [9] R Core Team. *R: A language and environment for statistical computing*. Viena: R Foundation for Statistical Computing, 2010.



Modelagem Matemática e uma Estratégia Heurística para o Problema do Caixeiro Viajante

Hugo da Costa Pezzano, Michelli Maldonado

Universidade Federal do Triângulo Mineiro
d202320040@uftm.edu.br, Michelli.oliveira@uftm.edu.br

Resumo. O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é um dos desafios clássicos da otimização combinatória e da teoria dos grafos, com ampla aplicação em logística, transporte e roteirização. Este trabalho tem como objetivo apresentar a modelagem matemática do PCV e discutir a aplicação de uma estratégia heurística simples: o método do vizinho mais próximo — para a resolução de um caso prático envolvendo cidades do Triângulo Mineiro. A metodologia envolveu a formulação do problema em termos de um grafo ponderado e a implementação da heurística em linguagem Python, permitindo a comparação entre o resultado obtido manualmente e o gerado pelo algoritmo. Os resultados demonstram que a heurística é capaz de produzir soluções viáveis em tempo reduzido, ainda que não necessariamente ótimas. O estudo reforça a importância das heurísticas como ferramentas pedagógicas e práticas na abordagem de problemas complexos de otimização.

Palavras-chave. Problema do Caixeiro Viajante; Otimização; Heurística; Python; Modelagem Matemática.

Introdução

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) consiste em determinar o menor percurso possível para que um viajante visite um conjunto de cidades, passando por cada uma delas exatamente uma vez e retornando à cidade de origem. Trata-se de um problema clássico de otimização combinatória, que pode ser representado por um grafo completo ponderado, no qual os vértices correspondem às cidades e as arestas, às distâncias entre elas.

A importância do PCV transcende o aspecto teórico, pois sua estrutura matemática está presente em diversas situações reais, como o planejamento de rotas de transporte, a logística de distribuição, o sequenciamento de tarefas e o roteamento de circuitos eletrônicos. Contudo, a complexidade combinatória do problema cresce exponencialmente com o número de cidades envolvidas, tornando inviável a obtenção de soluções exatas para instâncias de grande porte.

Nesse contexto, métodos heurísticos têm sido amplamente utilizados para encontrar soluções aproximadas com eficiência computacional. Entre esses métodos destaca-se a heurística de Bellmore e Nemhauser, também conhecida como heurística do vizinho mais próximo, que consiste em partir de uma cidade e, sucessivamente, visitar a cidade mais próxima que ainda não tenha sido visitada.

Este artigo tem por objetivo modelar o PCV e aplicar a heurística do vizinho mais próximo a um exemplo real simplificado, envolvendo cidades do Triângulo Mineiro, de modo a explorar seu potencial didático e computacional no ensino de modelagem matemática e algoritmos.

1 Fundamentação Teórica

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é um dos problemas clássicos da *Otimização Combinatória* e da *Teoria dos Grafos*. Trata-se de determinar o menor percurso possível para que um viajante visite um conjunto de cidades, passando por cada uma delas exatamente uma vez e retornando à cidade de origem. Sua formulação é amplamente utilizada em situações reais, como planejamento de rotas, logística de transporte, sequenciamento de tarefas e roteamento de circuitos.

Formalmente, o PCV pode ser modelado como um grafo completo ponderado $G = (V, E)$, onde $V = \{1, 2, \dots, n\}$ representa o conjunto de vértices (cidades) e E o conjunto de arestas (estradas) com custo associado c_{ij} para cada par (i, j) . O objetivo é determinar o ciclo Hamiltoniano de menor custo, ou seja, o percurso que visite todos os vértices apenas uma vez e retorne ao ponto de partida.

A formulação matemática do PCV pode ser expressa como:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j = 1, \dots, n. \quad (4)$$

As restrições garantem que cada cidade seja visitada exatamente uma vez e que

o percurso forme um ciclo fechado. Apesar de sua formulação simples, o PCV pertence à classe dos problemas NP-difíceis, o que significa que não existe, até o momento, um algoritmo eficiente que garanta a solução ótima para instâncias de grande porte em tempo polinomial.

Devido a essa complexidade, abordagens alternativas são frequentemente utilizadas, dentre as quais se destacam os métodos heurísticos e metaheurísticos. Esses métodos buscam soluções aproximadas com baixo custo computacional, não garantindo necessariamente a solução ótima, mas apresentando resultados próximos ao ideal em tempo reduzido.

Entre as heurísticas mais conhecidas está a heurística de Bellmore e Nemhauser (1968), também chamada de *vizinho mais próximo*. O método consiste em iniciar o percurso em uma cidade arbitrária e, a cada passo, escolher a cidade mais próxima ainda não visitada. Após visitar todas as cidades, retorna-se à cidade inicial, completando o ciclo. Embora simples, essa estratégia apresenta resultados satisfatórios em muitos cenários práticos.

A utilização de heurísticas como ferramenta pedagógica também é relevante no ensino de modelagem matemática e programação, pois permite que estudantes visualizem a relação entre teoria e prática, compreendendo o comportamento de algoritmos e as limitações computacionais impostas por problemas complexos como o PCV.

2 Metodologia

A metodologia deste trabalho foi desenvolvida em quatro etapas principais: **(i)** modelagem do problema; **(ii)** construção da matriz de distâncias; **(iii)** aplicação da heurística de solução; e **(iv)** implementação computacional em linguagem Python.

2.1 Modelagem do Problema

O problema foi modelado com base em um conjunto de cidades do Triângulo Mineiro: Uberlândia (UDI), Araguari (ARG), Monte Carmelo (MC), Patrocínio (PAT), Araxá (ARX), Uberaba (UBA), Ituiutaba (ITU) e Campina Verde (CV). O objetivo consistiu em determinar a rota mais curta que percorresse todas as cidades exatamente uma vez, retornando ao ponto de origem.

3. Repetir o processo até visitar todas as cidades;
4. Retornar à cidade de origem.

2.4 Implementação Computacional

O algoritmo foi implementado na linguagem Python, utilizando estruturas de repetição e listas para armazenar distâncias e registrar as visitas. O código apresentado na Figura 2 automatiza o processo descrito anteriormente e calcula o percurso total.

```

Python Online
main x
33- cidades = [
34-     "Uberlândia",      # 0
35-     "Campina Verde",   # 1
36-     "Patrocínio",      # 2
37-     "Monte Carmelo",   # 3
38-     "Araxá",           # 4
39-     "Ituiutaba",       # 5
40-     "Uberaba",         # 6
41-     "Araguari"        # 7
42- ]
43
44 # Matriz reorganizada de acordo com a nova ordem
45- matriz = [
46-     #   UDI  CV  PAT  MC  ARX  ITU  UBA  ARG
47-     [0,   156, 150, 108, 178, 136, 108, 37], # Uberlândia
48-     [156,  0, 237, 194, 303, 212, 205, 214], # Campina Ver
49-     [150, 237,  0, 72, 75, 243, 169, 88],    # Patrocínio
50-     [108, 194, 72,  0, 131, 179, 151, 45],    # Monte Carmelo
51-     [178, 303, 75, 131,  0, 296, 114, 150],   # Araxá
52-     [136, 212, 243, 179, 296,  0, 247, 153],   # Ituiutaba
53-     [108, 205, 169, 151, 114, 247,  0, 173],   # Uberaba
54-     [37,  214, 88, 45, 150, 153, 173,  0]      # Araguari
55- ]

```

Caminho (índices): [0, 7, 3, 2, 4, 6, 1, 5, 0]
 Caminho (nomes):
 - Uberlândia
 - Araguari
 - Monte Carmelo
 - Patrocínio
 - Araxá
 - Uberaba
 - Campina Verde
 - Ituiutaba
 - Uberlândia
 Distância total percorrida: 896 km
 # Code execution complete.

Figura 2: Implementação do algoritmo do vizinho mais próximo em Python.

A metodologia proposta buscou avaliar a eficiência e aplicabilidade da heurística, comparando a execução manual com a automatizada, sem ainda apresentar os resultados quantitativos, que são discutidos na seção seguinte.

3 Resultados e Discussão

A aplicação da heurística, considerando Uberlândia como cidade inicial, resultou na rota apresentada na Equação 5.

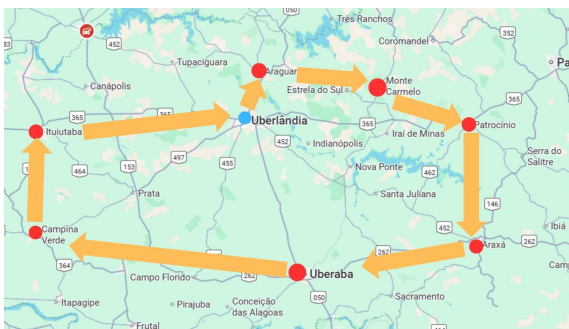
$$\text{UDI} \rightarrow \text{ARG} \rightarrow \text{MC} \rightarrow \text{PAT} \rightarrow \text{ARX} \rightarrow \text{UBA} \rightarrow \text{CV} \rightarrow \text{ITU} \rightarrow \text{UDI} \quad (5)$$

Com base na matriz de distâncias, o percurso total foi de aproximadamente **896 km**. A Tabela 2 detalha cada trecho percorrido.

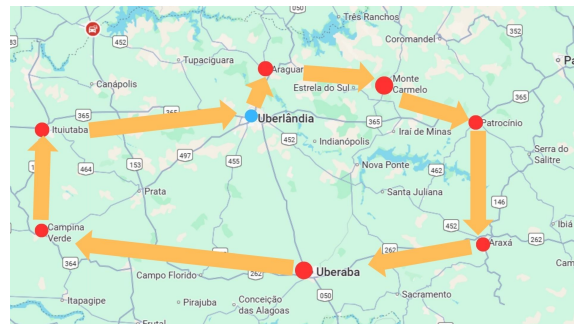
Tabela 2: Percurso e distâncias obtidos pela heurística do vizinho mais próximo.

Trecho	Cidades	Distância (km)
1	UDI → ARG	37
2	ARG → MC	45
3	MC → PAT	72
4	PAT → ARX	75
5	ARX → UBA	114
6	UBA → CV	205
7	CV → ITU	212
8	ITU → UDI	136
Total		896 km

A comparação entre os resultados obtidos manualmente e via código Python mostrou-se coerente, produzindo o mesmo percurso e distância total. A Figura 3 ilustra ambas as soluções, confirmando a consistência da heurística implementada.



(a) Resultado gerado pela implementação em Python.



(b) Resultado obtido manualmente.

Figura 3: Comparação entre os resultados computacional e manual.

Os resultados reforçam que a heurística do vizinho mais próximo, apesar de simples, gera soluções factíveis e computacionalmente rápidas. O tempo de execução foi praticamente instantâneo, o que destaca a aplicabilidade do método em contextos de ensino e pesquisa. Do ponto de vista didático, a visualização do processo e dos resultados ajuda o estudante a compreender conceitos de otimização e lógica algorítmica, tornando o aprendizado mais ativo e contextualizado.

Referências

- [1] M. M. Carretero. *Relatório de Estágio Básico: Introdução ao Problema do Caixeiro Viajante*. Universidade Federal do Triângulo Mineiro, 2006.

- [2] M. C. Goldbarg e H. P. L. Luna. *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2000.
- [3] M. Gondran e M. Minoux. *Graphs and Algorithms*. Wiley-Interscience Publication, 1992.
- [4] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. K. G. Rinnooy Kan e D. B. Shmoys. *The Traveling Salesman Problem*, 1985.
- [5] C. M. de Oliveira. *Uma ferramenta baseada em Excel/VBA para apoio no ensino de Pesquisa Operacional*. In: ENEGEP 2014 - XXXIV Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Curitiba, PR, 2014.
- [6] R. J. Wilson e J. J. Watkins. *Graphs: An Introductory Approach*, 1991.



Condições para a Existência de Circuitos Eulerianos no Contexto do Problema do Carteiro Chinês

Pedro Henrique de Oliveira Camargo, Michelli Maldonado

Universidade Federal do Triângulo Mineiro

d202220830@uftm.edu.br, michelli.oliveira@uftm.edu.br

Resumo. Este trabalho apresenta a etapa inicial de um estudo voltado à compreensão de conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos, com foco na introdução ao Problema do Carteiro Chinês (PCC). O PCC é um problema clássico da Matemática Discreta que consiste em determinar um caminho de menor custo que percorra todas as arestas de um grafo ao menos uma vez e retorne ao ponto de partida. Sua formulação está diretamente relacionada à estrutura do grafo e às propriedades de seus vértices e arestas, envolvendo técnicas associadas a circuitos eulerianos e emparelhamentos. A apresentação adota uma abordagem introdutória, partindo do surgimento da Teoria dos Grafos com o problema das pontes de Königsberg, estudado por Euler no século XVIII, e avança para a discussão de conceitos como vértices, arestas, grau, conexidade, circuitos e caminhos. É dado destaque ao Teorema de Euler, que estabelece as condições necessárias e suficientes para que um grafo possua um circuito euleriano, elemento central para a compreensão do PCC. São exploradas também aplicações práticas e exemplos visuais que ilustram a importância do tema tanto em contextos educacionais quanto operacionais, como na modelagem e otimização de rotas. A etapa teórica desenvolvida neste trabalho constitui a base para estudos posteriores voltados à implementação de algoritmos e estratégias de otimização aplicadas ao Problema do Carteiro Chinês.

Palavras-chave. Problema do Carteiro Chinês; Teoria dos Grafos; Circuitos Eulerianos; Otimização; Modelagem Matemática.

Introdução

Neste trabalho, estamos interessados em discutir a etapa inicial de um estudo voltado à compreensão de conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos, com foco na introdução ao Problema do Carteiro Chinês (PCC). Trata-se de um tema clássico da Matemática Discreta, cuja formulação envolve a busca por um caminho de menor custo que percorra todas as arestas de um grafo ao menos uma vez e retorne ao ponto de partida.

A investigação parte do contexto histórico do surgimento da Teoria dos Grafos, a partir do famoso problema das pontes de Königsberg, proposto por Leonhard Euler no século XVIII, considerado o marco inicial dessa área. A partir desse ponto, busca-se

compreender como os conceitos fundamentais de grafos — como vértices, arestas, grau de vértices, conexidade, circuitos e caminhos — podem ser aplicados na modelagem e na resolução de problemas reais de roteamento e otimização.

A escolha do PCC como objeto de estudo se justifica pela sua relevância teórica e prática. Por um lado, ele permite compreender a estrutura e o comportamento dos grafos eulerianos; por outro, apresenta aplicações diretas em áreas como planejamento urbano, logística, redes de transporte e sistemas de distribuição. Além disso, sua natureza interdisciplinar possibilita a articulação entre conteúdos de Matemática, Computação e Engenharia, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, da abstração e da capacidade de modelagem matemática.

Nesta etapa inicial, o foco está na construção dos fundamentos teóricos necessários para a resolução do problema, a partir da compreensão do Teorema de Euler e de sua aplicação na identificação de circuitos eulerianos. Esse estudo constitui a base para etapas posteriores, voltadas à implementação de algoritmos e estratégias de otimização aplicadas ao Problema do Carteiro Chinês.

1 Fundamentação Teórica

A Teoria dos Grafos é um ramo da Matemática que estuda as relações entre objetos por meio de estruturas formadas por vértices (ou nós) e arestas (ou ligações). Cada grafo pode representar, de forma abstrata, uma ampla variedade de situações reais, como redes de transporte, circuitos elétricos, conexões entre computadores, cadeias de produção e até relações sociais. Essa capacidade de modelar fenômenos diversos faz dos grafos uma poderosa ferramenta de análise e tomada de decisão.

O marco inicial da Teoria dos Grafos remonta ao século XVIII, quando Leonhard Euler propôs a solução para o problema das pontes de Königsberg, demonstrando que não era possível atravessar todas as pontes da cidade uma única vez sem repetir caminhos. Essa análise introduziu os conceitos de grafo, vértice e aresta, além de estabelecer as primeiras condições para a existência de circuitos eulerianos, ou seja, trajetos fechados que percorrem cada aresta exatamente uma vez.

A partir desse ponto, a teoria evoluiu para o estudo sistemático de propriedades como grau dos vértices, conectividade, caminhos, circuitos e componentes conexas, formando a base da Matemática Discreta e da Análise de Redes. Entre essas propriedades, o Teorema de Euler ocupa papel central, pois define uma condição necessária e suficiente para que um grafo possua um circuito euleriano: todos os vértices devem ter grau par e o grafo deve ser conexo.

Esses conceitos são fundamentais para a compreensão do Problema do Carteiro Chinês (PCC), que consiste em determinar um caminho fechado de menor custo capaz de percorrer todas as arestas de um grafo ao menos uma vez. Quando o grafo é euleriano, a solução é direta, pois o circuito euleriano já representa o trajeto ideal. No entanto, quando o grafo não atende às condições do teorema, é necessário aplicar técnicas de emparelhamento de vértices ímpares e otimização de rotas, a fim de transformar o grafo em uma estrutura euleriana e, assim, viabilizar a solução do problema.

O estudo do PCC permite compreender não apenas aspectos teóricos da Teoria dos Grafos, mas também sua aplicação em problemas concretos, como o planejamento de rotas de coleta de lixo, entrega de correspondências, transporte escolar, manutenção de vias e inspeção de redes elétricas ou de saneamento. Dessa forma, o tema integra a abstração matemática à resolução de desafios práticos, favorecendo uma abordagem interdisciplinar.

2 Metodologia

A metodologia deste trabalho foi estruturada com o propósito de compreender e demonstrar as condições necessárias e suficientes para a existência de circuitos eulerianos em um grafo, conforme estabelecido pelo Teorema de Euler. Essa etapa constitui a base teórica essencial para o entendimento posterior do Problema do Carteiro Chinês (PCC), cuja resolução depende da identificação de grafos eulerianos.

Inicialmente, foram retomados os conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos, com ênfase nos elementos que compõem essa estrutura: vértices, arestas, grau dos vértices, caminhos e circuitos. Em seguida, foram construídos exemplos de grafos simples, de pequena dimensão, a fim de visualizar e analisar suas propriedades estruturais.

Figura 1 – Exemplo de grafo simples com vértices de graus distintos.

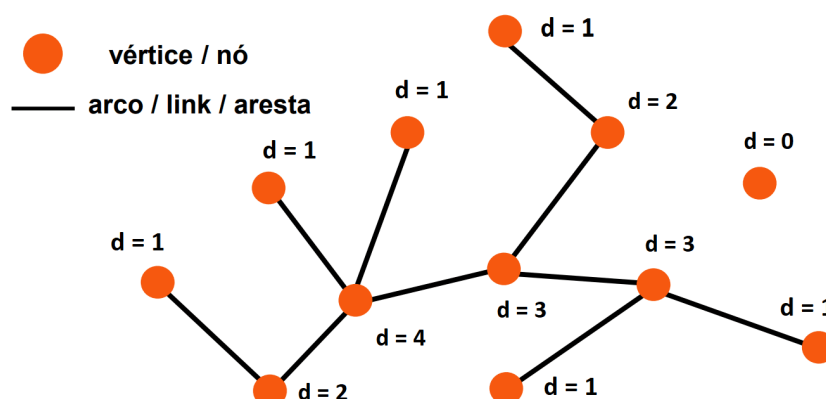


Figura 1

A análise de cada grafo foi realizada por meio da contagem dos graus dos vértices e da verificação da conectividade entre os nós. Com base nessas observações, buscou-se identificar se o grafo satisfazia as condições do Teorema de Euler, que estabelece que:

Um grafo conexo possui um circuito euleriano se, e somente se, todos os seus vértices têm grau par.

A partir dessa definição, foram comparados diferentes exemplos de grafos:

Grafos com todos os vértices de grau par, nos quais é possível encontrar um circuito euleriano que percorre cada aresta exatamente uma vez e retorna ao ponto de partida;

Grafos com vértices de grau ímpar, nos quais não existe circuito euleriano, embora possa haver um caminho euleriano que percorre todas as arestas uma única vez, sem necessariamente retornar ao início.

Figura 2 – Identificação de um circuito euleriano em grafo com vértices de grau par.

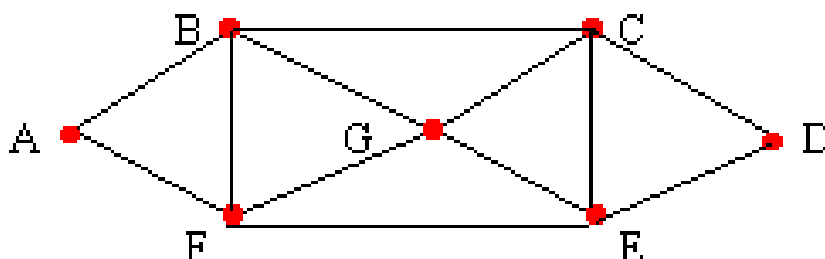


Figura 2

Figura 3 – Grafo com vértices de grau ímpar, sem circuito euleriano.

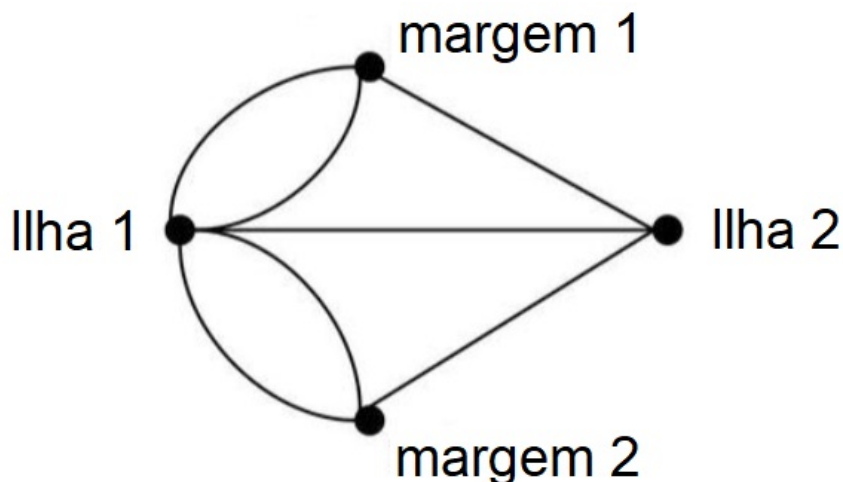


Figura 3

As representações gráficas foram elaboradas com o objetivo de visualizar o comportamento dos percursos e de comprovar, por inspeção direta, a validade das condições do teorema. Essa abordagem experimental e visual permite compreender de forma intuitiva o vínculo entre o Teorema de Euler e a formulação do Problema do Carteiro Chinês, uma vez que a existência ou não de um circuito euleriano determina o grau de complexidade do problema e as estratégias necessárias para resolvê-lo.

Dessa forma, a metodologia adotada prioriza a construção e análise de exemplos representativos, possibilitando ao estudante ou pesquisador visualizar os princípios teóricos em ação e compreender de maneira concreta a importância do Teorema de Euler para a teoria dos grafos e para problemas de otimização de rotas.

3 Resultados e Discussão

O Teorema de Euler para grafos trata da existência de caminhos e circuitos em grafos baseados nas características de seus vértices e arestas. Ele é fundamental na teoria dos grafos, especialmente no estudo de caminhos e circuitos eulerianos. Um caminho euleriano é um caminho em que cada aresta do grafo é percorrida exatamente uma vez, mas o caminho não precisa voltar ao ponto de partida. Para que um grafo tenha um caminho euleriano, ele deve atender às seguintes condições: O grafo deve ser conexo, ou seja, deve ser possível ir de qualquer vértice a qualquer outro vértice do grafo. Grafo deve ter exatamente dois vértices de grau ímpar (ou nenhum vértice de grau ímpar). Se o grafo tiver exatamente dois vértices de grau ímpar, o caminho euleriano começa em um desses vértices e termina no outro. Se o grafo não tiver vértices de grau ímpar, então qualquer vértice pode ser o ponto de início e término. Um ciclo euleriano é um ciclo fechado onde cada aresta é percorrida exatamente uma vez. Isso significa que você começa e termina no mesmo vértice, percorrendo todas as arestas sem repeti-las. Todos os vértices do grafo devem ter grau par. Em outras palavras, um grafo pode ter um ciclo euleriano se e somente se todos os seus vértices tiverem número par de arestas conectadas a eles, o que garante que, ao sair de cada vértice, existe um caminho para voltar. Este teorema é fundamental para a solução de vários problemas de otimização e é a base para algoritmos que tratam de problemas como o problema do carteiro chinês e outros problemas de roteamento e redes.

Referências

- [1] J. Edmonds, E. L. Johnson. Matching, euler tours and the chinese postman. *Mathematical Programming*. 5 (1973), 88–124.

- [2] H. A. Eiselt, M. Gendreau, G. Laporte. Arc routing problems, part I: The chinese postman problem. *Operations Research*. 43 (1995), 231–242.
- [3] M. J. N. Gomes, et al. O problema do carteiro chinês, algoritmos exatos e um ambiente MVI para análise de suas instâncias: sistema Xnês. *Pesquisa Operacional*. 29 (2009), 323–363.
- [4] F. Konowalenko. *Problema do carteiro chinês não orientado e misto para a otimização de rotas na cidade de Irati/PR*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Centro-Oeste, 2012.
- [5] S. Jurkiewicz. *Grafos – uma introdução*. 1. ed. São Paulo: OBMEP, 2009.



Sistema Neuro-Fuzzy DENFIS na Análise Preditiva do Risco de Lesões em Atletas de Futebol Feminino

Fernanda de Andrade Flor, Rosana Sueli da Motta Jafelice, José Waldemar da Silva, Thiago Ribeiro Teles Santos.

Universidade Federal de Uberlândia.

fernandaflor@ufu.br, rmotta@ufu.br, zewaldemar@ufu.br, thiago.teles@ufu.br

Resumo.

Neste trabalho é utilizado o Sistema de Inferência Neuro-Fuzzy Dinâmico Evolutivo, em inglês *Dynamic Evolving Neural Fuzzy Inference System* (DENFIS) [9], para estimar o risco de lesão em atletas de futebol feminino profissional. O funcionamento do modelo DENFIS inicia-se pela aplicação do Método de Agrupamento Evolutivo para particionar os dados de entrada em *clusters*. Este método indica a posição para evoluir um novo *cluster*, significando desenvolver uma nova regra fuzzy. Dessa forma, o DENFIS determina um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF) a partir de um conjunto de dados de entrada e de saída, de maneira dinâmica, utilizando o método de inferência de Takagi-Sugeno [15] e funções de pertinência do tipo triangular para as variáveis de entrada. Com o modelo desenvolvido através do *Software R* [14], obteve-se uma acurácia de 90,68%. Para validar os resultados, foi realizada a validação cruzada pelo método *k-fold* [6] com $k = 5$ e alcançada uma acurácia média de 88,37% do modelo. Para obter tal resultado, os valores dos riscos preditos foram arredondados para 0 ou 1. O sistema desenvolvido permite avaliar o risco de lesão para atletas a partir de novos dados que estejam nas mesmas condições. Esse resultado é de grande relevância, pois possibilita a avaliação individualizada de cada jogadora. Dessa forma, as equipes podem adaptar o treinamento da atleta, buscando estratégias preventivas que minimizem suas chances de lesão, priorizando sua saúde, bem-estar e desempenho esportivo.

Palavras-chave: modelo neuro-fuzzy; inteligência artificial; predição de lesão; sistema baseado em regras fuzzy; futebol feminino.

Introdução

O treinamento físico de atletas é de fundamental importância para seu desempenho e faz parte de sua rotina diária. No entanto, o número de lesões associado à prática esportiva é expressivo [3], impactando não apenas a saúde e o desempenho das atletas, mas também gerando custos financeiros às organizações esportivas. Lesões esportivas são o

resultado de uma combinação complexa de fatores [2]. As lesões, em geral, podem ocorrer quando os atletas estão expostos a cargas inadequadas de treinamento e competição [16].

Em um modelo de previsão de lesões realizado por Gabbett [5], utilizando a escala de Percepção Subjetiva de Esforço (PSE) da Sessão, foi mostrado que jogadores que excederam o limite de carga de treinamento semanal tiveram 70 vezes mais probabilidade de testar positivos para lesões. O método de PSE da sessão é uma forma válida de quantificar o treinamento em diversos tipos de esportes e exercícios [4], além de se destacar pela praticidade na coleta dos dados. O PSE é uma ferramenta subjetiva utilizada para quantificar a intensidade de um exercício, considerando a percepção do atleta em uma escala de 1 a 10.

A partir do PSE, é possível calcular outras medidas de carga de treinamento, como a monotonia, a qual indica que a forma como a carga de treinamento do atleta é distribuída ao longo da semana é tão importante quanto a sua carga total de treinamento. Essa medida possui um forte potencial para indicar desfechos adversos do treinamento, como lesões [4]. Um treinamento intenso com pouca variação de carga na semana (baixo desvio padrão) indica alta monotonia. Em um estudo realizado com atletas universitárias de futebol feminino, mostrou-se que a alta monotonia está associada a um aumento na incidência de lesões e baixo desempenho esportivo [13]. Além da carga de treinamento, a duração do sono dos atletas é uma variável que precisa ser acompanhada. De acordo com [7], uma maior duração do sono está associada a um risco menor de lesões.

O objetivo principal deste trabalho é realizar a predição do risco de lesão em atletas profissionais de futebol feminino utilizando o DENFIS, considerando o potencial das variáveis de carga de treinamento e do sono dos atletas na predição de lesões. As variáveis de entrada do modelo são a carga diária, a carga crônica de treinamento, a monotonia e a duração do sono das atletas, e a variável de saída o risco de lesão.

1 Teoria dos conjuntos fuzzy

A teoria dos conjuntos fuzzy, introduzida por Lotfi A. Zadeh em 1965 [17], foi desenvolvida para lidar com a imprecisão e a incerteza em modelos matemáticos. Os conjuntos fuzzy surgem como uma extensão dos conjuntos clássicos, uma vez que a teoria fuzzy considera termos linguísticos como “aproximadamente”, “em torno de”, dentre outros [8], conforme descrito na Definição 1.

Definição 1. *Um subconjunto fuzzy A de um universo U é definido em termos de uma função de pertinência μ_A que a cada elemento x de U associa um número $\mu_A(x)$ entre zero e um chamado de grau de pertinência de x a A . Assim, $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$.*

Os valores $\mu_A(x) = 1$ e $\mu_A(x) = 0$ indicam, respectivamente, a pertinência plena e a não pertinência do elemento x a A .

Observe que um subconjunto clássico A de U é um caso particular de conjunto fuzzy, sendo a função característica a sua função de pertinência, ou seja, $\mu_A : U \rightarrow \{0, 1\}$.

1.1 Sistema baseado em regras fuzzy

O SBRF possui como entradas conjuntos fuzzy, e sua saída passa por um processo de defuzzificação para se tornar um valor real. O sistema opera com um conjunto de regras fuzzy, as quais usualmente possuem a forma [8]:

Se (um conjunto de condições é satisfeito) então (um conjunto de consequências pode ser inferido).

A estrutura do SBRF é composta por 4 partes: um processador de entrada do sistema, onde acontece a fuzzificação dos dados de entrada; a base de regras, onde estão localizadas as regras fuzzy do sistema; uma máquina de inferência fuzzy, onde as regras fuzzy são traduzidas para uma linguagem matemática; e o processo de saída, onde é calculada a saída real do sistema [8].

O método de inferência fuzzy utilizado no DENFIS é o Método de Takagi-Sugeno [15], cujas regras, para uma base com m regras e q variáveis, possuem a seguinte forma:

$$\text{SE } x_1 \text{ é } R_{i1} \text{ e } \cdots \text{ e } x_q \text{ é } R_{iq} \text{ ENTÃO } y_i \text{ é } f_i(x_1, \cdots, x_q)$$

para $i = 1, \cdots, m$, em que o consequente da i -ésima regra y_i é uma função das variáveis de entrada $x_1, \cdots, x_q$. Como, por exemplo, uma função linear, $y_i = f_i(x_1, \cdots, x_q) = a_1x_1 + \cdots + a_qx_q + c$, para $a_1, \cdots, a_q, c \in \mathbb{R}$.

2 Sistema de Inferência Neuro-Fuzzy Dinâmico Evolutivo

O DENFIS foi desenvolvido no início dos anos 2000 pelo cientista Nikola Kasabov [9]. É uma arquitetura que combina redes neurais artificiais e lógica fuzzy para criar um sistema dinâmico e evolutivo, considerado um dos desenvolvimentos mais importantes na área dos sistemas neuro-fuzzy [10]. Este tipo de abordagem híbrida é considerado um método de inteligência artificial, área de grande destaque nos dias atuais. Este sistema utiliza o método de inferência fuzzy do tipo Takagi-Sugeno e as variáveis de entrada são modeladas por funções de pertinência triangulares. A evolução das regras (neurônios) é

realizada por meio de uma abordagem baseada em agrupamento denominada Método de Agrupamento/Clusterização Evolutiva, do inglês *Evolving Clustering Method* (ECM), que evolui um novo *cluster*, significando evoluir uma nova regra. O centro e o raio de cada agrupamento são utilizados para montar a parte antecedente de uma regra fuzzy. A parte consequente da regra é desenvolvida a partir de uma equação linear de primeira ordem, na qual é utilizado o método dos mínimos quadrados recursivos ponderados para estimar seus coeficientes.

2.1 Método de clusterização evolutiva on-line

O ECM é um método de agrupamento baseado na distância máxima. Seu objetivo é particionar de forma iterativa os dados de entrada em subconjuntos, denominados *clusters*, criando regras de inferência fuzzy [9]. Para a tomada de decisão do modelo sobre a atualização ou criação de *clusters*, um valor de limite de distância (D_{thr}) é pré-definido pelo usuário em um intervalo de 0 a 1 [14]. Em termos geométricos, o parâmetro D_{thr} pode ser interpretado como o maior raio que um *cluster* pode assumir [11].

O algoritmo completo para um conjunto de treinamento com n observações do processo ECM on-line é detalhado a seguir, com base nas referências [9] e [11].

Passo 1: Processar a primeira amostra do conjunto de dados e criar o primeiro *cluster* C_1 , atribuindo as coordenadas do seu centro c_1 às coordenadas da primeira amostra do conjunto de treinamento x_1 , ou seja, $c_1 = x_1$ e determine seu raio r_1 como 0, $r_1 = 0$.

Passo 2: Processar a próxima amostra de entrada x_k , para $k \in 2, \dots, n$, se disponível; caso contrário, pare.

Passo 3: Calcular a distância entre x_k e todos os m centros de *cluster* já criados $dist(x_k, c_j)$, para $j = 1, \dots, m$, sendo $dist$ a distância euclidiana.

Passo 4: Guardar a menor das distâncias calculadas no Passo 3.

$$D = \min\{dist(x_k, c_j)\}, \text{ para } j = 1, \dots, m.$$

e calcular $S_k = D + r_j$, sendo r_j o raio do cluster mais próximo ao centro c_j .

Passo 5: Se $D < r_j$, então a amostra atual x_k pertence ao cluster C_j ; neste caso nenhum novo cluster é criado nem nenhum cluster existente é atualizado. Retorne ao Passo 2. Caso contrário, passar para o próximo passo.

Passo 6: (Criação de um novo *cluster*) Se $S_k > 2 \cdot D_{thr}$, então x_k não pertence a nenhum *cluster* existente. Um novo *cluster* é criado, conforme descrito no Passo 1; retorne ao Passo 2.

Passo 7: (Atualização de um *cluster*) Se $S_k < 2 \cdot D_{thr}$, então o *cluster* C_j é expandido e seu centro é movido em direção a x^k . O novo raio atualizado r_j^{novo} é definido como $\frac{S_k}{2}$ e o novo centro c_j^{novo} é localizado no ponto da reta que conecta x_k a c_j de modo que a distância do novo centro c_j^{novo} ao ponto x_k seja aproximadamente igual ao novo raio r_j^{novo} . Retorne ao Passo 2.

3 Modelo de predição do risco de lesão em atletas de futebol feminino profissional via DENFIS

3.1 Conjunto de dados e variáveis

Os dados foram coletados com o aplicativo *Player Monitoring System* (pmSys) durante as temporadas de 2020 e 2021, com atletas de dois times profissionais de futebol feminino da Noruega [12]. Os dados incluem carga de treinamento percebida, bem-estar e lesões, todas registradas diariamente pelas atletas. O banco de dados inicial contava com 2.855 linhas, sendo 2.746 linhas de atletas sem lesão e apenas 109 linhas de atletas lesionadas. Dessa forma, com o intuito de balancear os dados, foi realizada a técnica de desbalanceamento *Synthetic Minority Oversampling Technique* (SMOTE) [1], obtendo um *dataset* final com 3.509 observações, sendo 2.746 sem lesões e 763 com lesão. O modelo desenvolvido no *Software R* [14] utiliza quatro variáveis de entrada e uma de saída que indica o risco de lesão da atleta.

As variáveis de carga são determinadas pelo *CEPs* (Classificação do Esforço Percebido por Sessão), obtido pelo produto entre a duração da sessão e o *CEP*, Classificação do Esforço Percebido pela atleta em uma escala de 1 a 10. Dessa forma, é possível definir as variáveis de entrada:

- **Carga Diária (CD):** Soma de toda a carga (*CEPs*) em um dia da atleta.
- **Carga Crônica de Treinamento (CCT):** A dose acumulativa de treinamento que aumenta ao longo dos últimos 28 dias,

$$CCT = \frac{1}{28} \sum_{i=n}^{n+28} CD_i.$$

- **Monotonia:** Variação do treinamento nos últimos 7 dias,

$$Monotonia = \frac{CAT}{\sigma},$$

sendo *CAT* a Carga Aguda de Treinamento, calculada pela média da Carga Diária

(CD) nos últimos 7 dias $\left(CAT = \frac{1}{7} \sum_{i=n}^{n+7} CD_i \right)$ e σ o desvio padrão das cargas diárias dos últimos 7 dias.

- **Duração do Sono:** Duração do sono relatada em horas pela atleta diariamente.

3.2 Resultados

Considerando que o modelo busca realizar a predição do risco de lesões em atletas, foi adotado neste trabalho um perfil preventivo para a classificação de lesão (1) ou não (0). Para os valores de riscos preditos maiores ou iguais a 0,4 são arredondados para 1, caso contrário, para 0. Utilizando o *dataset* após a aplicação do SMOTE, foram destinados 70% dos dados para treinamento e 30% para teste, de forma que a proporção das classes foi mantida. Assim, o conjunto de teste contou com 229 observações com lesão e 823 sem lesão. A Tabela 1 representa a matriz de confusão do modelo de predição de lesão via DENFIS para os dados de teste, sendo as linhas os valores reais e as colunas os valores preditos.

Tabela 1: Matriz de confusão modelo DENFIS.

	0	1
0	763	60
1	38	191

Fonte: elaborado pela autora (2025).

Com isso, o modelo atingiu uma acurácia (o número de previsões sobre o total de previsões) de 90,68% e uma sensibilidade (taxa de acerto das observações positivas/atletas lesionadas) de 83,4%. Para validar os resultados, foi realizada validação cruzada através do método *k-fold* [6] com $k = 5$, obtendo uma acurácia média de 88,37% e uma sensibilidade média de 76,38%.

O sistema desenvolvido possibilita a avaliação individualizada de cada atleta, uma vez que é possível determinar o risco de lesão para atletas a partir de novos dados de entrada que estejam nas mesmas condições. Para ilustrar a aplicação do modelo, é possível analisar o caso de três atletas distintas. A Tabela 2 mostra os dados de entrada para cada uma delas. A partir dessas informações, o SBRF gerado pelo DENFIS estimou o risco de lesão para cada uma, que são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Variáveis de entrada e risco para cada atleta.

Caso	Variáveis de entrada				Variável de Saída
	CD	Monotonia	CCT	Duração do sono (h)	Risco de Lesão (%)
Atleta 1	222	1,626	266,716	12	5,69%
Atleta 2	444	2,439	466,753	8	45%
Atleta 3	888	5,7723	413,4098	7,4	94,29%

Fonte: elaborado pela autora (2025).

Assim, a Atleta 1 possui um baixo risco de lesão, a Atleta 2 um risco médio, enquanto a Atleta 3 possui um alto risco de se lesionar. O caso da Atleta 2 demonstra a importância de um perfil preventivo no modelo. Ao estabelecer um ponto de corte de 40% (0,4), para a classificação de lesão (1) ou não (0), a atleta seria classificada com lesão, indicando que seu risco de 45% é significativo e deve ser considerado para ser encaminhada para uma avaliação detalhada a fim de serem adotadas medidas preventivas.

4 Considerações finais

Os resultados obtidos demonstram a eficácia da aplicação de técnicas de inteligência artificial na previsão de lesões esportivas, uma vez que o modelo alcançou uma taxa de acerto de 90,68%. Além dos resultados terem sido validados por meio do método de validação cruzada *k-fold*. Esses resultados evidenciam o potencial do uso de variáveis relacionadas à carga de treinamento e duração do sono das atletas na previsão de lesões, estando de acordo com a teoria.

Destaca-se que lesões esportivas são resultados de uma combinação complexa de diversos fatores de risco [2]. Entretanto, modelos como o proposto neste trabalho reforçam a importância da teoria dos conjuntos fuzzy e redes neurais na área esportiva, podendo oferecer um importante suporte em decisões preventivas de fisioterapeutas e treinadores, visando a saúde, o bem-estar e o desempenho das atletas.

Referências

- [1] CHAWLA, N., BOWYER, K., HALL, L., KEGELMEYER, W. SMOTE: Synthetic Minority Over-sampling Technique. **J. Artif. Intell. Res. (JAIR)**, v. 16, p. 321-357, 2002.
- [2] EETVELDE, H. et al. Machine learning methods in sport injury prediction and prevention: a systematic review. **Journal of Experimental Orthopaedics**, 2021. p. 27.

- [3] EMERY, C. A., PASANEN, K. Current trends in sport injury prevention. **Best Practice & Research Clinical Rheumatology**, v. 33, n. 1, p. 3-15, 2019.
- [4] FOSTER, C., FLORHAUG, J. A., FRANKLIN, J., GOTTSCHALL, L., HROVATIN, L. A., PARKER, S., DOLESHAL, P., DODGE, C. A new approach to monitoring exercise training. **J Strength Cond Res**, v. 15, n. 1, p. 109-115, 2001.
- [5] GABBETT, T. J. The development and application of an injury prediction model for noncontact, soft-tissue injuries in elite collision sport athletes. **J Strength Cond Res**, v. 24, n. 10, p. 2593-2603, 2010.
- [6] GÉRON, A. **Hands-on Machine learning with Scikit-Learn and TensorFlow**: concepts, tools, and techniques to build intelligent systems. Sebastopol: O'Reilly Media, 2017.
- [7] HARALDSDOTTIR, K., SANFILIPPO, J., MCKAY, L., WATSON, A. M. Decreased Sleep and Subjective Well-Being as Independent Predictors of Injury in Female Collegiate Volleyball Players. **Orthopaedic Journal of Sports Medicine**, v. 9, n. 9, 2021.
- [8] JAFELICE, R.; BARROS, L.; BASSANEZI, R. **Teoria dos conjuntos fuzzy com aplicações**. 3 ed., São Carlos: SBMAC - Notas em Matemática Aplicada, 2023.
- [9] KASABOV, N., SONG, Q. DENFIS: Dynamic Evolving Neural-Fuzzy Inference System and Its Application for Time-Series Prediction. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 10, p. 144-154, 2002.
- [10] LUGHOFFER, E. **Evolving Fuzzy Systems**: Methodologies, Advanced Concepts and Applications. 1 ed., Berlin: Springer-Verlag - Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2012. v 266.
- [11] MENDES, I. et al. **Redes Neuro-Fuzzy Evolutivas Embarcadas em Sistemas Microcontrolados**. Natal: CBSF, 2012.
- [12] MIDOGLU, C. et al. A large-scale multivariate soccer athlete health, performance, and position monitoring dataset. **Scientific Data**, v. 11, n. 553, p. 1-19, 2024.
- [13] PUTLUR, P., FOSTER, C., MISKOWSKI, J. A., KANE, M. K., BURTON, S. E., SCHEETT, T. P., MCGUIGAN, M. R. Alteration of immune function in women collegiate soccer players and college students. **Journal of Sports Science and Medicine**, v. 3, n. 4, p. 234-243, 2004.
- [14] R CORE TEAM. R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2024.
- [15] TAKAGI, T., SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. SMC-15, n. 1, p. 116-132, 1985.
- [16] WINDT, J., GABBETT, T. J. How do training and competition workloads relate to injury? The workload-injury aetiology model. **Br J Sports Med**, v. 51, n. 5, p. 428-435, 2017.
- [17] ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. **Information and Control**, v. 8, p. 338-353, 1965.



Um passeio histórico sobre a relação entre Matemática e Música: do século IV a.e.c. ao século XVI e.c.

Kayque de Brito Silva Marcelino, Mônica de Cássia Siqueira,

Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Universidade Federal do Triângulo Mineiro.
d202310977@uftm.edu.br, monica.siqueira@uftm.edu.br

Resumo. Este trabalho investigou, sob uma abordagem qualitativa, documental e histórica, como diferentes pensadores, ao longo dos séculos, compreenderam a conexão entre Matemática e Música. A metodologia baseou-se na análise de fontes diretas e indiretas, considerando o contexto social e cultural de cada época. Os resultados encontrados apontam para os pitagóricos que identificaram proporções numéricas simples (1:2, 2:3, 3:4) e que definiram intervalos musicais como oitava, quinta e quarta, associando som e número por meio do monocórdio. Platão ampliou essa noção ao relacionar música e ordem cósmica, enquanto Aristóteles destacou seu papel ético e político na formação do caráter. Euclides, em *Sectio Canonis*, sistematizou as razões matemáticas da música, e Ptolomeu, em *Harmônica*, conciliou razão e percepção auditiva. Entre a Antiguidade e o século XVIII há lacunas historiográficas, mas em 1722 Johann Sebastian Bach consolidou a escala temperada com base em cálculos logarítmicos, transformando a estrutura musical ocidental. Conclui-se que a relação entre Matemática e Música vai além da estética: representa uma busca pela ordem, proporção e harmonia. Essa interação histórica e filosófica demonstra como ciência, arte e pensamento humano se entrelaçam na construção do conhecimento e da sensibilidade.

Palavras-chave. História da Matemática; História da Música; Proporção; Filosofia Antiga.

Introdução

Este trabalho investiga a relação entre Matemática e Música ao longo dos séculos, analisando registros históricos e produções científicas que exploram essa conexão. A pesquisa adotou uma abordagem crítica inspirada em Nobre (2004), que alerta para as influências políticas, filosóficas e sociais na escrita da História da Matemática, bem como para problemas, tais como, a escassez e/ou distorção de documentos históricos.

Nesse contexto, figuras como Pitágoras e Tales de Mileto são questionadas quanto à autenticidade de suas contribuições, já que muitos relatos sobre suas descobertas carecem de comprovação. Embora Pitágoras seja frequentemente lembrado como o primeiro a

investigar matematicamente a música, estudos mostram que conhecimentos atribuídos a ele, como o teorema que leva seu nome, já eram conhecidos pelos babilônios.

Após o período pitagórico, há um longo intervalo documental até o século XVIII, quando Johann Sebastian Bach propõe a escala temperada, baseada em princípios matemáticos. Esse salto temporal levanta questionamentos sobre possíveis lacunas ou omissões na historiografia da relação entre Matemática e Música. Assim, o estudo buscou responder à questão central: ***quais relações foram evidenciadas por cientistas entre Matemática e Música ao longo dos séculos?***

1 Breve história da música

Roy Bennett (1986) explica que a história da música ocidental revela uma profunda transformação estética, social e técnica ao longo dos séculos.

Dos primórdios até a Idade Média, a música era fortemente ligada à religiosidade. O canto gregoriano, executado em latim e sem acompanhamento instrumental, representa a base da música ocidental escrita. Esse período também presenciou o surgimento da polifonia, com o organum e o moteto, formas que introduziram o canto a várias vozes simultâneas. Compositores como Léonin e Pérotin, da Escola de Notre-Dame, foram pioneiros nesse desenvolvimento (Roy Bennett, 1986).

Durante o Renascimento (1450–1600), houve um florescimento artístico e científico influenciado pelo humanismo. A música passou a valorizar o equilíbrio, a clareza e o contraponto entre as vozes. Compositores como Josquin des Prés, Palestrina e Orlando di Lasso destacaram-se pela sofisticação da polifonia coral. Nesse período, a música sacra e profana coexistiam: enquanto a Igreja mantinha a tradição do canto litúrgico, o público leigo apreciava formas como o madrigal, o ayre e as chansons, acompanhadas por instrumentos como o alaúde e a viola da gamba (Roy Bennett, 1986).

O período Barroco (1600–1750) foi de grandes transformações. Surgiram novas formas musicais, como a ópera, o oratório, a cantata e o concerto grosso. O uso do baixo contínuo conferiu estabilidade harmônica às composições. A música tornou-se mais expressiva e teatral, buscando representar emoções humanas — os chamados afetos. Nessa época, consolidou-se o sistema tonal, e os instrumentos foram aperfeiçoados, com destaque para o violino, o cravo e o órgão. Entre os principais nomes estão Johann Sebastian Bach, Antonio Vivaldi e Georg Friedrich Händel, que elevaram a música a um novo patamar técnico e estético (Roy Bennett, 1986).

O Classicismo (1750–1810) refletiu o ideal iluminista de clareza e racionalidade. As composições tornaram-se mais estruturadas, com formas definidas como a sonata, a

sinfonia e o quarteto de cordas. A música buscava o equilíbrio e a proporção — princípios diretamente ligados à lógica matemática. Joseph Haydn, Wolfgang Amadeus Mozart e Ludwig van Beethoven foram expoentes dessa época, consolidando a música instrumental como linguagem universal (Roy Bennett, 1986).

No Romantismo (século XIX), a música voltou-se para o sentimento, a subjetividade e a imaginação. As formas tornaram-se mais livres e as harmonias mais complexas. Compositores como Chopin, Schumann, Liszt, Berlioz, Wagner e Tchaikovsky expressaram emoções intensas, integrando literatura, nacionalismo e poesia à música. Nesse período, a orquestra cresceu e ganhou novos timbres, refletindo a diversidade emocional e cultural do século (Roy Bennett, 1986).

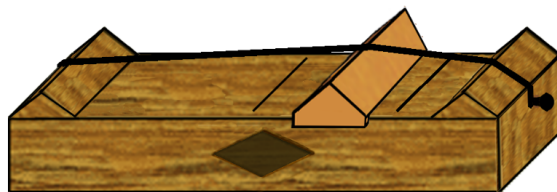
O século XX rompeu com os padrões anteriores e trouxe uma explosão de estilos e linguagens. Compositores como Stravinsky, Schoenberg, Debussy, Cage, Glass e Stockhausen exploraram novas possibilidades sonoras e rítmicas, incluindo o uso de tecnologia, eletrônica e experimentação. A música tornou-se um campo de liberdade criativa, aproximando-se da ciência e da filosofia (Roy Bennett, 1986).

Essa trajetória mostra que a música sempre refletiu o pensamento humano de sua época, acompanhando o avanço das ciências, das ideias e das sensibilidades, o que a torna um espelho da própria história da razão (Roy Bennett, 1986).

2 A Matemática na Música: uma relação antiga

A ligação entre a Matemática e a Música remonta à Grécia Antiga, com os pitagóricos, que descobriram as relações numéricas responsáveis por produzir sons agradáveis ao ouvido humano. Utilizando o monocórdio (Figura 1), um instrumento composto por uma única corda tensionada, os pitagóricos perceberam que, ao dividir essa corda em determinadas partes, obtinham proporções que resultavam em sons harmônicos. Eles observaram que os intervalos musicais seguiam razões numéricas precisas: a oitava correspondia à proporção 2:1, a quinta à 3:2, e a quarta à 4:3. Essas descobertas revelaram que a harmonia sonora é um reflexo direto das leis matemáticas que regem o universo. (Pereira, 2013).

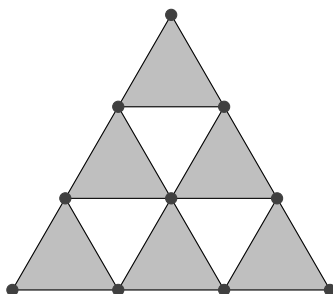
Figura 1: Monocórdio.



Fonte: Pereira(2013).

Outro matemático que também desenvolveu trabalho sobre a música foi Filolau, filósofo pitagórico do século V a.E.C. Ele foi um dos principais responsáveis por consolidar a aplicação da Matemática à Música dentro da tradição pitagórica. Em sua obra associada ao *Sectio Canonis*, Filolau descreveu de forma sistemática as relações numéricas que determinam a harmonia musical, mostrando que a música é uma expressão concreta da ordem matemática do cosmos. Por meio do monocórdio, demonstrou que a altura dos sons variava de acordo com o comprimento da corda vibrante, estabelecendo proporções fixas entre número e som. Assim, intervalos musicais como a oitava (2:1), a quinta (3:2) e a quarta (4:3) foram identificados como consonâncias perfeitas, refletindo as leis universais da natureza (Pereira, 2013). Entre seus símbolos mais importantes está a tetractys (figura 1), representação triangular que soma os números 1, 2, 3 e 4, resultando em 10, considerado perfeito pelos pitagóricos. Essa figura simbolizava a harmonia dos números e a estrutura matemática do universo. Filolau também utilizou conceitos como a média harmônica para descrever matematicamente as relações entre frequências sonoras, reforçando a ideia de que a beleza musical é uma manifestação das proporções numéricas que regem o mundo (Pereira, 2013).

Figura 2: Tetractys

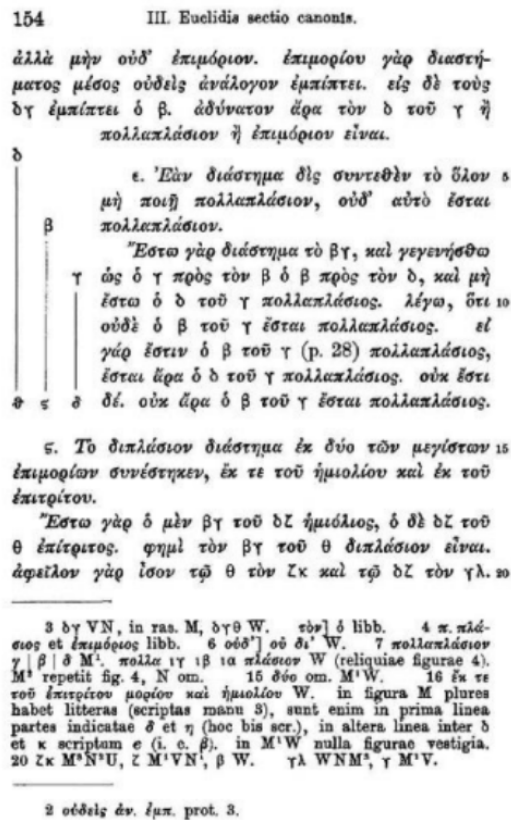


Fonte: Elaborado pelo autor com base no trabalho do Oliveira

Euclides(570 – 495 a.E.C.), em sua obra *Sectio Canonis* (Figuras 3), desenvolveu

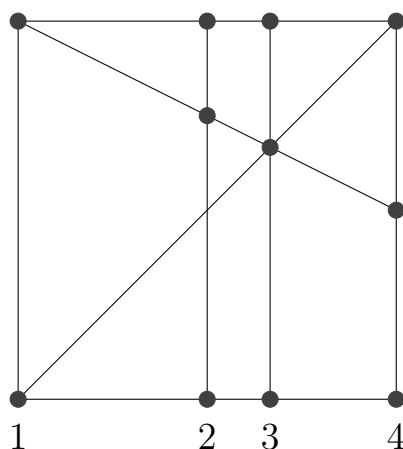
uma formulação matemática rigorosa para as divisões do monocórdio, evidenciando, por meio de construções geométricas, as proporções harmônicas que relacionam os diferentes sons musicais. Séculos depois, Cláudio Ptolomeu(470 – 385 a.E.C.), no século II, aperfeiçoou esses estudos ao empregar instrumentos como o hélicon (Figuras 4), que permitiam representar visualmente os intervalos musicais e suas relações numéricas. Tais instrumentos evidenciavam que a harmonia podia ser mensurada, seguindo princípios racionais e matemáticos baseados em razão e proporção.

Figura 3: Sectio Canonis.



Fonte: BARBOSA(2018) .

Figura 4: Hélicon.



Fonte: Elaborado pelo autor com base no trabalho do GUSMÃO(2013).

No pensamento de Platão (427–347 a.E.C.), especialmente no *Timeu*, a criação do universo é vista como um ato ordenado e racional realizado pelo Demiurgo, um “arquiteto cósmico” que estrutura o mundo segundo princípios matemáticos e musicais. Para o filósofo, a harmonia universal é como uma partitura composta por proporções numéricas precisas que regulam o movimento dos astros e a coesão do cosmos. Platão associa a Alma do Mundo a intervalos musicais como 2:1, 3:2 e 4:3, correspondentes à oitava, à quinta e à quarta. Assim, a harmonia não é apenas estética, mas ontológica, representando a própria ordem do ser e a ligação entre Matemática, Música e Filosofia como reflexo do pensamento divino. (MATSUURA, 2019).

Aristóteles (384–322 a.E.C.), discípulo de Platão, abordou a música sob uma perspectiva ética e política. No Livro VIII da *Política*, destacou sua importância na formação moral e cívica do cidadão, pois ela molda o caráter e influencia as paixões. Embora não seguisse o enfoque pitagórico, reconheceu que ritmos e modos musicais se baseiam em proporções matemáticas capazes de educar e equilibrar a alma. Assim, a música é, para ele, uma arte e um instrumento essencial à harmonia da pólis. (MATSUURA, 2019).

Cláudio Ptolomeu (100–170 d.E.C.), em sua obra *Harmônica*, buscou equilibrar razão e percepção ao estudar as relações matemáticas do som. Diferente dos pitagóricos e aristoxenianos, uniu teoria e prática, propondo o sistema de afinação justa, que reconhece a terça maior (5:4) como consonância. Também classificou as consonâncias e utilizou instrumentos de medição, como o cânone de múltiplas cordas, para comprovar suas teorias com precisão. (Ptolomeu, 2000)

3 Conclusão

A investigação realizada neste trabalho permitiu compreender que a relação entre Matemática e Música atravessa séculos e diferentes contextos culturais. Desde a Antiguidade, a busca por compreender a ordem e a harmonia do universo encontrou na música um campo fértil para a aplicação e o desenvolvimento de ideias matemáticas.

Os pitagóricos foram os primeiros a estabelecer conexões formais entre números e sons, demonstrando, por meio do monocórdio, que intervalos musicais como oitava, quinta e quarta podiam ser expressos em proporções numéricas exatas. Essa descoberta consolidou a crença de que “tudo é número” e inaugurou uma tradição em que a música passou a ser entendida como reflexo das leis matemáticas que regem o cosmos. Filolau e Euclides deram continuidade a esses estudos, aplicando médias e fundamentos geométricos para explicar as relações entre as notas musicais.

Platão, em sua obra *Timeu*, ampliou essa reflexão ao propor que a própria alma do mundo foi estruturada segundo proporções musicais, originando a ideia da “música das esferas”. Já Aristóteles, embora mais voltado à prática e à formação moral, reconheceu o poder educativo e ético da música, mostrando que ritmos e modos musicais influenciam o caráter e o equilíbrio emocional. Cláudio Ptolomeu uniu teoria e experiência sensível em seu tratado *Harmônica*, propondo uma afinação justa que conciliava precisão matemática e percepção auditiva, contribuindo de forma decisiva para a teoria musical antiga.

Após um longo intervalo histórico de quase vinte séculos, essa relação voltou a ganhar destaque com Johann Sebastian Bach, no século XVIII. Sua criação da escala temperada incorporou cálculos logarítmicos e proporcionou maior liberdade de transposição entre tonalidades, estabelecendo uma base duradoura para a música ocidental.

A análise histórica mostrou que a Música não é apenas uma expressão artística, mas também reflete princípios de ordem, proporção e harmonia profundamente ligados à Matemática. Por outro lado, a Matemática encontra na Música um campo criativo e sensível, onde o raciocínio lógico se transforma em beleza sonora. Essa integração demonstra que razão e sensibilidade se complementam, enriquecendo a compreensão humana e abrindo novas possibilidades para o ensino e para a produção do conhecimento.

4 Referências

1. ARISTÓTELES. *A Política*. 1. ed. [S.l.]: ELO, 1913. 149 p. Livro digital (PDF). Domínio Público. Disponível em: <https://archive.org/details/APoliticaAristoteles>. Acesso em: 08 out. 2025.

2. BARBOSA, Gustavo. Euclides – Sectio Canonis – Apresentação e Tradução. Revista Brasileira de História da Matemática, v. 18, n. 36, p. 31-75, 2018. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/19/18>. Acesso em: 08 out. 2025.
3. BENNETT, Roy. Uma breve história da música. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1986. Disponível em: https://ia600707.us.archive.org/31/items/RoyBennetInstrumentosDaOrquestra/Roy%20bennet%20%20Cambridge%20uma%20breve%20historia%20da%20musica_text.pdf. Acesso em: 08 out. 2025.
4. EUCLIDES. Os Elementos. São Paulo: Editora UNESP, 2009.
5. GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Orgs.). Métodos de pesquisa. Universidade Aberta do Brasil: UAB/UFRGS e SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.
6. GUSMÃO, Cynthia. O ateliê musical de Claudio Ptolomeu. Scientiae Studia, São Paulo, v. 11, p. 731-762, dez. 2013. DOI: 10.1590/S1678-31662013000400002. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ss/a/ymsrMKM3kpVb3w7wgFmZbyw/?lang=pt>. Acesso em: 8 out. 2025.
7. MATSUURA, Oscar Toshiaki. Timeu: a Cosmologia de Platão. São Paulo: Universidade de São Paulo. Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, 2019. DOI: 10.11606/9786590105806. Disponível em: <https://www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/1209>. Acesso em: 15 out. 2025.
8. NOBRE, Sérgio. Leitura crítica da História: reflexões sobre a História da Matemática. Ciência e Educação, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.
9. OLIVEIRA, Guilherme Magalhães. Música e cosmologia em Filolau de Crotona. Revista Música, São Paulo, v. 17, n. 1, p. 250-276, mar. 2017. Disponível em: <https://revistas.usp.br/revistamusica/article/view/144611>. Acesso em: 15 out. 2025.
10. PEREIRA, Marcos do Carmo. Matemática e Música: de Pitágoras aos dias de hoje. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Programa de Pós-graduação em Matemática PROF-MAT, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/364561302/PEREIRA-Matematica-e-musica-de-Pitagoras-aos-dias-de-hoje-pdf>. Acesso em: 08 out. 2025.
11. PTOLOMEU, Cláudio. Harmonics. London: Brill, 2000.



UM ESTUDO SOBRE A DESIGUALDADE DE BERNOULLI

João Victor Balan, Marcela Luciano Vilela de Souza.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro.
joaovbalan5@gmail.com, marcela.souza@uftm.edu.br

Resumo. Este trabalho apresenta um estudo aprofundado da Desigualdade de Bernoulli, uma das ferramentas fundamentais no campo da Análise Matemática. A desigualdade, essencialmente, estabelece uma relação de ordem entre funções exponenciais e lineares. O objetivo principal deste estudo é apresentar uma análise da desigualdade. Para tanto, o desenvolvimento do trabalho apresenta duas demonstrações rigorosas da desigualdade para expoentes naturais. A primeira utiliza o princípio da Indução Finita, validando a relação para qualquer corpo ordenado. A segunda demonstração emprega o Binômio de Newton. Em seguida, temos uma interpretação geométrica da desigualdade, ao comparar os gráficos de funções. Um ponto crucial do estudo é a generalização da Desigualdade de Bernoulli para expoentes reais utilizando o Cálculo Diferencial. Por fim, são exploradas algumas aplicações práticas e teóricas da Desigualdade de Bernoulli. Destaca-se sua importância na prova da convergência de sequências, na dedução de outras desigualdades e em sua relevância histórica e prática, consolidando o entendimento sobre a versatilidade e a potência deste princípio matemático.

Palavras-chave. Desigualdade de Bernoulli. Análise Real. Indução Matemática. Binômio de Newton. Cálculo Diferencial.

Introdução

O estudo das desigualdades matemáticas ocupa um papel central em diversas áreas da Matemática, fornecendo ferramentas essenciais para a análise, a demonstração de teoremas e a resolução de problemas. Aqui trataremos a Desigualdade de Bernoulli, denominada desta forma em homenagem ao matemático suíço Jakob Bernoulli, nascido na cidade de Basileia no ano de 1654 e falecido em 1705 (representado na Figura 1). Ela mostra sua utilidade como uma ferramenta essencial em diversas áreas da Matemática Pura e Aplicada. Particularmente útil em Análise Real para provar limites e convergências de sequências e séries, a Desigualdade de Bernoulli também desempenha um papel crucial em Teoria das Probabilidades, e no Cálculo. Sua importância reside na sua simplicidade e na sua aplicabilidade, servindo como uma base sólida para demonstrar outras desigualdades e propriedades mais complexas.

Figura 1: Jakob Bernoulli



Fonte: <https://www1.wdr.de/stichtag/stichtag-392.html>

O presente trabalho tem como objetivo explorar a Desigualdade de Bernoulli em profundidade. Inicialmente, serão apresentadas duas demonstrações rigorosas da desigualdade, demonstrando a validade da relação para o conjunto especificado. Em seguida, analisaremos uma interpretação geométrica desta desigualdade. Depois traremos uma generalização da desigualdade e sua demonstração. Por fim, ilustraremos a utilização da desigualdade em dois contextos, um dentro da Análise Real, e outro em Teoria dos Números, assim aprofundando a compreensão sobre este conceito matemático abrangente e versátil.

Para o desenvolvimento da teoria, usaremos $\mathbb{K}$ para denotar um corpo ordenado qualquer, $\mathbb{R}$ para o conjunto dos números reais e $\mathbb{N}$ para o conjunto dos números naturais, considerando $n = 1$ como sendo o menor número natural.

1 Desigualdade de Bernoulli

A primeira demonstração que traremos aqui foi adaptada de Lima (2012) e é baseada no processo de Indução Finita.

Teorema 1. *Em todo corpo ordenado $\mathbb{K}$, se $n \in \mathbb{N}$ e $x \geq -1$, então vale que $(1 + x)^n \geq 1 + nx$.*

Demonstração. A demonstração pode ser feita por indução em n . Para $n = 1$, é claro que $(1 + x)^1 \geq 1 + 1 \cdot x \Rightarrow 1 + x \geq 1 + x$. Suponha que $(1 + x)^n \geq 1 + n \cdot x$, então

podemos deduzir,

$$\begin{aligned}
 (1+x)^n \geq 1+n \cdot x &\implies (1+x)^n \cdot (1+x) \geq (1+nx)(1+x) \\
 &\implies (1+x)^{n+1} \geq 1+nx+x+nx^2 \\
 &\implies (1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x+n \cdot x^2 \\
 &\implies (1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)x.
 \end{aligned}$$

Esta última desigualdade se faz pelo fato de que, em um corpo ordenado qualquer, todo quadrado perfeito é não negativo, e como $n \in \mathbb{N}$, então $n \cdot x^2 \geq 0$. Note que, como ambos os lados da desigualdade $(1+x)^n \geq 1+n \cdot x$ foram multiplicados por $1+x$, foi necessário supor $x \geq -1$. Quando $n > 1$ ($n \in \mathbb{N}$) e $x > -1$, tem-se, pelo mesmo argumento, a desigualdade estrita $(1+x)^n > 1+n \cdot x$, desde que seja $x \neq 0$.

□

A seguir, traremos uma segunda demonstração da Desigualdade de Bernoulli baseada em uma videoaula do canal da OBMEP no *Youtube*. Esta demonstração utiliza como principal argumento o desenvolvimento do Binômio de Newton. Vamos considerar apenas o caso para números reais e estaremos limitando um pouco mais os valores de x na argumentação, bem como considerando o caso $n = 0$ na demonstração.

Teorema 2. *Considere o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$. Seja $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ e $x \geq 0$. Então vale que $(1+x)^n \geq 1+nx$.*

Demonstração. Para $n = 0$, o caso é óbvio e vale a igualdade. Para o caso $n \neq 0$, vamos desenvolver o lado esquerdo da desigualdade usando o Binômio de Newton,

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} x^k = \binom{n}{0} 1 + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \cdots + \binom{n}{n} x^n$$

Note que os binomiais, $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!(n-0)!} = 1$ e $\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$. Assim temos,

$$(1+x)^n = 1 + n \cdot x + \binom{n}{2} x^2 + \cdots + \binom{n}{n} x^n$$

Por fim, note que $\binom{n}{2} x^2 + \cdots + \binom{n}{n} x^n$ é sempre não negativo, independente dos valores de $n \in \mathbb{N}$ e $x \geq 0$. Assim,

$$(1+x)^n = 1 + n \cdot x + \binom{n}{2} x^2 + \cdots + \binom{n}{n} x^n \geq 1 + n \cdot x$$

O que demonstra a desigualdade.

□

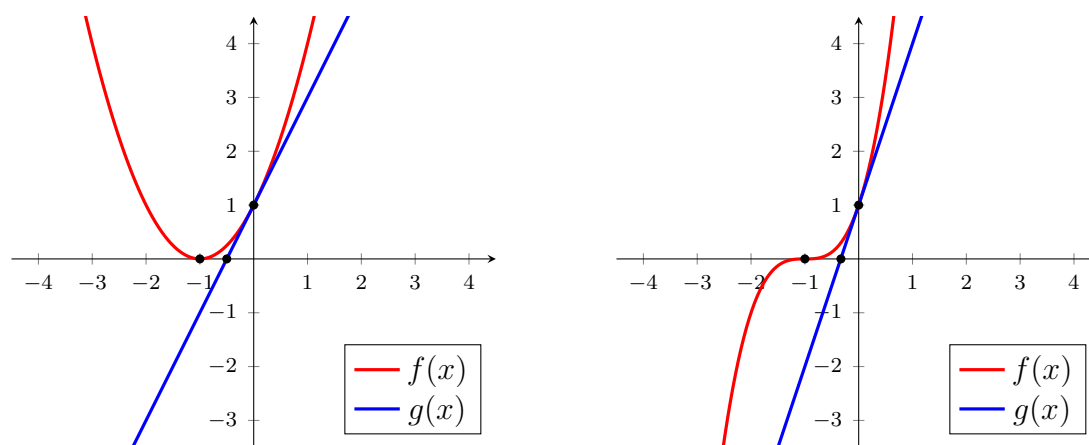
Note que na primeira demonstração, também podemos incluir o caso $n = 0$, da mesma forma que na segunda demonstração, uma vez que a desigualdade é válida de forma trivial para este caso. Mas optamos por manter a mesma abordagem das referências adotadas.

2 Interpretação Geométrica

A desigualdade de Bernoulli pode ser interpretada de forma geométrica através de gráficos de funções. Basta considerar duas funções, $f(x) = (1 + x)^n$, $g(x) = 1 + nx$ e observar seus comportamentos. A desigualdade afirma que, para $x \geq -1$ e $n \in \mathbb{N}$, a função $f(x)$ nunca está abaixo da função $g(x)$.

Para $n = 1$ os gráficos coincidem, sendo ambos uma reta de inclinação 1 e passando pelo ponto $(-1, 0)$. Para $n = 2$ e $n = 3$, temos os gráficos de acordo com a figura 2.

Figura 2: Interpretação geométrica para a Desigualdade de Bernoulli



Fonte: De autoria própria.

De modo geral, para n um natural par, temos que $f(x)$ está sempre acima de $g(x)$, parecido com o caso $n = 2$. Enquanto que para n um natural ímpar vale a desigualdade a partir de $x \geq -1$, parecido com o caso $n = 3$. Note que as retas $g(x)$ são sempre tangentes às curvas $f(x)$ no ponto $(0, 1)$, assim quando $x = 0$ temos a igualdade. Assim, considerando $x \geq -1$, com a teoria de tangência de $g(x)$ e da concavidade da $f(x)$, pode-se explorar no Ensino Superior, a interpretação geométrica da Desigualdade de Bernoulli explorando elementos de Cálculo Diferencial.

Essa interpretação gráfica fornece uma compreensão intuitiva de como as taxas de crescimento das duas funções se comparam. A função exponencial $f(x) = (1 + x)^n$ cresce

mais rápido do que a função linear $g(x) = 1 + nx$. Essas interpretações geométricas de conceitos matemáticos são muito úteis, importantes e didáticas, pois transformam uma declaração matemática abstrata em algo visualmente compreensível, o que pode ajudar a solidificar a compreensão da desigualdade.

3 Generalização da Desigualdade de Bernoulli

Existe também uma generalização para a Desigualdade de Bernoulli. Agora, em vez de considerar n como sendo um número natural, vamos considerar um número real r . A demonstração da versão generalizada da Desigualdade de Bernoulli para expoentes reais é um excelente exemplo da aplicação do Cálculo Diferencial para provar desigualdades. Essencialmente, não conseguimos encontrar a demonstração completa dessa generalização, então nos pautamos em algumas ideias de Ávila (1994) e procedemos com a demonstração. A desigualdade pode ser escrita da forma a seguir.

Teorema 3. *Considere o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$. Seja $r \in \mathbb{R}$ e $x \geq -1$. Então vale que*

$$\begin{aligned}(1+x)^r &\geq 1+rx & , & \text{ para } r \geq 1 \\ (1+x)^r &\leq 1+rx & , & \text{ para } 0 < r < 1 \\ (1+x)^r &\geq 1+rx & , & \text{ para } r \leq 0.\end{aligned}$$

Demonstração. Para demonstrar esta desigualdade, vamos estudar a função $f(x) := (1+x)^r - (1+rx)$, definida para $x \geq -1$. Note que $f(0) = (1+0)^r - (1+r \cdot 0) = 1 - 1 = 0$. Com a $f(x)$ definida desta forma, temos que

$$\begin{aligned}(1+x)^r &\geq 1+rx \iff f(x) \geq 0; \\ (1+x)^r &\leq 1+rx \iff f(x) \leq 0.\end{aligned}$$

Para estudar o sinal de $f(x)$, usaremos sua primeira derivada $f'(x) = r(1+x)^{r-1} - r = r[(1+x)^{r-1} - 1]$. O sinal de $f'(x)$ depende de dois fatores: o sinal de r e se o termo $(1+x)^{r-1}$ é maior ou menor que 1. Lembrando que $1+x \geq 0$ (já que $x \geq -1$). Assim vamos separar em três casos de acordo com os valores de r .

Caso 1: ($r \geq 1$)

Se $r = 1$ então $(1+x)^1 = 1 + 1 \cdot x$, assim, tendo a igualdade. Por outro lado, se $r > 1$, temos que analisar os valores de x . Para $x > 0$, então: $1+x > 1 \Rightarrow (1+x)^{r-1} > 1 \Rightarrow f'(x) > 0$. Para $x = 0$, então: $f'(0) = 0$. Para $-1 < x < 0$ então

$0 < 1 + x < 1 \Rightarrow (1 + x)^{r-1} < 1 \Rightarrow f'(x) < 0$. Assim, temos que:

$$f'(x) \begin{cases} < 0, & \text{Se } -1 < x < 0 \\ = 0, & \text{Se } x = 0 \\ > 0, & \text{Se } x > 0 \end{cases} \begin{matrix} \Rightarrow f(x) \text{ é decrescente} \\ \Rightarrow x = 0 \text{ é um ponto de mínimo} \\ \Rightarrow f(x) \text{ é crescente} \end{matrix}$$

Já estabelecido que $f(0) = 0$, vamos analisar a função em dois intervalos: para $x > 0$, $f(x)$ é crescente, o que implica que $f(x)$ é positiva. Por outro lado, para $-1 < x < 0$, $f(x)$ é decrescente; como a função atinge seu mínimo em $f(0) = 0$ (e a função está “diminuindo” em direção a esse zero), $f(x)$ também é positiva nesse intervalo. Dessa análise, concluímos que $f(x)$ é sempre não negativa para $x > -1$, o que mostra a desigualdade $(1 + x)^r \geq 1 + rx$.

Caso 2: ($0 < r < 1$)

Vamos analisar os valores de x . Para $x > 0$, então: $1 + x > 1 \Rightarrow (1 + x)^{r-1} < 1 \Rightarrow f'(x) < 0$. Para $x = 0$, então: $f'(0) = 0$. Para $-1 < x < 0$ então $0 < 1 + x < 1 \Rightarrow (1 + x)^{r-1} > 1 \Rightarrow f'(x) > 0$. Assim, temos que:

$$f'(x) \begin{cases} > 0, & \text{Se } -1 < x < 0 \\ = 0, & \text{Se } x = 0 \\ < 0, & \text{Se } x > 0 \end{cases} \begin{matrix} \Rightarrow f(x) \text{ é crescente} \\ \Rightarrow x = 0 \text{ é um ponto de máximo} \\ \Rightarrow f(x) \text{ é decrescente} \end{matrix}$$

Já estabelecido que $f(0) = 0$, vamos analisar a função em dois intervalos: para $-1 < x < 0$, $f(x)$ é crescente, o que implica que $f(x)$ é negativa. Por outro lado, para $x > 0$, $f(x)$ é decrescente; como a função atinge seu máximo em $f(0) = 0$ (e a função está “diminuindo” a partir desse zero), $f(x)$ também é negativa nesse intervalo. Dessa análise, concluímos que $f(x)$ é sempre não positiva para $x > -1$, o que mostra a desigualdade $(1 + x)^r \leq 1 + rx$.

Caso 3: ($r \leq 0$)

Se $r = 0$ então $(1 + x)^0 = 1 + 0 \cdot x$, assim, tendo a igualdade. Por outro lado, se $r < 0$, temos que analisar os valores de x . Para $x > 0$, então: $1 + x > 1 \Rightarrow (1 + x)^{r-1} < 1 \Rightarrow [(1 + x)^{r-1} - 1] < 0 \Rightarrow r[(1 + x)^{r-1} - 1] = f'(x) > 0$. Para $x = 0$, então: $f'(0) = 0$. Para $-1 < x < 0$ então $0 < 1 + x < 1 \Rightarrow (1 + x)^{r-1} > 1 \Rightarrow [(1 + x)^{r-1} - 1] > 0 \Rightarrow$

$r[(1+x)^{r-1} - 1] = f'(x) < 0$. Assim, temos que:

$$f'(x) \begin{cases} < 0, & \text{Se } -1 < x < 0 \\ = 0, & \text{Se } x = 0 \\ > 0, & \text{Se } x > 0 \end{cases} \begin{matrix} \implies f(x) \text{ é decrescente} \\ \implies x = 0 \text{ é um ponto de mínimo} \\ \implies f(x) \text{ é crescente} \end{matrix}$$

De forma análoga ao caso 1, temos que a $f(x)$ é sempre não negativa para $x > -1$, o que, novamente, mostra a desigualdade $(1+x)^r \geq 1+rx$.

Desta forma, pelo estudo dos casos 1,2 e 3, fica demonstrada a versão generalizada da Desigualdade de Bernoulli.

□

4 Aplicações da Desigualdade de Bernoulli

Nesta seção, traremos dois exemplos da utilização da Desigualdade de Bernoulli aplicada a problemas clássicos, um deles envolvendo sequências dentro da Análise Real, e o outro um problema de Teoria dos Números, que é comumente resolvido por Indução Matemática, mas aqui iremos aplicar a desigualdade.

Exemplo 1. Mostre que, dado $0 < |q| < 1$, se $a_n = q^n$, para todo $n \in \mathbb{N}$, então a sequência de números reais $(a_n)_n$ converge para 0.

Demonstração. Como $\frac{1}{|q|} > 1$, podemos escrever $\frac{1}{|q|} = 1 + \alpha$, com $\alpha > 0$. Portanto, Podemos aplicar a Desigualdade de Bernoulli [1]

$$\frac{1}{|q|^n} = (1 + \alpha)^n \geq 1 + n\alpha$$

e, daí,

$$|a_n - 0| = |q^n| \leq \frac{1}{1 + n\alpha}$$

Assim, se queremos que $|a_n - 0| < \varepsilon$, basta impormos que $\frac{1}{1+n\alpha} < \varepsilon$ ou, equivalentemente, que $n > \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)$.

□

Exemplo 2. Mostre que, $2^n > n$, para todo $n \in \mathbb{N}$.

Demonstração. Note que 2^n pode ser reescrito como $(1+1)^n$. Assim, aplicando a Desigualdade de Bernoulli [1] temos

$$2^n = (1+1)^n \geq 1 + n \cdot 1 = n + 1 > n, \forall n \in \mathbb{N}$$

O que resolve o problema.

□

5 Conclusão

O estudo realizado sobre a Desigualdade de Bernoulli demonstrou de forma abrangente a relevância e potência desta ferramenta fundamental na Matemática. Seu papel é crucial em diversas áreas, fornecendo uma base sólida para análises e demonstrações mais complexas. Ao longo do trabalho, confirmamos a validade e a robustez da desigualdade por meio de diversas abordagens de demonstração, que incluíram a prova clássica por Indução Matemática e a utilização do Binômio de Newton. Além disso, a análise foi enriquecida por uma interpretação geométrica que forneceu uma clara visualização da relação de crescimento entre as funções exponencial e linear. A investigação se aprofundou ainda mais na generalização da desigualdade a expoentes reais, um feito que exigiu o uso de conceitos avançados do Cálculo Diferencial para determinar o sentido da relação em diferentes intervalos do expoente r .

Fica evidente que a Desigualdade de Bernoulli não é apenas uma identidade teórica, mas um princípio versátil que se manifesta como uma técnica muito útil em diversas aplicações. Ela simplifica significativamente a prova de limites, facilita a análise de convergência de sequências na Análise Real e permite a resolução elegante de problemas em diferentes ramos, estendendo-se até a Teoria dos Números.

Em última análise, esta desigualdade prova como relações matemáticas aparentemente simples podem ter implicações profundas e generalizadas. O estudo da Desigualdade de Bernoulli e suas extensões contribui de maneira significativa para o entendimento dos fenômenos de crescimento comparativo e das estruturas de ordenação, enriquecendo a compreensão da formalização matemática em toda a ciência.

Referências

LIMA, E. L. **Curso de Análise.**, v. 1. 14. ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2012. 432 p.

ÁVILA, G.; MASCARENHAS, W. A desigualdade de Bernoulli do ponto de vista do cálculo. *Matemática Universitária*, n. 17, p. 52-55, dez. 1994.

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP. Desigualdades – Aula 11 – Desigualdade de Bernoulli usando o Binômio de Newton. [Vídeo]. YouTube, 18 out. 2024. 11 min 53 s. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=K4i8p1huprk>. Acesso em: 16 out. 2025.



CURADORIA DE VÍDEOS EDUCACIONAIS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Bruna Cristina Moraes Araújo Gonçalves.

Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM.

bru.araujo06@gmail.com

Resumo. Este trabalho apresenta uma revisão bibliográfica sobre a curadoria de vídeos educacionais em plataformas digitais, como o YouTube, que apesar de potencializar a curadoria, traz desafios como a desinformação e os vieses algorítmicos, portanto exige inovação contínua, regulamentação e um diálogo constante entre tecnologia, ética e sociedade. O objetivo é mapear e sintetizar estudos já produzidos para identificar desafios, tendências e lacunas na curadoria de vídeos educacionais na educação básica. A curadoria, entendida como um processo sistemático de seleção e organização, é crucial para o ensino no século XXI, mas em processo de transformação devido imensa variedade de conteúdo, principalmente digital. A pesquisa aponta para a importância da curadoria de materiais didáticos, como os aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), e ressalta que, para materiais digitais, essa política ainda não existe, no entanto, os recursos audiovisuais valorizam as propostas pedagógicas e otimizam os resultados em sala de aula. O estudo também destaca a necessidade de formação continuada para que os professores desenvolvam competências digitais e de que o professor atue como um mediador, guiando os alunos a filtrar o que é relevante no processo de ensino-aprendizagem. A pesquisa foi fundamentada nos autores Alves, Leffa, Bhargava, Cardoso, Figueira-Sampaio, Chen, Yang, Costa, Fiscarelli, Macêdo, Rossini e Santos e permitiu concluir que, apesar do reconhecimento da importância da curadoria de vídeos, ainda há uma lacuna de estudos empíricos que validem modelos eficazes, especialmente para disciplinas específicas como a Matemática.

Palavras-chave. Curadoria; Vídeos Educacionais; Educação Matemática.

Introdução

O avanço das tecnologias digitais e a popularização de plataformas de compartilhamento de vídeos, como o YouTube, têm modificado significativamente o cenário educacional, oferecendo aos professores e estudantes novas oportunidades de ensino e aprendizagem. Vídeos educacionais têm se destacado por sua capacidade de tornar conceitos mais acessíveis, favorecer a visualização de ideias abstratas, diversificar estratégias didáticas e estimular o engajamento dos alunos. No entanto, a abundância de conteúdos disponíveis na rede traz consigo um desafio relevante: identificar, selecionar e organizar, de forma criteriosa e pedagógica, os materiais mais adequados às necessidades dos estudantes e alinhados às diretrizes curriculares oficiais.

Apesar do vasto material disponível, o conhecimento sobre modelos e critérios de curadoria de vídeos educacionais ainda se encontra disperso na literatura brasileira e inter-

nacional. Embora haja propostas conceituais e iniciativas isoladas, ainda são limitados os estudos que examinam diferentes abordagens de curadoria, considerando múltiplos níveis de ensino, áreas do conhecimento e contextos socioeconômicos. Essa lacuna torna mais difícil para professores e gestores adotarem práticas baseadas em evidências, capazes de integrar vídeos de forma estratégica e efetiva no processo de ensino-aprendizagem.

Nesse contexto, este estudo tem como objetivo analisar e sintetizar, a partir da literatura, os critérios que fundamentam a curadoria de vídeos educacionais do YouTube e o papel da inteligência artificial nesse processo. A relevância desta investigação reside na necessidade de apoiar docentes e discentes na escolha de materiais audiovisuais de qualidade, reduzindo o tempo despendido na busca e aumentando a assertividade na utilização pedagógica dos vídeos.

Este trabalho contribui para o debate sobre o aprimoramento das práticas de ensino mediadas por tecnologia, ampliando o acesso a recursos educativos pertinentes e contextualizados, além disso, se enquadra na modalidade de revisão bibliográfica, com uma abordagem qualitativa e de natureza exploratória. A pesquisa foi realizada com o objetivo de mapear, analisar e sintetizar o conhecimento científico produzido sobre a curadoria de vídeos educacionais e a aplicação da inteligência artificial nesse contexto. A coleta de dados foi estruturada em duas etapas principais:

Levantamento Bibliográfico: Realizou-se uma busca sistemática nas bases de dados acadêmicas: o Google Scholar e o SciELO, utilizando-se as combinações de palavras-chave em português e inglês: “curadoria digital”, “curadoria de vídeos educacionais”, “inteligência artificial na educação”, “recursos educacionais abertos” e “ensino de matemática e tecnologia”. Também foram consultados documentos oficiais do governo brasileiro, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e currículos estaduais e municipais, dentre eles o de Minas Gerais e Uberaba, para fundamentar a análise dos critérios de alinhamento curricular.

Análise dos Materiais: Após a seleção inicial dos documentos, foi realizada uma leitura aprofundada para extrair informações relevantes sobre modelos e critérios de curadoria, o papel do professor como curador, o impacto da inteligência artificial no ranqueamento de conteúdos e os principais desafios enfrentados na prática pedagógica. A análise buscou identificar tendências, lacunas e consensos na literatura, o que permitiu a construção das seções de resultados e discussão deste artigo.

1 Desenvolvimento

A curadoria de materiais didáticos na Educação Básica é um processo crucial para a qualidade do ensino, que vai muito além de uma simples seleção, pois trata-se de uma prática intencional que envolve identificar, selecionar, organizar e avaliar recursos, garantindo a coerência pedagógica e o alinhamento com as diretrizes curriculares vigentes. Essa

prática exige rigor científico, sensibilidade pedagógica e um compromisso constante com a melhoria da educação, servindo como um pilar fundamental para a construção de um currículo vibrante e significativo.

No Brasil, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é o principal mecanismo para a avaliação e seleção de materiais educativos, assegurando que os recursos distribuídos às escolas públicas estejam alinhados aos critérios pedagógicos, técnicos e éticos estabelecidos pelo MEC. Como aponta a própria descrição do programa, ele “é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias de forma sistemática, regular e gratuita” [4]. No entanto, para materiais digitais, como vídeos, não há um mecanismo nacional equivalente.

A busca por materiais é ampla e envolve diversas fontes: livros didáticos aprovados pelo PNLD, recursos digitais, plataformas educacionais, aplicativos, vídeos, simuladores, jogos, materiais manipuláveis, artigos científicos e até mesmo produções culturais que possam ser contextualizadas adaptados para o uso em sala de aula. Cada material é submetido a uma rigorosa avaliação, que considera a adequação curricular, qualidade didática e metodológica, relevância, atualidade, diversidade, inclusão, confiabilidade, veracidade, engajamento, potencial de motivação, custo, acessibilidade, facilidade de acesso e uso pelos professores e alunos, sempre alinhada aos objetivos de aprendizagem e às competências da BNCC.

Em sala de aula, o professor busca a curadoria de material didático a partir da percepção de uma carência ou oportunidade, ou seja, pode ser a necessidade de um novo material para cobrir um tópico específico do currículo, a busca por algo mais engajador para os alunos, ou a atualização de conteúdos defasados. Essa identificação pode vir dos professores, da equipe pedagógica, ou de novas diretrizes educacionais, como as da BNCC.

A construção de um repertório variado de referências por meio de ações de curadoria é crucial para que o professor possa direcionar – com intencionalidade – a sua criatividade no momento de construir ou adaptar materiais didáticos, auxiliando também para que o processo de autoria se torne mais prazeroso e assim entusiasme o professor a seguir criando. [2]

Em alguns casos, a curadoria vai além da simples seleção, pois pode ser necessário adaptar materiais existentes para torná-los mais adequados ao contexto local, ou até mesmo produzir novos materiais quando não se encontra algo que atenda às necessidades específicas, o que exige criatividade e profundo conhecimento pedagógico.

As obras didáticas devem ser projetadas para garantir que o processo de aprendizagem ocorra de forma contínua e organizada, levando em conta a função do professor como o responsável por organizar as ações pedagógicas e os estudantes como protagonistas de suas aprendizagens tendo o livro didático como um instrumento cultural que medeia a aprendizagem do estudante. [4]

A curadoria não termina na seleção, pois é um processo contínuo que envolve o acompanhamento do uso dos materiais em sala de aula, a coleta de feedback dos pro-

fessores e alunos, bem como a realização de ajustes e aprimoramentos. Conforme apresentado por Fiscarelli, “os materiais didáticos selecionados e escolhidos pelos professores são aqueles que, primeiramente, dão segurança a eles quanto à maneira de usá-los e à receptibilidade dos alunos”. [8] É essencial que os curadores estejam abertos a revisitar suas escolhas e a incorporar novas descobertas e tecnologias.

A curadoria de materiais é frequentemente um processo colaborativo, pois os professores podem compartilhar suas seleções, avaliações e adaptações com outros colegas através de plataformas online e redes de professores, enriquecendo o trabalho de toda a equipe pedagógica e fortalecendo o desenvolvimento da interdisciplinaridade e multidisciplinaridade. “A tecnologia tem o potencial para motivar os alunos a realizar projetos e aumentar o seu interesse, podendo ajudá-los ao realizarem suas investigações, comunicarem e colaborar com colegas e reunirem informações relevantes para gerar artefatos que representem seu entendimento”. [6]

Mesmo sem uma validação extensiva, alguns modelos ou abordagens de curadoria são frequentemente discutidos ou propostos na literatura. É importante notar que a validação aqui muitas vezes significa que o modelo foi testado ou aplicado em um contexto, mas não necessariamente que sua eficácia foi comprovada e generalizada para diferentes cenários.

Os professores reconhecem a curadoria como uma habilidade essencial para o ensino no século XXI, e a veem como um meio para otimizar o tempo, personalizar o aprendizado e aumentar o engajamento dos alunos. A curadoria sempre foi uma ferramenta utilizada no meio educacional, direcionando o estudo dos alunos de forma variada, cujo objetivo principal é enriquecer com uma diversidade de recursos e conteúdos.

Com a era digital, temos uma variedade de recursos tecnológicos disponíveis, jogos, aplicativos, vídeos e podcast que podem ser usados como complementos, ponto de partida para discussões ou parte integrante de metodologias ativas, por exemplo a sala de aula invertida. De acordo com [11] “a internet possibilitou a disponibilização de uma plataforma global de criação e acesso a uma imensa variedade de recursos e conteúdos de ‘muitos para muitos’.”, porém entre os principais obstáculos para a integração de vídeos nas práticas escolares estão a falta de tempo para a seleção criteriosa, a ausência de formação docente específica e as dificuldades de acesso a materiais de qualidade.

No cenário da cultura digital, cabe ao professor o papel de curador, filtrando, avaliando e integrando os recursos audiovisuais em propostas pedagógicas que façam sentido para os estudantes. Assim, o professor consegue utilizar diferentes recursos em sua aula, tornando mais atrativa, motivadora, interativa, dinâmica, acessível e criativa, atraindo assim a concentração e interesse de todos envolvidos. A pesquisa de [7] identificou cinco competências digitais essenciais para educadores: letramento digital; curadoria de conteúdos digitais; criação de experiências de aprendizagem digital; avaliação em ambientes digitais; ética e segurança no uso de tecnologias.

Muitos estudos já realizados buscam entender como os professores selecionam, avaliam e integram vídeos em suas aulas, bem como os desafios e facilidades que encontram. Weisgerber [10] define a etapa de curadoria da informação digital em etapas que são achar; selecionar de acordo com qualidade, originalidade e relevância; editorializar; arranjar; criar; compartilhar; engajar e monitorar.

Outra abordagem bastante conhecida é “The 5 Models Of Content Curation”, a qual considera como etapas agrupar os conteúdos em um único local de forma automatizada; filtrar informações divulgando apenas as ideias mais relevantes; identificar tendências importantes dos conteúdos; sistematizar a curadoria baseado na mistura de conteúdo e apresentar os conteúdos em uma linha do tempo organizada.[3]

Um dos principais desafios é garantir que os recursos selecionados por meio da curadoria estejam de fato integrados ao currículo escolar e não apenas usados de forma complementar e fragmentada, para isso é preciso treinar os professores e a equipe pedagógica, pois a ausência de programas de formação continuada em curadoria digital dificulta que professores desenvolvam competências críticas para avaliar a qualidade e a pertinência pedagógica dos recursos.

A percepção e as práticas de curadoria de vídeos por professores de Matemática na educação básica constituem um campo de estudo específico dentro da tecnologia educacional. Embora o foco na área possa ser menos abordado na literatura em comparação com a curadoria em geral, é possível inferir informações valiosas a partir de estudos relacionados para identificar tendências e resultados.

O valor dos vídeos para o ensino de Matemática é um dos pilares investigados, uma vez que os professores reconhecem o potencial dos vídeos para visualizar conceitos abstratos, apresentar aplicações do mundo real, engajar os alunos e atender a diferentes estilos de aprendizagem. No entanto, o desafio central é a dependência do livro didático, que, conforme apontam Macêdo, Brandão e Nunes (2019, p. 84), “se faz presente nos processos de ensino e de aprendizagem, funcionando na maioria das vezes como o único material didático de que professores e alunos têm acesso.”[9]

Os critérios que os professores de Matemática utilizam para selecionar vídeos são qualidades gerais, precisão, clareza e adequação à idade. Eles buscam a correção dos conceitos matemáticos, a clareza das demonstrações, a relevância para o currículo e a forma como o vídeo aborda a resolução de problemas. Essas práticas de busca, avaliação e organização ocorrem em diversas plataformas e a integração dos vídeos curados nas aulas pode acontecer em variados momentos, desde a introdução a um novo tópico, a explicação de um conceito ou até mesmo a revisão de conteúdo.

Além dos obstáculos comuns como falta de tempo e dificuldade em encontrar conteúdo de qualidade, surgem desafios específicos da área, como a complexidade em encontrar vídeos que expliquem conceitos complexos de forma clara e precisa, alinhados à abordagem pedagógica do professor. [9] ressaltam a falta de criatividade, a elevada carga

horária, as péssimas condições de trabalho e a desvalorização profissional como fatores que limitam a inovação no uso de recursos.

Adicionalmente, o uso de recursos digitais sem critérios pedagógicos sólidos pode levar a um ensino superficial, focado mais no entretenimento do que na construção de conhecimento. [5] apontam que professores relatam dificuldades em conciliar o planejamento da disciplina com as práticas em laboratórios de informática, e notam que os alunos tendem a associar essas aulas ao entretenimento.

Há um consenso de que os professores se sentem despreparados para a curadoria de vídeos de Matemática e necessitam de formação contínua que lhes possibilite desenvolver competências de análise crítica e integração pedagógica das mídias. Além disso, existe um reconhecimento geral de que vídeos curtos e bem planejados aumentam o engajamento dos alunos, especialmente quando contextualizados com situações do cotidiano.

Neste contexto desafiador para o professor curador, a plataforma YouTube, principal fonte de vídeos educacionais, é fortemente influenciada por mecanismos algorítmicos. É crucial entender seu funcionamento, pois a inteligência artificial (IA) desempenha um papel importante tanto no ranqueamento de vídeos quanto nas sugestões de novos vídeos aos usuários. Para que se possam recomendar itens a um usuário, é necessário se ter conhecimento sobre quem é este usuário e é necessário capturar e armazenar os dados pessoais e comportamentais relativos. Portanto, é essencial que se possa identificar o usuário no momento em que ele acessa o sistema onde foram implantadas as rotinas de recomendação.

Implantação da IA generativa para melhorar a moderação de conteúdo: A IA generativa já está nos ajudando a ampliar rapidamente o conjunto de informação usado para treinar nossos classificadores, o que permite a nós identificar conteúdo abusivo mais rapidamente. A maior velocidade e precisão dos nossos sistemas também nos permite diminuir a quantidade de conteúdo nocivo a que os revisores humanos estão expostos. [13]

A IA precisa ser capaz de diferenciar nuance, sarcasmo e opinião de desinformação intencional, o que é um feito computacional e ético enorme. Além disso, há o risco de a moderação de IA ser vista como censura, assim o equilíbrio entre a liberdade de expressão e a necessidade de proteger os usuários de conteúdo prejudicial é delicado. A busca por algoritmos mais justos, a luta contra a desinformação em massa e a proteção da privacidade do usuário são batalhas complexas que exigem inovação contínua, regulamentação e um diálogo constante entre tecnologia, ética e sociedade.

O algoritmo do YouTube é um sistema inteligente que analisa o comportamento dos usuários em tempo real para recomendar vídeos que sejam mais relevantes e mantenham o público engajado por mais tempo. Ou seja, um mecanismo complexo que age como um “curador” personalizado, conectando cada espectador a conteúdos que combinem com seus interesses. [12]

Os algoritmos de IA são treinados com base em vastos conjuntos de dados de

desempenho que ajudam o algoritmo a identificar se o vídeo é relevante e atraente para o público e de dados de personalização que garantem que as recomendações sejam adaptadas a cada usuário. Esses fatores incluem cliques no vídeo; o número de impressões (vezes que a miniatura é exibida) em relação às visualizações; logo miniaturas e títulos atrativos são essenciais aqui; tempo assistido do vídeo; interações no vídeo incluindo curtidas, descurtidas, comentários e compartilhamentos; popularidade do vídeo; se o vídeo é novo, ele pode receber um impulso inicial para alcançar o público certo; frequência de envio do canal; avalia quanto tempo o usuário continua navegando no YouTube após assistir ao vídeo; o algoritmo recomenda vídeos similares ao histórico do espectador; envolvimento com vídeos anteriores; tempo assistido em vídeos semelhantes indicando interesse no tema; frequência de exposição; vídeos marcados como “não tenho interesse”.

O algoritmo, ao tentar otimizar o engajamento, pode inadvertidamente priorizar conteúdo que gera mais cliques e visualizações, que por vezes são conteúdos mais polarizadores ou sensacionalistas. O grande desafio para as plataformas é que identificar e corrigir esses vieses é extremamente difícil, pois os algoritmos são “caixas-pretas” complexas, e o volume de dados é gigantesco. “Esses algoritmos utilizam Inteligência Artificial (IA) para prever e sugerir conteúdo que pode interessar ao usuário com base em seu comportamento e preferências anteriores” [1]. A busca por algoritmos mais justos, a luta contra a desinformação em massa e a proteção da privacidade do usuário são batalhas complexas que exigem inovação contínua, regulamentação e um diálogo constante entre tecnologia, ética e sociedade.

2 Conclusão

A revisão bibliográfica demonstra que a curadoria de vídeos educacionais, potencializada pela inteligência artificial, é uma necessidade urgente para o ensino contemporâneo. A maior lacuna é a ausência de estudos empíricos que testem e validem um mesmo modelo de curadoria em uma diversidade de conceitos, abrangendo diferentes níveis de ensino, disciplinas, culturas e regiões geográficas, infraestruturas tecnológicas e modos de ensino. Estudos que apresentam a validação de um modelo muitas vezes não é medida por indicadores consistentes. A eficácia de um modelo de curadoria deve ser avaliada por melhora nos resultados de aprendizagem dos alunos, aumento do engajamento e motivação, redução do tempo de preparação do professor, facilidade de uso e aceitação pelos professores e desenvolvimento de habilidades de letramento midiático nos alunos.

Há pouca pesquisa comparativa que avalie a eficácia de diferentes modelos de curadoria sob as mesmas condições, o que dificulta a identificação das melhores práticas. Assim, à medida que a Inteligência Artificial se torna mais presente e a curadoria colaborativa ganha força, os modelos existentes precisam ser revisados e validados para incorporar essas novas dinâmicas.

Referências

- [1] ADEMI. Como os algoritmos de recomendação da IA funcionam em plataformas como Netflix e YouTube. Disponível em: <https://ademi.com.br/como-os-algoritmos-de-recomendacao-da-ia-funcionam-em-plataformas-como-netflix-e-youtube>. Acesso em 15 de ago. 2025.
- [2] ALVES, C. F., LEFFA, V. J. Professor-autor de recursos educacionais abertos: uma identidade em construção. **Revista Interfaces**, v. 11, n. 04, p. 190-208, 2020.
- [3] BHARGAVA, O. Os 5 modelos de curadoria de conteúdo. Disponível em: <https://rohitbhargava.com/the-5-models-of-content-curation/>. Acesso em: 20 set. 2025.
- [4] BRASIL. **Decreto** n. 9.099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 19 jul. 2017. Seção 1, p. 7.
- [5] CARDOSO, M. C. S. do A.; FIGUEIRA-SAMPAIO, A. da S. Dificuldades para o uso da informática no ensino: percepção dos professores de matemática após 40 anos da inserção digital no contexto educacional brasileiro. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 21, n. 2, 2019.
- [6] CHEN, C.-H.; YANG, Y.-C. Revisiting the effects of project-based learning on students' academic achievement: A meta-analysis investigating moderators. **Educational Research Review**, v. 26, p. 71-81, 2019.
- [7] COSTA, F. A. et al. Competências digitais para professores: um quadro de referência. **Revista e-Curriculum**, v. 19, n. 1, p. 204-226, 2021.
- [8] FISCARELLI, R. B. de O. Material didático e prática docente. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, v. 2, n. 1, p. 31-39, 2007.
- [9] MACÊDO, J. A. de, BRANDÃO, D. P., NUNES, D. M. Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate, Montes Claros**, v. 3, n. 7, p. 68-86, jan./abr. 2019.
- [10] RAMOS, O. D.. Anotações para a compreensão da atividade do 'Curador de Informação Digital'. In: CORRÊA, E. N. (org.). **Curadoria digital e o campo da comunicação**. São Paulo: ECA/USP, 2012.
- [11] ROSSINI, C. R., GONZALEZ, C. REA: o debate em política pública e as oportunidades para o mercado. In: PRETTO, N. de L., ROSSINI, C., SANTANA, B. (org.). **Recursos Educacionais abertos: práticas colaborativas e políticas públicas**. 1. ed., p. 91-108, 2012.
- [12] SANTOS, A. C. Algoritmo do YouTube: descubra como ele escolhe os seus favoritos. Disponível em: <https://www.mlabs.com.br/blog/algoritmo-do-youtube> . Publicado em 11 dez. 2024. Acesso em 15 de ago. 2025.
- [13] Youtube Official Blog. Nossa abordagem quanto à inovação da IA responsável. Disponível em: <https://blog.youtube/intl/pt-br/inside-youtube/nossa-abordagem-quanto-a-inovacao-da-ia-responsavel/#:~:text=A%20IA%20generativa%20tem%20o%20potencial%20de,comunidade%20do%20YouTube%20%C3%A9%20t%C3%A3o%20importante%20quanto>. Acesso em: 05 ago. 2025.



Realização e Apoio

