X Semana da Matemática
(X SeMat)

Anais

ISSN: 2238-5908

Apresentação

A Semana da Matemática (SeMat) é um evento científico anual, de caráter regional, que tem como objetivo propiciar a interação entre discentes, professores, pesquisadores e comunidade em geral.
Esta décima edição aconteceu no período de 02 a 04 de outubro de 2019, promovida pela Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

Neste evento serão tratados temas relativos à formação do professor de Matemática em atividades tais como: palestras, mesa redonda, minicursos, comunicações orais, com ênfase na socialização do conhecimento produzido e do pensamento elaborado sobre a formação do educador, de forma a dar visibilidade aos estudos e às experiências relevantes que subsidiam a prática de educadores e profissionais tanto da Educação Básica, quanto do Ensino Superior.

Além disso, serão abordados temas relativos ao espaço escolar pensado como um ambiente privilegiado que deve ser integrado e reconstituído pelos sujeitos da educação. Espera-se como público para o evento, Pesquisadores em Matemática, Educação Matemática e áreas afins, Professores e Profissionais da Educação Básica; alunos de Graduação e Pós-Graduação em Matemática, Educação Matemática e áreas afins.

A Comissão

ISSN: 2238-590

Comissão Organizadora:

Docentes da UFTM

- Flávio Molina da Silva
- Leonardo Amorim e Silva
- Luiz Fernando Rodrigues
- Marcela Luciano Vilela
- Michelli Maldonado Carretero de Oliveira
- Mônica de Cássia Siqueira Martines
- Osmar Aléssio
- Rafael Peixoto

Membros externos a UFTM

- Raquel Oliveira Bodart - Docente do IFTM
- Róger Santana da Silva - Docente da PMU

Discentes da UFTM

- Ana Cristina Thiersch da Cruz
- Bianca Oliveira Pontes Prata
- Caroline Sales de Azevedo
- Domingos Cezar Marino Pontes
- Douglas Silva Santos
- Ester Francine Zambate Fernandes
- Flávia Fornazier Timani
- Gabriel Faria Vieira
- Jéssica Costa Lopes
- Larissa Sene Araújo
- Luis Claudio Alves Pereira Junior
- Luis Otávio Cardoso
- Paulo Henrique Souza de Almeida
- Priscila Adriana de Paula e Silva
- Thais de Souza Costa
- Vinicios Antônio Passos Balduino
- Willian Rodrigues de Souza Cruz

Comissão Científica

IFTM

- Elisa Norberto Ferreira Santos
- Marcos Proença

ICENE/UFTM

- Gisliane Alves Pereira
- Leonardo de Amorim e Silva
- Mônica de Cássia Siqueira Martines
- Osmar Aléssio
- Rafael Peixoto
- Váldina Gonçalves da Costa

ICTE/UFTM

- Nelson Fernando Inforzato
- Heron Martins Félix
- Camila Mariana Ruiz
- Daniel Oliveira Veronese

PROGRAMAÇÃO

02 de Outubro de 2019

Quarta-Feira

18:00 às 19:00 -*Credenciamento*
Local: Auditório Rubi UFTM

19:00 às 19: 20 - *Abertura Solene*
Local: Auditório Rubi UFTM

19:20 às 20: 40 – *Palestra:*
"Comemoração de 10 anos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFTM"
Palestrante: Osmar Aléssio – UFTM e convidados: Roger Silva -PMU/Paloma Amaral -Cólegio Tiradentes/Damares Cristina - PMU/Antonio Caldas/Gracelina Alves Silva.
Local: Auditório Rubi UFTM

20:40 às 21:00 - *Coffee Break*

21:00 às 22: 20 – Mesa Redonda*:*
"Ufa!! Formei!!! E agora?!"
Participantes> Michellli Maldonado (mediadora)/Flávio Luiz de Moraes Barbosa-UFU/ Luiz Carlos S. Filho-QAT/ Rodrigo Chela
Local: *Auditório Rubi UFTM*

03 de Outubro de 2019

Quinta-Feira

14:00 às 17:00 - *Minicurso 1:*
"Introdução a Linguagem Java"
Ministrantes: Prof. Luiz Fernando Rodrigues e Ana Cristina Thiersch da Cruz
Local: Sala C 105

19:00 às 20:30 - *Minicurso 2*:
"Álgebra: Proposta da unidade Temática na BNCC e desafios por sua trajetória ao longo dos nove anos de Ensino Fundamental"
Ministrastes: Marcela Luciano Vilela de Souza, Sergio Augusto Amaral Lopes e Kebler Gonçalves do Nascimento.
Local: sala B303

19:00 às 20:30 – *Minicurso 3*:
"Introdução à Criptografia"
Ministrantes: Rafael Peixoto e PET Matemática
Local: Sala C301

19:00 às 20:30 – *Minicurso 4*:
"Introdução ao Python"
Ministrantes: Leandro Crivinel
Local: sala C 102

19:00 às 20:30 – *Minicurso 5*:
"Tópicos de cálculo diferencial e integral com o auxílio do Geogebra"
Ministrante: Osmar Aléssio
Local: sala C 103

20:40 às 21:00 - *Coffee Break*

21:00 às 22:30 – *Minicurso 2*:
"Álgebra: Proposta da unidade Temática na BNCC e desafios por sua trajetória ao longo dos nove anos de Ensino Fundamental"
Ministrastes: Marcela Luciano Vilela de Souza, Sergio Augusto Amaral Lopes e Kebler Gonçalves do Nascimento.
Local: sala B303

21:00 às 22:30 – *Minicurso 3*:
"Introdução à Criptografia"
Ministrantes: Rafael Peixoto e PET Matemática
Local: Sala C301

19:00 às 20:30 – *Minicurso 4*:
"Introdução ao Python"
Ministrantes: Leandro Crivinel
Local: sala C 102

19:00 às 20:30 – *Minicurso 5*:
"Tópicos de cálculo diferencial e integral com o auxílio do Geogebra"
Ministrante: Osmar Aléssio
Local: sala C 103

04 de Outubro de 2019

Sexta-Feira

9:00 às 12:00 – *Minicurso 6*:
"Identificação de quádricas via Parametrização de curvas utilizando o Geogebra"
Ministrantes: Alex Júnior e Rafael Rodrigo Ottoboni
Local: Sala 321 (CE)

14:00 às 15:20 - Palestra:
"PROFMAT – Impactos e desafios"
Prof. Dr. Vanderlei Horita
Local: Auditório Rubi UFTM

15:00 às 15:20 - *Coffee Break*

15:20 às 17:00 - *Apresentação de trabalhos- PROFMAT:*
Local: *Auditório Rubi UFTM*

19:00 às 20:40 - *Apresentação de trabalhos:*
Local: *Auditório Rubi UFTM*

20:00 às 20:20 - *Coffee Break*

20:20 às 20:30 - Apresentação do Projeto Caneco
Local: *Auditório Rubi UFTM*

20:30 às 21:00 - *Coffee Break*

21:00 às 22:00 – Palestra 3:
"Matemática e Atualidades: Como detectar fraudes"
Palestrante: Vanderlei Horita
Local: *Auditório Rubi UFTM*

Catalogação na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Semana da Matemática (10.: 2019: Uberaba, MG)
S47a Anais da IX Semana da Matemática: X SeMat / Flávio Molina da Silva ... [et al.] (organizadores). -- Uberaba: UFTM, 2019.
149 p. : il., fig., graf. tab.

Evento realizado na UFTM nos dias 02 a 04 de outubro de 2019
ISSN: 2238-5908

1. Matemática - Congressos. I. Silva, Flávio Molina da. II. Título.

CDU 51(063)

Sumário

COMUNICAÇÕES ORAIS

COMUNICAÇÕES ORAIS

UM OLHAR ACERCA DO ESTUDO DO TEOREMA DE TALES POR MEIO DO PIBID EM UMA ESCOLA RURAL

ANTÔNIO FERREIRA DA SILVA NETO[1]
PRISCILA ADRIANA DE PAULA E SILVA[2]
DAMARES CRISTINA FÁTIMA DA SILVA[3]
VANESSA DE PAULA CINTRA[4]
CARLA CRISTINA POMPEU[5]

Área: Educação Matemática

RESUMO: O presente trabalho refere-se a um relato das experiências vivenciadas em uma escola municipal rural vinculada ao PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), subprojeto Matemática, o da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), com graduandos do curso de Licenciatura em Matemática,.sendo trabalhado o conteúdo de Teorema de Tales com objetivo de percorrer a História da Matemática, resolver situações-problemas com os alunos e aplicar um jogo acerca do conteúdo trabalhado. Deste modo, este texto é composta pela construção, execução e resultados obtidos por meio da intervenção.

PALAVRAS-CHAVE: Teorema de Tales; PIBID-Matemática; Formação de Professores.

Introdução

O trabalho aqui exposto foi elaborado por meio de alunos bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), sob orientação da coordenadora de área e a professora supervisora do programa, a partir de uma ação vivenciada na sala de aula, na qual foi desenvolvida em conjunto aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da escola rural Municipal Totonho de Morais de Uberaba-MG. Dessa forma, esse trabalho busca expor a condução das atividades do segundo bimestre letivo com objetivo de introduzir e consolidar o conceito de Teorema de Tales, por meio da história, situações contextualizadas e atividade lúdica.

[1] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES ,antonioferreira1998@outlook.com
[2] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, pridepaula98@gmail.com.
[3] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,damarescristina@hotmail.com.
[4] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,vanessacintra@yahoo.com.br
[5] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,ccpompeu@gmail.com

Para isso, Silveira (2015, p. 140) define que “se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, os segmentos determinados pela primeira transversal são proporcionais a seus correspondentes determinados sobre a segunda transversal”.

À vista disso, esse assunto foi estabelecido para ser trabalhado em consequência do conteúdo razão e proporção do primeiro bimestre, assim houve maior facilidade em se trabalhar com os alunos uma vez que já tinha visto a noção de proporcionalidade. Então foi definido pela professora supervisora juntamente com os pibidianos que o conteúdo seria dado em três encontros composto de seis aulas no total.

Logo, tendo em vista a relevância do tema, optou-se durante as atividades vivenciadas por meio de recursos como: a História da Matemática, a resolução de exercícios e de um jogo com a turma.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (1998) o ensino de Matemática demanda oferecer ao aluno saberes de circunstâncias próximas e que lhe concedam analisar a diversidade ao seu redor, sendo capaz de colaborar e entender as situações vivenciadas no seu dia a dia. Isto torna o sistema de educação aberto e imprevisível, concebendo uma visão da Matemática como método em construção, que pode ser esclarecido por meio de ações investigativas e provocar aprendizagens matemáticas significativas.

Metodologia

O percurso didático aqui exposto foi composto por atividades desenvolvidas durante o segundo bimestre em três momentos, constituídos de seis aulas compostas por duas aulas consecutivas.

Dessa maneira , no primeiro encontro atribuiu-se valor à História da Matemática. O que se pode observar nas explanações de D’Ambrósio (1999, p.97), “acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular é desvincular a Matemática das outras atividades humanas”. Acerca disso, percebe-se com a utilização da história da matemática é uma importante ferramenta de ensino aprendizagem.

Frente a importância da temática para introduzir o assunto foi exibido por meio de recurso multimídia dois vídeos referente ao conteúdo, sendo eles: Tales de Mileto do canal Filosofando e o segundo: Como Tales de Mileto calculou a altura das pirâmides do Egito do Exatamente Falando, onde abordaram aspectos como o nascimento, vida e contribuição de Tales de maneira sintetizada e de fácil compreensão.

Por meio disso, acredita-se que no campo educacional é importante que os professores saibam utilizar esses recursos, pois estão encargo de originar um meio que permite a compreensão do conhecimento, servindo como simplificador do ensino e da aprendizagem.

Sobre isso, Jukes; Mccain e Crockett (2010, p.14) mencionam que

> [...] essas novas mídias não são apenas produzidas para consumo de forma passiva, porque isso não atende às expectativas dos jovens dessa geração. Eles não querem apenas ser telespectadores; eles querem ser atores. Eles esperam, querem e precisam de informação interativa, recursos interativos, comunicações interativas e experiências relevantes, da vida real.

Em continuidade, a segunda parte da intervenção se deu na resolução de situações-problemas referente ao tema.Nessa etapa, a turma foi participando de acordo com as explanações dos pibidianos.

Por fim, para verificar se o conteúdo exposto foi absorvido pelos educandos foi proposto uma atividade lúdica a turma como método avaliativo. Segundo Luckesi (2011) “o ato de avaliar a aprendizagem na escola é um meio de tornar os atos de ensinar e aprender produtivos e satisfatórios”.Dessa forma, a avaliação foi feita por meio da aplicação de um jogo, baseado nos princípios de Godoy e Menegazzi (2011, p.2) que enfatizam que

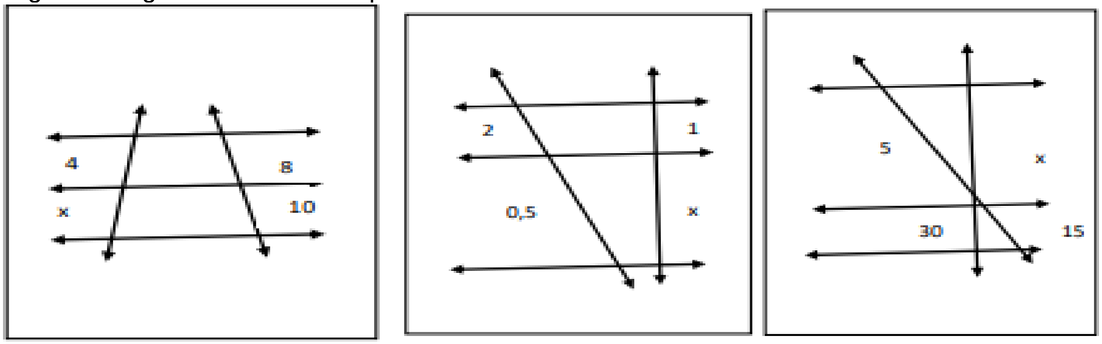
> o educador deve ter como objetivo fazer com que os alunos se interessem, e passem a gostar de aprender essa disciplina, mudando a rotina da sala, facilitando a aprendizagem de matemática, até mesmo aquelas de difícil aprendizagem. Jogando o aluno vai refletir, analisar, levantar hipóteses e testá-las para conseguir vencer o jogo, por isso os jogos devem ser utilizados ocasionalmente para completar as atividades produzidas durante as aulas diárias, ocupando um horário dentro do planejamento da aula, de modo que o educador possa explorar todo o potencial do jogo, como o processo de solução, registros e discussões possíveis dúvidas que poderão surgir a respeito do jogo.

Partindo disso, a aplicação do jogo se deu a partir de uma adaptação da proposta feita no trabalho de FANTI, Ermínia, et al (2011), onde alteram o conhecido Jogo do Mico a modo a se trabalhar com o Teorema de Tales

Para realizar o jogo, a sala foi dividida em 2 grupos de 5 alunos e mais 1 de 4 alunos para a realização da atividade..

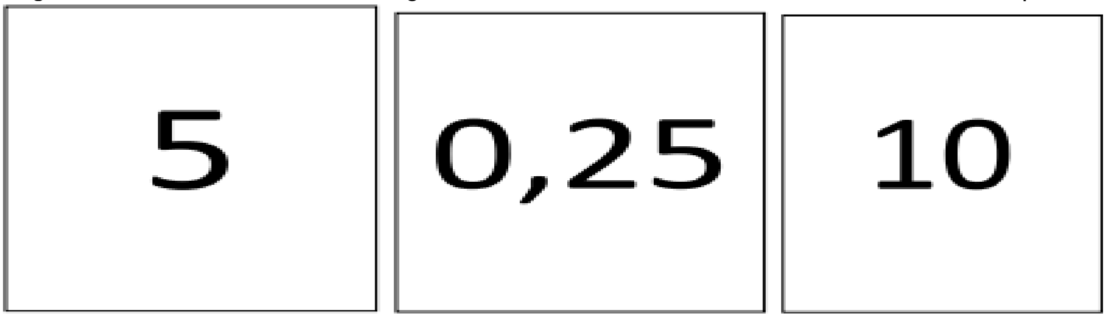
O jogo é composto por 61 cartas que trazem escritas 30 teoremas diferentes, e uma a figura de Tales de Mileto.As cartas dividem-se em TIPO I, figura 1, e TIPO II, figura 2,onde a primeira são as duas retas paralelas cortadas por duas transversais que assumem os valores possíveis para o cálculo do x, que estará representado nas cartas de TIPO II. Elas foram distribuídas de modo que cada aluno de cada grupo recebesse 6 cartas e somente um aluno recebesse 7, este é o que irá começar o jogo, 3 do TIPO I e 3 do TIPO II.

Figura 1: Algumas cartas do Tipo 1



Fonte: Autores

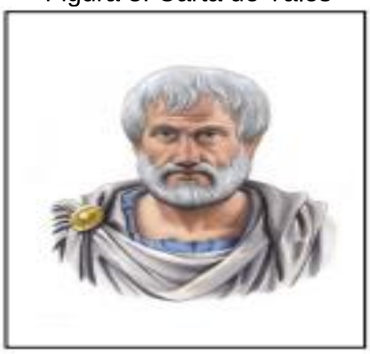
Figura 2: Algumas cartas do Tipo 2



Fonte: Autores

Feito isto, os discentes calcularam o valor dos teoremas representados nas cartas de TIPO Ie analisaram se havia algum par possível de ser formado com as carta do TIPO II. As resposta que não obtiveram um par, foram passadas adiante, ou seja, o aluno que obteve 7 cartas segurou em suas mãos as de TIPO I e pediu que o colega da esquerda retirasse uma. Deste modo, o aluno que conseguiu formar os pares corretamente venceu e quem ficou no final com o TALES, figura 3, perdeu.

Figura 3: Carta de Tales



Fonte: Autores

Figura 4: Alunos jogando

Fonte: Autores

Resultados

Sabe-se que o método atual de ensino faz com que os alunos tenham um olhar muito abstrato em relação à Matemática, fazendo com que eles a enxerguem como um aglomerado de fórmulas, números e regras abstratas, que devem decorar para aplicar em exercícios repetitivos de fixação e passar nas provas.

Contudo, o uso dos vídeos para introduzir o conteúdo se revelou como uma ferramenta na qual o professor pode adotar em sua prática em sala de aula, uma vez que foi constatado que os alunos prestaram atenção na sua exibição sendo capazes de assimilar o conteúdo que estava sendo transmitido pelos recursos multissemióticos.

Em desdobramento, a resolução da lista dos exercícios contextualizados os alunos conseguiram compreender o conceito de Teorema de Tales e suas aplicações em diferentes contextos como na mudança da posição para encontrar o valor do “x”, seu cálculo em equações do primeiro grau e seu uso para cálculo de alturas.

Por fim, em relação ao terceiro momento, alguns educandos tiveram certa dificuldade em resolver os teoremas, revelando que alguns não absorveram o conceito completamente, devido ao fato de terem esquecido alguns passos, e além disso a circunstância da atividade ter sido aplicado em outra semana ou pela ausência de alguns no dia da explicação. Entretanto no geral, a proposta foi recebida por eles, onde além de fortalecer o conhecimento puderam entreter também.

Considerações Finais

Neste trabalho abordamos o conteúdo Teorema de Tales e concluímos que o uso da História da Matemática por meio de recursos multimídias, a resolução de exercícios contextualizados e o jogo que aplicamos foram boas ferramentas para vincular o ensino-aprendizagem da turma em questão, uma vez que foi cumprido os propósitos previstos no planejamento.

Além do mais, é de fundamental importância o desenvolvimento de ações como o Jogo de Tales, por exemplo, fruto de uma adaptação de um trabalho já exposto na literatura, na qual, à partir dos apontamentos dos autores, foi possível fazer modificações de modo à garantir resultados mais significativos para a turma trabalhada. A interação e curiosidade dos alunos incentivou o interesse pelo conteúdo, já que alguns deles disseram apresentar dificuldades nos cálculos que são necessários desenvolver para o jogo, porém por meio da brincadeira conseguiram ver que são operações simples. Apesar de notar a dificuldade dos alunos acerca do conteúdo, foi notória também a satisfação em entender com o Jogo de Tales.

O fato de contextualizar com o multimídia no início, mostrou aos discentes curiosidades sobre o assunto, abordando novos meios de se calcular a altura de um prédio através de sua sombra, por exemplo.

Referências

COMO TALES de Mileto calculou a altura das pirâmides do Egito | Exatamente Falando #VS Ep. 1. You Tube: Prof. Amanda Saito, 2018. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=85V6gAQJfcg&t=1s. Acesso em: 9 maio 2019.

D'AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. São Paulo, 1999.

FANTI, Ermínia et al. METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES: INFORMÁTICA E JOGOS. Disponível em: https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/metodologias-alternativas-para-o-ensino-do-teorema-de-tales-informatica-e-jogos.pdf. Acesso em: 9 maio 2019.

GODOY, Cyntia Luane Silva; MENEGAZZI, Marlene. O Uso de Jogos no Ensino da Matemática. Disponível em: . Acesso em: 30 jul. 2019.

JUKES, I.; MCCAIN,T.; CROCKETT, L. Understanding the digital generation: teaching and learning in the new digital landscape. London: Corwin, 2010. In Presença Pedagógica, v.19, n 111, mai/jun. 2013.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação da Aprendizagem – Componente do ato pedagógico. CORTEZ Editora, 2011

SILVEIRA, ÊNIO. Matemática: compreensão e prática / Ênio Silveira. - 3. ed. - São Paulo: Moderna, 2015.

TALES de Mileto. You Tube: Filosofando, 2016. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=34n8FBzf-fI. Acesso em: 9 maio 2019.

UMA ABORDAGEM DA PORCENTAGEM NO COTIDIANO: UMA EXPERIÊNCIA DO PIBID MATEMÁTICA

Breno de Sá da Silva (PIBID)[1]
Ediene dos Santos Silva (PIBID)[2]
Damares Cristina Fátima da Silva (PIBID)[3]
Vanessa de Paula Cintra (PIBID)[4]
Carla Cristina Pompeu (PIBID)[5]
Área: Educação Matemática

RESUMO

O presente texto tem por finalidade apresentar um trabalho realizado em uma escola municipal rural, por participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), subprojeto de Matemática, da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). Neste trabalho foi realizado uma atividade com os alunos da escola sobre o conteúdo de porcentagem, onde tivemos como objetivo demonstrar os conceitos de porcentagem relacionando-os com o cotidiano, demonstrando aplicabilidade, elucidando a relevância e a importância para o conteúdo, de modo a desenvolver habilidade dos alunos a reconhecerem e calcularem porcentagem que envolva acréscimos ou descontos no dia-a-dia. Por meio da atividade que envolveu investigações em um mercado, buscamos dinamizar o conteúdo e assim auxiliar no processo de reconstrução do saber e assim, contribuindo para a aprendizagem dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Experiências; Porcentagem; PIBID; Cotidiano.

Introdução

O trabalho aqui presente foi desenvolvido a partir da parceria do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), subprojeto de Matemática, com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES), junto à Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

O trabalho desenvolvido foi sobre o conteúdo de porcentagem, envolvendo acréscimos/juros e desconto, com a turma do 8ºano do Ensino Fundamental II da Escola Municipal Totonho de Morais, localizada na zona rural da cidade de Uberaba

[1] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,brenosilva099@gmail.com
[2] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,edienesantossilva@gmail.com
[3] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,damarescristina@hotmail.com
[4] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,vanessacintra@yahoo.com.br
[5] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,ccpompeu@gmail.com

(MG). Para a sua realização utilizamos métodos e estratégias que colocam os alunos de maneira ativa no processo de aprendizagem

Sobre o estudo de porcentagem, Da Cruz, Leandro Lazarino (2017, p.10) argumentam que

> Diante de um mundo capitalista e muito dinâmico, efetuar cálculos percentuais tornou-se uma regra. Desde uma simples compra de um produto num supermercado, como por exemplo, uma compra de uma camisa que tem um desconto de 5%, até os variados cálculos do mercado financeiro utilizam-se de tal ferramenta.

Nesta direção destacamos a importância de compreender sobre o uso da porcentagem, em especial, no dia a dia, para que não se limite o conhecimento e compreensão de mundo.

A atividade desenvolvida teve como objetivo demonstrar os conceitos de porcentagem relacionando-os com o cotidiano, desenvolver a habilidade dos alunos a reconhecerem e calcularem porcentagem que envolva acréscimos ou descontos no dia-a-dia, demonstrar aplicabilidade na prática, indicar a relevância e a importância do conteúdo. Pois,

> Os problemas de Matemática devem envolver muito mais aspectos do que a simples aplicação de operações deve estar voltada para o desenvolvimento integral do aluno, tornando-o apto a analisar e criticar as informações que recebe, aprendendo a partir do que puder criar (OLIVEIRA, 2008, p.03).

Para o desenvolvimento da atividade os alunos se organizaram em grupos e observamos que a qualidade e o desenvolver do trabalho em grupo tornou-se uma fator intrínseco à atividade, uma vez que o trabalho em grupo é uma estratégia de ensino eficaz, onde os alunos discutem e aprendem juntos.

Metodologia

A metodologia de pesquisa adotada é a pesquisa qualitativa que segundo Severino (2007), nada mais é que uma análise mais específica do objeto estudado, de certa forma não visando à quantidade de dados coletados, e sim a qualidade deles.

O trabalho foi desenvolvido com os alunos do 8º ano, a qual desenvolvemos e trabalhamos o conceito de porcentagem por meio de atividades que saíssem do padrão de ensino tradicional.

A introdução do conteúdo ocorreu por meio de recortes de revistas e jornais de símbolos e palavras de porcentagem, e posteriormente, aprofundamos com demonstração de fotografias de símbolo de porcentagem nos mais variados lugares. Buscamos estender a compreensão dos alunos do quão presente o conteúdo estava de suas realidades. Concomitante à isso, ministramos aulas com explicações teóricas e resoluções de problemas para trabalhar os conceitos do conteúdo de porcentagem, previamente com intuito de aprimorar os conhecimentos sobre o assunto.

Figura 1: Recorte de símbolos de porcentagens e explicação teórica.

a) b) c) d)

a) Explicação parte teórica
b) Explicação parte teórica
c) Recorte de jornais e revistas
d) Recorte de jornais e revistas

Fonte: Dos organizadores, 2019

Em seguida, trabalhamos a resolução de problemas, criando um espécime de mercado, expondo produtos próximos às realidades dos alunos, indo desde material escolar até aparelhos eletrônicos, para que, em grupos, efetuassem compras fictícias e desenvolvessem os cálculos com descontos e acréscimos sobre o valor da compra. Considerando que cada grupo realizaria a compra ciente dos saldos e dos juros que eram relacionados com o modo de pagamento, onde possuíam R$1.500,00 em dinheiro, R$1.000,00 no cartão de débito e o que excedia, passaria no cartão de crédito; tendo um determinado percentual de juros para os cartões de crédito e débito, variando com o valor total da compra.

Figura 2: desenvolvimento da parte prática, mercado de compras.

a) 

b) 

c) 

a) Mercado para as compras das atividades de compras
b) Mercado para as compras das atividades de compras
c) Mercado para as compras das atividades de compras

Fonte: Dos organizadores, 2019

Resultados

Observamos que desde o início da aplicação da atividade, a maioria dos alunos já apresentavam familiaridade com a palavra/assunto “porcentagem”, contudo desconheciam sua aplicação e seus cálculos, com isso, a proposta da atividade foi envolver os alunos para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem no conteúdo de porcentagem.

Destacamos que durante a explicação teórica, alguns alunos apresentaram facilidade quando ao assunto era desconto ou acréscimo, porém, quando se integrava essas duas partes, eles expressavam dificuldades por não saber como prosseguir. Com isso observamos que a dificuldades dos alunos não estavam nos cálculos em si, mas sim na interpretação dos problemas. Assim, resolvemos alguns problemas propostos juntos com eles, de modo a ajuda-los na interpretação nos cálculos.

Somado à isso, durante a atividade prática, os alunos tiveram que calcular descontos e acréscimos sobre o valor da compra efetuada por eles, alguns ainda apresentaram dificuldades, contudo, por ser uma atividade em grupo, os outros integrantes do grupo auxiliaram, de modo a esclarecerem as dúvidas uns dos outros para que prosseguissem com a atividade, pois consonante com Da Silva, Magda Helena Ferreira Matias (2011, p. 32)

> No contexto educativo é necessário que o aluno vivencie momentos como esses, ou seja, de trabalhos realizados em grupos, pois dessa forma interage com os demais, participa, constrói, reflete sobre o que está sendo estudado e aprende.

De maneira geral, à respeito da análise do trabalho desenvolvido, podemos inferir que houve uma aprendizagem significativa do conteúdo porcentagem por parte dos alunos da escola e que conseguiram assimilar o conteúdo e entender a aplicabilidade do mesmo no cotidiano.

Considerações Finais

Em suma, podemos concluir que as atividades desenvolvidas com a turma o 8º ano no 1º bimestre de 2019, alcançaram os objetivos propostos uma vez que os alunos foram capazes de identificar, interpretar e realizar os cálculos de porcentagem em busca do resultado final do problema proposto superando assim suas dificuldades.

Destacamos a importância do trabalho em grupo, uma vez que durante a atividade, os alunos foram capazes de se juntarem não só para resolver os problemas propostos, como também ajudar uns aos outros integrantes do grupo com as dúvidas que iriam surgindo ao correr de cada etapa, seja da parte algébrica, como da parte de interpretação.

Referências

DA CRUZ, Leandro Lazarino. **Porcentagem e Algumas Apliações.** Viçosa-MG, 2017, p. 10

DA SILVA, Magda Helena Ferreira Matias. **A Formação e o Papel do Aluno em Sala de Aula na Atualidade**. Londrina-PR, 2011, p. 32.

OLIVEIRA, Karla Regina Debona. **Resoluções de Problemas como Estratégias do Ensino da Porcentagem**. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1957-8.pdf. Acesso em: 02. set. 2019.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico.** 23.ed. São Paulo: Cortez, 2007.

ARTIGO DE RELATO DE EXPERIÊNCIA DAS ATIVIDADES SOBRE CONJUNTOS NUMÉRICOS, SUBPROJETO PIBID/MATEMÁTICA

DANIELA CAETANO SILVA[6]

JAQUELINE FERNANDA ANGELO[7]

LUNA CRISTINA ALVES SANTOS DAS GRAÇAS[8]

CARLA CRISTINA POMPEU[9]

ROBERTA COSTA[10]

VANESSA DE PAULA CINTRA[11]

Área: Educação Matemática

RESUMO: Este texto tem como objetivo apresentar o processo de criação, desenvolvimento, aplicação e conclusão de atividades sobre conjuntos numéricos propostas no 1º bimestre de 2019 para os alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Santa Terezinha, localizada em Uberaba (MG) propostas por alunas bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), subprojeto de Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

PALAVRAS-CHAVE: PIBID; Atividades; 2º ano do Ensino Médio; Matemática.

Introdução

[6] Graduanda em Licenciatura Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM – Uberaba - MG, Brasil, e-mail: dcsdanielacaetanosilva@hotmail.com

[7] Graduanda em Licenciatura Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM – Uberaba - MG, Brasil, e-mail: jaqueline-fernanda-angelo@hotmail.com

[8] Graduanda em Licenciatura Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM – Uberaba - MG, Brasil, e-mail: lunacristina321@gmail.com

[9] Coordenadora de área no subprojeto PIBID Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM - Uberaba - MG, Brasil, e-mail: ccpompeu@gmail.com

[10] Supervisora de área no subprojeto PIBID Matemática e responsável pela escola estadual Santa Terezinha - Uberaba - MG, Brasil, e-mail: roberta.costa@uberabadigital.com.br

[11] Coordenadora de área no subprojeto PIBID Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM - Uberaba - MG, Brasil, e-mail: vanessacintra@yahoo.com.br

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) foi criado em 2007 pelo Ministério de Educação e implementado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com a finalidade de valorizar o magistério e apoiar estudantes de licenciatura plena das Instituições de Educação Superior (IES). Um dos objetivos do PIBID é a elevação da qualidade das ações acadêmicas voltadas à formação inicial de professores nos cursos de licenciatura das instituições públicas de educação superior. Assim como a inserção dos licenciandos no cotidiano de escolas da rede pública de educação, o quepromove a integração entre educação superior e educação básica.

> O Pibid é uma ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que visa proporcionar aos discentes na primeira metade do curso de licenciatura uma aproximação prática com o cotidiano das escolas públicas de educação básica e com o contexto em que elas estão inseridas (CAPES, 2008).

O PIBID pode proporcionar para a escola um jeito diferente de ensinar e aprender, possibilitando ao aluno da Educação Básica estudar uma matéria muitas vezes desinteressante para ele, com outros olhos, e traz ao licenciando a oportunidade de experimentar, antes mesmo de formado, a realidade de estar em sala de aula enquanto professor.

Desse modo, esse trabalho tem como objetivo relatar as experiências vivenciadas pelos licenciandos bolsistas do subprojeto de Matemática do PIBID da UFTM, em atividades que envolveram o ensino e a aprendizagem do conteúdo de Conjuntos Numéricos com os alunos do 2º ano do Ensino Médio na Escola Estadual Santa Terezinha (EEST) no período de março a abril de 2019, que compreende o 1º bimestre.

Metodologia

O conteúdo das atividades desenvolvidas pelos pibidianos no 1º bimestre com os alunos do 2º ano do Ensino Médio na referida escola foi Conjuntos Numéricos e a escolha do tema ocorreu de acordo com a indicação da professora supervisora que muitas das vezes está associado à temática com a qual ela está trabalhando ou à alguma dificuldade que ela identifica em seus alunos.

Toda atividade aplicada a ser aplicada inicia-se com a elaboração de um plano de aula, realizada pelos alunos bolsistas com assistência da coordenadora de área e da supervisora/professora da escola, seguida da escolha de atividades dinâmicas e/ou jogos que irão auxiliar no entendimento do conteúdo.

O plano de aula foi disposto com o intuito de que a aplicação ocorresse em três encontros, onde no primeiro e segundo seria apresentado a ideia de Conjuntos de maneira intuitiva, demonstrando como os Conjuntos estão presentes no cotidiano e em seguida explicar as características de cada Conjunto Numérico, acompanhado de seu surgimento histórico, além de mostrar outras maneiras de representar os números utilizando determinados conjuntos e operações.

No terceiro e último encontro foi aplicada uma dinâmica na quadra da escola, onde os Conjuntos Numéricos foram representados em marcações/divisões no chão e os alunos usaram plaquinhas, cada uma contendo um número, cada qual pertencendo a conjuntos distintos, determinando assim, a última atividade como avaliativa.

A princípio foram dadas as atividades em uma aula no anfiteatro da escola, reunindo as duas salas, 2° ano A e B do turno matutino, com suas respectivas duplas de licenciandas bolsistas do PIBID. Sendo essa aula o primeiro encontro, iniciou como planejado, com a apresentação aos alunos do conceito de Conjuntos de maneira didática, relacionando o conteúdo com grupos de frutas.

Figura 1 - Aula no Anfiteatro

Fonte: Das autoras (2019)

Foi pedido aos alunos que dissessem frutas que começam com a letra M, em seguida, para que dissessem frutas que são vermelhas, e mais tarde frutas que tm sementes pretas, nisso eles perceberam que o morango, maçã e a melancia são frutas iniciadas com M (pertencem ao conjunto das frutas com M) e também são frutas vermelhas (pertencem ao conjunto das frutas vermelhas) e que a melancia e a maçã tem sementes pretas (pertencem ao conjunto das frutas com sementes pretas).

Figura 2 - Separando Grupos de Frutas

Fonte: Das autoras (2019)

Por meio da atividade eles puderam assimilar que os números são como as frutas e pertencem a grupos chamados Conjuntos, sendo eles os Conjuntos dos Números Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais. Assim como a melancia e a maçã fazem parte de três conjuntos (conjunto das frutas com M, conjunto das frutas vermelhas e conjunto das frutas com sementes pretas), os números negativos -3 e -5, por exemplo, pertencem também a três conjuntos, os dos Números Inteiros, Racionais e Reais.

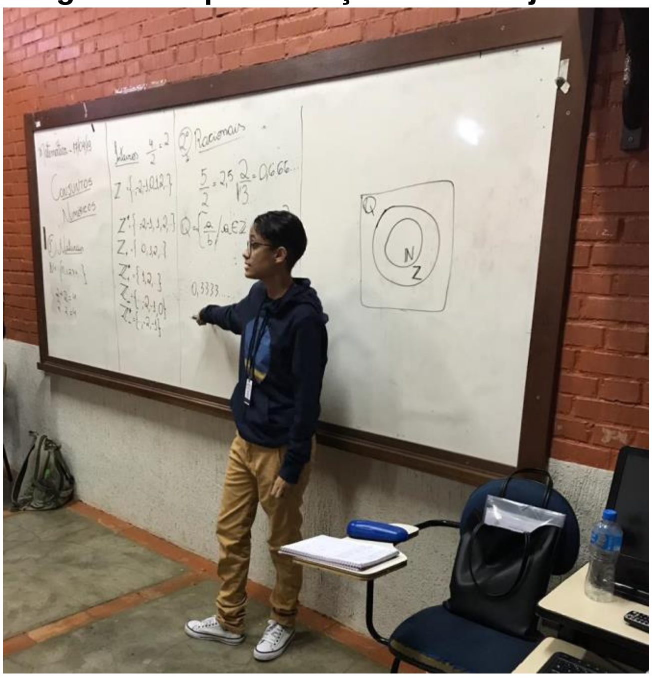
Demonstrando o contexto histórico dos conjuntos, lhes foi mostrado que os Conjuntos Numéricos surgiram a partir da necessidade do homem de contar e quantificar coisas, e não do estudo da “matemática pela matemática”, observando também que há um grande período de tempo entre a descoberta de um conjunto numérico e outro. Sendo assim, a definição de conjuntos numéricos pode ser entendida como um agrupamento de números que possuem características semelhantes.

Apresentada a história de cada Conjunto Numérico, em sequência a definição de cada um, enquanto, simultaneamente foi construído seu diagrama, apresentando suas notações e exemplos, como: Conjunto dos Números Naturais - contém todos os números escritos de forma inteira, ou seja, sem casas decimais, e positiva, incluindo o elemento neutro que é o zero. N = {x|x ≥ 0}, N = {0,1,2,3,4…}; Conjunto dos Números Inteiros - contém todos os números naturais mais seus respectivos na forma negativa. Z = {x|x ≤ 0 ou x ≥ 0}, Z = {... -3,-2,-1,0,1,2,3,...}; Conjunto dos Números Racionais - contém todos os números que podem ser escritos em forma de fração (ex: dízima periódica, raízes exatas, etc). Q = {x ∈ Q: x = a/b, a ∈ Z e b ∈ Z*}; Conjunto dos Números Irracionais (I) - contém todos os números que não podem ser escritos em forma de fração (ex: dízima não periódica, raízes não exatas, etc); Conjunto dos Números Reais - contém todos os elementos dos conjuntos anteriores. R = {x|x ∈ Q ou x ∈ I}, R = Q ∪ I, Q ∩ I = ∅.

Figura 3 - Apresentação dos Conjuntos

Fonte: Das autoras (2019)

Figura 4 - Apresentação dos Conjuntos



Fonte: Das autoras (2019)

Após as explicações referentes a cada Conjunto, foi apresentado aos alunos um problema, onde eles pudessem trabalhar a ideia de Conjunto Numérico utilizando um diagrama para representar os diferentes gostos de cinco amigos em relação a três sabores de sorvete. Desenhado o diagrama na lousa juntamente com todas as informações sobre os amigos e os sabores de sorvete, foi pedido para que alguns alunos viessem até a lousa para inserir cada indivíduo na parte do diagrama que remetia ao sabor predileto do mesmo, e assim foi feito. Os alunos participaram espontaneamente da dinâmica e assim, foi estendida a atividade para a sala de aula, utilizando os nomes de alguns alunos da sala e seus sabores prediletos de sorvete, e assim encerrou-se o primeiro encontro.

Figura 5 - Exercício Intuitivo

Fonte: Das autoras (2019)

No segundo encontro, foi retomada as definições de cada Conjunto Numérico de maneira um pouco mais aprofundada, esclarecida as dúvidas e apresentado alguns problemas para que fossem resolvidos pelos alunos. Os problemas eram sobre Conjuntos Numéricos, já que no primeiro encontro trouxemos algumas atividades com a ideia intuitiva de Conjuntos, era esperado que os alunos assimilassem o conteúdo passado para aplicá-lo nas situações numéricas.

O terceiro e último encontro foi voltado somente para a dinâmica em quadra, que também consistia na atividade avaliativa. Delimitou-se os Conjuntos Numéricos com fita adesiva no chão da quadra e trouxemos plaquinhas que continham números em ambos os lados, sendo que cada número pertencia a um Conjunto Numérico. Os alunos foram divididos em dois grupos. Um deles usava as plaquinhas com números pertencentes aos Conjuntos Numéricos trabalhados e os demais teriam que colocá-los em seus respectivos Conjuntos que estavam delimitados no chão.

Como atividade avaliativa, os grupos foram invertidos e alocados de forma que os alunos com plaquinhas dentro dos Conjuntos Numéricos estivessem no conjunto errado, e o outros alunos da turma deveriam identificá-los para que assim pudessem realocar cada um no conjunto correto. Assim finalizou-se a aplicação de todo conteúdo de Conjuntos Numéricos.

Imagem 6 - Dinâmica dos Conjuntos

Fonte: Das autoras (2019)

Imagem 7 - Dinâmica dos Conjuntos

Fonte: Das autoras (2019)

Resultados ou resultados parciais e discussões

Para os alunos bolsistas do PIBID não houve dificuldades quanto a aplicação do conteúdo, desde a elaboração do plano de aula, escolha das metodologias a serem abordadas, atividades a serem apresentadas até as aulas práticas.

No decorrer do trabalho desenvolvido, foram apresentados alguns problemas interativos, onde foi observada a participação e desempenho dos alunos da escola parceira. A cooperação foi mútua. Após toda a realização, foi possível detectar pontos fortes e fracos dos alunos, onde percebemos que uma parte decorou o que devia ser feito e a outra parte alcançou o aprendizado esperado. Devido às dúvidas deixadas pelos alunos, houve explicações diversas mesmo após o fim da aplicação da dinâmica, onde o objetivo era que os alunos compreendessem a temática.

Considerações Finais

Compreendemos que a parceria do subprojeto de Matemática do PIBID junto à referida escola proporcionou momentos de apreensão tanto aos alunos, quanto às alunas bolsistas do programa. A atividade também expôs que muitas vezes, a compreensão do conteúdo compartilhado com os alunos não é como esperamos e que por mais que a dinâmica que seja uma atividade, alguns pontos ainda podem ficar desalinhados e precisam ser trazidos de uma outra maneira.

Referências

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa. In: RAUPP, A. D.; GRANDO, N. I. **Educação matemática:** em foco o jogo no processo ensino-aprendizagem. Ponta Grossa: UEPG, 2016. cap.3, p. 63-83.

EDITAIS - PIBID. **Universidade Federal do Triângulo Mineiro UFTM - Ministério da Educação**, 2018. Disponível em: http://www.uftm.edu.br/editais-institucionais/pibid-programa-institucional-de-iniciacao-a-docencia/editais-encerrados. Acesso em 2 set. 2019.

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência. **Fundação CAPES**, 2008. Disponível em: https://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid. Acesso em: 2 de set. de 2019.

O PROBLEMA DO CARTEIRO CHINÊS DIRECIONADO: UM ALGORITMO GERAL DE SOLUÇÃO

CARVALHO, Drielly [1]
MALDONADO, Michelli [2]
Área: Matemática Aplicada.

RESUMO:
O Problema do Carteiro Chinês (PCC) é um dos problemas mais conhecidos da teoria de grafos que tem como objetivo cobrir todos os arcos de um grafo a partir de um percurso, minimizando a distância total percorrida. Se o grafo do problema for euleriano a solução é imediata, caso contrário aplica-se algoritmos para transformar o grafo em euleriano e encontrar o circuito ótimo. O Problema do Carteiro Chinês Direcionado (PCCD), trata-se de um problema cuja representação é feita através de um grafo direcionado, ou seja, dado um grafo $G(N,A)$ onde N representa o conjunto de vértices e A o conjunto de arcos, temos que o arco (u,v) é diferente do arco (v,u). O PCCD é visto em problemas clássicos da pesquisa operacional como o problema do tranporte, problema de roteamento, entre outros. Um exemplo real e bastante visto na literatura é o problema coleta de lixo, que pode ser visto como um PCCD e neste caso em específico o caminhão deverá seguir o sentido das ruas, considerando que não exista ruas de mão dupla. A solução ótima do PCCD consiste em determinar um circuito euleriano no grafo, e para isso duas condição são necessárias e suficientes: o grafo deve ser fortemente conexo e simétrico. O objetivo do trabalho é apresentar uma solução para o PCCD através de um algoritmo geral baseado em [1] e [5], no qual utiliza-se um problema de transporte simples para determinar o emparelhamento perfeito e dois algoritmos da teoria de grafos: o algoritmo de Fleury para determinar o circuito euleriano e o algoritmo de Dijkstra para determinar a distância mínima entre os vértices do grafo. Se o grafo direcionado inicial for euleriano, isto é, se o número de arcos entrando e saindo de cada vértice é igual e o grafo for fortemente conexo, então basta determinar um circuito euleriano utilizando o algoritmo de Fleury. Se o grafo inicial não for euleriano, o algoritmo geral propõe transforma-lo em um grafo euleriano, de forma que as duas condições sejam satisfeitas para posteriormente determinar o circuito euleriano.

PALAVRAS-CHAVE: Grafos Eulerianos; Problema do Carteiro Chinês; Algoritmo

[1] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, Grupo PET - Matemática, driellyalves2504@hotmail.com
[2] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, michellimaldonado@gmail.com

Referências

[1] ARAÚJO, R. R. **Um modelo de resolução para o problema de roteirização em arcos com restrição de capacidade** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre, 2003.

[2] BOAVENTURA NETTO, P.O. **Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos**, Blucher, São Paulo, 2011.

[3] COSTA, P. P. **Teoria de Grafos e suas Aplicações**, Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2011.

[4] SHERAFAT, H. **Algoritmos Heurísticos de Cobertura de Arcos**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2004.

[5] VASCONCELOS, R. B. **O Problema do Carteiro Chinês Dirigido, Não Dirigido e Misto para a Otimização de Rotas com Visualização Gráfica da Solução**. Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação, Universidade Estadual do Ceará - UECE, 2017.

TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO: SUAS PROXIMIDADES NO COTIDIANO ESCOLAR ATRAVÉS DO PIBID-MATEMÁTICA

Ediene dos Santos Silva (PIBID)[1]

Breno de Sá da Silva (PIBID)[2]

Damares Cristina Fátima da Silva (PIBID)[3]

Vanessa de Paula Cintra (PIBID)[4]

Carla Cristina Pompeu (PIBID)[5]

Área: Educação Matemática

RESUMO: O presente texto apresenta um trabalho que foi desenvolvido em uma turma do 8º ano da Escola Municipal Totonho de Morais, por alunos bolsistas do Programa (PIBID), no qual trabalhou-se o conteúdo de Tratamento da informação: média, moda, mediana, análise e construção de gráficos. Para isso, calcularam a média, moda e mediana das notas bimestrais dos alunos. Os resultados da IV Olimpíada e Paraolimpíada de Uberaba foram utilizados para trabalhar a parte de análise e construção de gráficos, com a intenção de indicar a aplicabilidade do conteúdo e auxiliar na reconstrução do saber matemático. As construções e análises gráficas foram feitas por grupos de alunos, orientados pelos pibidianos e professora-supervisora, seguidos de uma apresentação para o restante da turma. O trabalho desenvolvido propiciou aos alunos a aquisição de novos conhecimentos acerca do conteúdo trabalhado relacionando-o com assuntos do cotidiano e o trabalho em equipe.

[1] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,brenosilva099@gmail.com
[2] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,edienesantossilva@gmail.com
[3] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,damarescristina@hotmail.com
[4] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,vanessacintra@yahoo.com.br
[5] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,ccpompeu@gmail.com

PALAVRAS-CHAVE: Tratamento da Informação; Construção de Gráficos; Análise de Gráficos; PIBID-Matemática.

Introdução

Neste texto apresentamos experiências vivenciadas por alunos bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), do subprojeto de Matemática, na Escola Municipal Totonho de Morais, localizada na zona rural do município de Uberaba (MG). O trabalho foi desenvolvido em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental II.

A escolha do conteúdo foi proposta pela supervisora, professora da turma, tendo em vista as dificuldades encontradas pelos alunos em compreender o assunto. Desse modo, propôs trabalhar com Tratamento da Informação, tendo como objetivo compreender o significado de média, moda e mediana e aplicá-los na construção e interpretação de gráficos. Este aspecto, o assunto trabalhado é significativo, pois,

> saber ler e interpretar diferentes textos em diferentes linguagens, saber analisar informações, fatos e ideias, ser capaz de coletar e organizar dados, além de estabelecer relações, formular perguntas e poder buscar, selecionar e mobilizar informações, são habilidades básicas para o exercício da cidadania tanto quanto para a vida escolar, pois desenvolver o senso crítico no educando para que ele participe da construção de seu conhecimento e consiga compreender as transformações que acontecem ao seu redor, é algo desafiador para o professor de Matemática. (SANTOS; COQUEIRO, 2009, p.5).

Assim, aprender sobre o tratamento da informação torna-se indispensável aos, sendo essencial para os conhecimentos matemáticos e por proporcionar habilidades que certamente ajudará na vida escolar e na vida cotidiana. Consideramos ser importante relacionar os conteúdos matemáticos, nesta direção Carlinda Leite (2012) revela que a Matemática deve ser baseada no dia-a-dia dos alunos, pois,

> O conhecimento produzido sobre a aprendizagem tem-nos também dito que esta tem mais probabilidades de ocorrer quando se torna significativa, isto é, quando permite atribuir sentidos às situações com que convivemos, e quando existe uma relação entre o ‘novo’ (o conhecimento a adquirir) e o conhecimento que possuímos (LEITE, 2012, p. 88).

Nessa direção, notou-se a necessidade de apresentar o conteúdo de uma forma descontraída por meio da participação dos alunos, de forma que eles percebessem a importância desse conteúdo no cotidiano, visando à importância do trabalho coletivo e, por conseguinte, desenvolvendo as técnicas de coleta e análise de dados.

Metodologia

Este estudo foi realizado por meio de uma pesquisa qualitativa, um método de investigação científica que se foca no caráter de modo abstrato do objeto analisado, estudando as suas características e experiências individuais. Segundo Borba (2013) a pesquisa qualitativa, tem como base compreender e esclarecer dados e discursos, mesmo abrangendo um grupo de pessoas.

O trabalho teve como público alvo 36 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II, da referida escola. As atividades desenvolvidas tiveram por objetivo trabalhar a parte matemática que envolvia os conceitos de média, moda, mediana, tabela, análise e construção de gráficos, também conhecida como estatística básica, com o intuito de aproximar a Matemática dos alunos e conciliar com o cotidiano dos mesmos. O trabalho foi desenvolvido com dados e bases da realidade dos alunos, para familiarizar e desmistificar a aversão que hoje muitos têm sobre a Matemática.

Consideramos que seja de grande relevância trabalhar conteúdos de tratamento da informação o mais próximo possível da realidade dos alunos, visto que se busca desenvolver as habilidades de identificar e interpretar gráficos, dados e informações desta parte Matemática que a sociedade se encontra circundado. Nessa direção, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998)

> Sugerem algumas formas para trabalhar os processos estatísticos. Uma delas seria explorar informações de jornais e revistas, onde deve-se priorizar assuntos que fazem parte do contexto social dos alunos, como questões relacionadas a esportes, política, saúde, alimentação e pesquisas de opinião, entre outras.

Para desenvolver a atividade, optamos em demonstrar os conceitos de média, moda e mediana a partir das notas bimestrais dos alunos da classe, e ainda, estudar e criar tabelas e gráficos a partir dos resultados de um campeonato ao qual a escola havia competido recentemente.

Sendo assim, utilizamos algumas notas bimestrais aleatórias dos alunos, mostrando o conceito e evidenciando a aplicação de média, que eram feitas a partir das médias de trabalhos e provas; utilizamos a mediana, para indicar qual era a nota que estava obrigatoriamente no meio dentre as analisadas; por fim a moda, que era definida pela repetição das notas.

Assim, trabalhamos com os alunos os conceitos teóricos, demonstrando de fato a média e fazendo análise até chegar à fórmula; a mediana quando os números de elementos são pares ou ímpares; por fim a moda, que iria de amodal até multimodal e, consequentemente, aplicando problemas de fixação do conteúdo alunos.

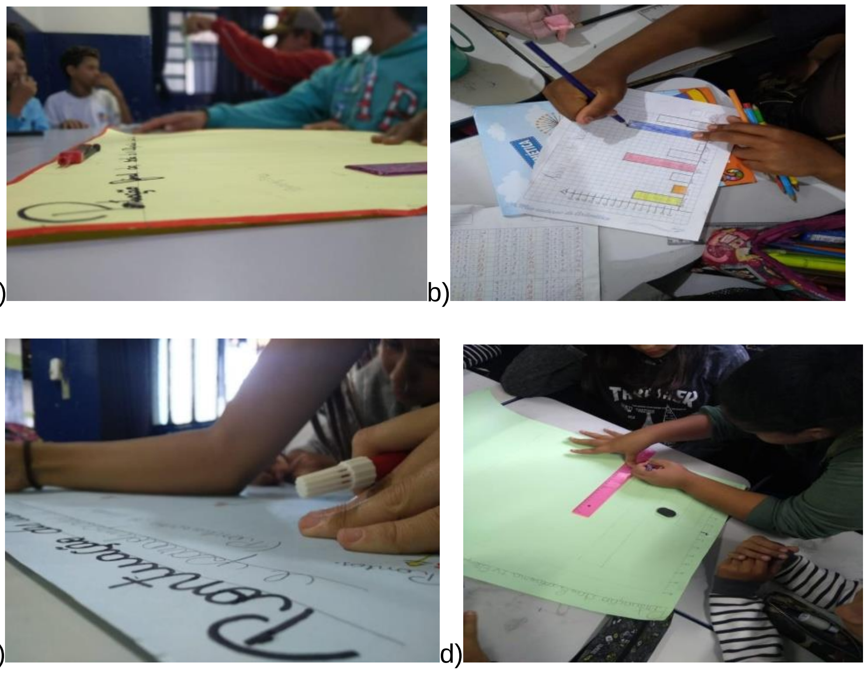
Para trabalhar a parte de tabela, análise e construção dos gráficos, para fins de demonstração conceitual, foi apresentada a o conteúdo teórico e a prática foi construída a partir de uma situação hipotética de vendas mensais de mochilas de uma determinada papelaria em um dado intervalo de tempo. Dessa forma, tivemos a participação dos alunos, onde alguns deles ajudaram na construção de um gráfico de acordo com a tabela que estava no quadro, e, por conseguinte, tivemos um resultado significativo onde eles conseguiram construir o gráfico, mesmo com algumas dificuldades.

O trabalho foi desenvolvido em equipes e nessa direção Da Silva, Magda Helena Ferreira Matias (2011, p. 32) argumentam que "o contexto educativo é necessário que o aluno vivencie momentos como esses, ou seja, de trabalhos realizados em grupos, pois dessa forma interage com os demais, participa, constrói, reflete sobre o que está principalmente de analisar sendo estudado e aprende".

> Sobre a relação aluno e professor, Pérez Gómez (1998, p. 64) afirma que a aprendizagem em aula não é nunca meramente individual, limitado às relações frente a frente de um professor/ a e um aluno/a. E claramente uma aprendizagem dentro de um grupo social com vida própria, com interesses, necessidades e exigências que vão configurando uma cultura peculiar.

Assim, com intuito de participação e dinamização da classe, os alunos foram divididos em 4 grupos, onde foi apresentado os dados de um determinado campeonato que a escola havia participado, tanto a classificação geral, como por modalidades. À vista disso, cada grupo teve que analisar os dados das tabelas, e construir um gráfico a partir da pontuação no esporte específico de seu grupo, e com isso, achar a média, a moda e a mediana dos dados trabalhados, contendo títulos e legendas.

Figura 1: Produção e construção de gráficos.



a) b) c) d)

a) Gráfico grupo 1
b) Gráfico grupo 2
c) Gráfico grupo 3
d) Gráfico grupo 4

Fonte: Dos organizadores, 2019.

No encontro seguinte, os alunos já com os gráficos construídos, tiveram que apresentar para a turma os dados/resultados e sobre o que se tratava o gráfico apresentado. Assim, para encerramento das atividades, tivemos um momento de conversa com intuito de saber as experiências e as opiniões dos alunos

Figura 2 - Apresentação do gráfico à sala.

a) Apresentação dos grupos
b) Apresentação dos grupos
c) Apresentação dos grupos
d) Apresentação dos grupos

Fonte: Dos organizadores, 2019.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Antes de ocorrer a aplicação das atividades na escola as mesmas eram “testadas/apresentadas” para todos os pibidianos do subprojeto de Matemática, momento em que todos podem opinar e apresentar suas observações e ideias, visando o avanço e aperfeiçoamento das atividades. Consideramos que esse momento de socialização das atividades, antes da aplicação das mesmas, auxilia no processo de construção do saber do futuro professor, bem como na melhor qualidade do trabalho a ser desenvolvido. No decorrer do trabalho foi observado que os alunos demonstraram ter aprendido sobre o conteúdo trabalhado. Construíram e analisaram gráficos, consequentemente, conseguiram assimilar o conteúdo com eficácia.

O retorno que obtivemos por parte dos alunos foi gratificante, ver o crescimento dos mesmos durante todo o bimestre foi recompensador. A desenvoltura na apresentação, a união dos alunos na construção dos gráficos, e o estímulo ao trabalho em equipe. Dessa forma, podemos concluir que é de extrema importância no processo de ensino-aprendizagem e para uma boa relação entre os alunos o trabalho em equipe.

Considerações Finais

Do desenvolvimento das atividades observamos que todos os alunos participaram, demonstrando interesse no conteúdo e efetivando as atividades propostas pelos pibidianos, assim, contribuindo para que os objetivos fossem almejados.

Levando em consideração os horários curtos das aulas, isso acabou dificultando uma maior absorção dos conteúdos por partes dos alunos. Dessa forma, restringindo que acompanhássemos alguns alunos que tinham dificuldade um pouco maior que os demais como relado por alguns discentes em um questionário aplicado. Logo, não conseguiam assimilar todo o conteúdo por não acompanhar o tempo das atividades.

Inicialmente ocorreu uma euforia por parte dos alunos em trabalharem em grupo, o que pensamos ser um obstáculo, contudo, rapidamente e surpreendentemente todos se organizaram e se empenharam querendo contribuir de alguma forma para as construções dos gráficos, que fez com que estabelecessem divisões de tarefas entre os grupos, que foi admirável o esforço e o empenho aplicado por eles.

Com isso, podemos concluir que apesar das dificuldades enfrentadas por parte dos alunos com tempo e absorção de conteúdo, os alunos conseguiram sobressair com o trabalho em grupo dividindo as tarefas desde a construção do gráfico até à análise final.

Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho, ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática** – 5°ed.-Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática: ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC, p.148, 1998.

DA SILVA, Magda Helena Ferreira Matias. **A Formação e o Papel do Aluno em Sala de Aula na Atualidade**. Londrina-PR, p. 32, 2011.

LEITE, Carlinda. **A articulação curricular como sentido orientador dos projetos curriculares**. Educação Unisinos 16(1):87-92, janeiro/abril 2012. Universidade do Porto, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação. Rua Alfredo Allen,4200-135, Porto, Portugal.

PÉREZ GÓMEZ. A. I. As funções sociais da escola: da reprodução à reconstrução crítica do conhecimento e da experiência. In: SACRISTÁN, J. Gimeno. **Compreender e transformar o ensino**. 4 ed. Porto Alegre: Artmed, p.10-26, 1998.

SANTOS, G. I. D. ; COQUEIRO, V. D. S. **Vivendo a Estatística na Escola Através de Gráficos e Tabelas.** Peabiru-PR, p.05, 2009.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico.** 23.ed. São Paulo: Cortez, 2007.

UM BREVE ESTUDO SOBRE EQUAÇÕES DIOFANTINAS

GONÇALVES, Érika[1]
PEIXOTO, Rafael [2]
Área: matemática

RESUMO: O seguinte trabalho, parte da Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFTM, trata-se de um breve estudo e pesquisa sobre algumas Equações Diofantinas. Estas equações são conhecidas por tal nome em homenagem à Diofanto de Alexandria, conhecido por suas contribuições em Álgebra e Teoria dos Números e pelo seu principal trabalho, o livro Aritmética. As Equações Diofantinas, tratam-se de equações polinomiais que permitem a duas ou mais variáveis assumirem apenas valores inteiros e podem apresentar várias formas diferentes, e, portanto, em sua maioria devem ser analisadas de forma individual quanto ao fato de possuírem ou não solução, e o número de soluções possíveis, quando possíveis. Neste trabalho buscamos apresentar algumas Equações Diofantinas, entre elas algumas famosas e conhecidas na história da Matemática, como o Último Teorema de Fermat.

PALAVRAS-CHAVE: Equações diofantinas; Soma de quadrados; Último Teorema de Fermat.

Introdução

As Equações Diofantinas, nome dado em homenagem a Diofanto de Alexandria, tratam-se de equações polinomiais que permitem a duas ou mais variáveis assumirem apenas valores inteiros.

De acordo com O'Connor e Robertson (1999) pouco se sabe sobre a vida de Diofanto de Alexandria, matemático grego, mas considerando seus escritos e algumas citações de seu nome, acredita-se que tenha vivido entre 200 a 284.

Diofanto é conhecido principalmente por suas contribuições na Álgebra e na Teoria dos Números. Seu principal trabalho, e mais conhecido é o livro Aritmética, que se trata de uma coleção de 130 problemas que fornecem soluções numéricas de equações determinadas e equações indeterminadas.

O trabalho de Diofanto trata a solução de muitos problemas relativos a equações lineares e quadráticas, mas considera apenas soluções racionais positivas para esses problemas. Equações que levariam a soluções que são raízes quadradas negativas ou irracionais, Diofanto considerava inúteis. No entanto, o fato de ele estar sempre satisfeito com uma solução racional e não exigir um número inteiro indica sofisticação na matemática trabalhada por ele na época.

As Equações Diofantinas podem apresentar várias formas diferentes, com número de incógnitas diferentes, e portanto em sua maioria devem ser analisadas de forma individual, quanto ao fato de possuírem ou não solução, e o número de soluções possíveis, quando possíveis. As Equações Diofantinas podem também ser classificadas em Lineares e Não Lineares.

As Equações Diofantinas Lineares tratam-se da soma de monômios de grau zero ou um, resultando em um número inteiro. Veremos que é possível analisar algumas condições para verificar quando uma equação deste tipo possui ou não soluções inteiras e até mesmo expressarmos uma solução geral. Estudaremos os casos de Equações Diofantinas Lineares com duas, três e n incógnitas.

Já as Equações Diofantinas Não Lineares tratam-se da soma de monômios de grau maior que um, por exemplo, quando um número inteiro é soma de quadrados, ou cubos, e devem ser analisadas caso a caso.

Trataremos então de Equações Diofantinas Não Lineares trabalhando com a soma de quadrados, o Último Teorema de Fermat e encontraremos todas as soluções da equação $p^3+q^2=z^3$.

[1]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/Uberaba, erika-brinck@hotmail.com
[2]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Departamento de Matemática - ICENE, rafael.peixoto@uftm.edu.br

Objetivos

Neste trabalho buscamos pesquisar e analisar algumas Equações Diofantinas, entre elas algumas famosas e conhecidas na história da Matemática, como o Último Teorema de Fermat, verificando quando estas possuem ou não soluções, além de algumas aplicações.

Este estudo busca então destacar a importância e a grande contribuição de tais teorias e problemas para a Matemática e suas aplicações no mundo atual, dando ênfase principalmente às grandes contribuições de alguns matemáticos que participaram de maneira significativa no desenvolvimento e estudo deste tipo de equação.

Metodologia

Foram realizadas pesquisas bibliográficas e análise de problemas particulares e gerais. Com base no trabalho já desenvolvido por alguns matemáticos, buscamos resolver e analisar de maneira detalhada alguns problemas envolvendo Equações Diofantinas, destacando alguns resultados importantes.

Resultados ou resultados parciais e discussões:

1 Equações Diofantinas Lineares

Uma Equação Diofantina Linear é uma equação entre somas de monômios de grau zero ou um. Ou seja,

$$a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n = c \tag{1}$$

com $a_1, a_2, \ldots, a_n, X_1, X_2, \ldots, X_n, c \in \mathbb{Z}$.

Para conveniência, usaremos a notação $(a,b) = mdc(a,b)$.

1.1 Equações Diofantinas Lineares com duas incógnitas

As Equações Diofantinas Lineares com duas incógnitas são do tipo

$$ax + by = c \tag{2}$$

com soluções inteiras, e $a,b,c,x,y \in \mathbb{Z}$.

Nem sempre este tipo de equação possui solução, mas é possível determinarmos quando possui, e encontrá-las, como vamos mostrar, baseado em Hefez (2016).

Proposição 1 *Sejam $a,b \in \mathbb{Z}\setminus\{0\}$ e $c \in \mathbb{Z}$. A equação $ax+by=c$ admite solução em números inteiros se, e somente se, $(a,b)|c$.*

Demonstração. Sejam $a,b \in \mathbb{Z}$. De acordo com as propriedades de Máximo Divisor Comum definimos o conjunto

$$I(a,b) = \{na+mb; n,m \in \mathbb{Z}\}$$

e se $d = min\, I(a,b) \cap \mathbb{N}$, então $d = (a,b)$ e $(a,b)\mathbb{Z} = \{l.d; l \in \mathbb{Z}\}$

Assim temos que

$$I(a,b) = \{na+mb; n,m \in \mathbb{Z}\} = (a,b)\mathbb{Z}$$

.

É claro que a equação $aX + bY = c$ possui solução se, e somente se, $c \in I(a,b)$, o que é equivalente a $c \in (a,b)\mathbb{Z}$, que, por sua vez, é equivalente a $(a,b)|c$.

Portanto, temos que uma Equação Diofantina Linear com duas incógnitas possui solução se, e somente se o Máximo Divisor Comum entre a, b divide c. ■

É imediato verificar que a equação $aX + bY = c$ é equivalente à equação $a_1X + b_1Y = c_1$, onde

$$a_1 = \frac{a}{(a,b)}, b_1 = \frac{b}{(a,b)} \text{ e } c_1 = \frac{c}{(a,b)}$$

Note que $(a_1, b_1) = 1$ e, portanto, podemos nos restringir às equações do tipo $aX + bY = c$, com $(a,b) = 1$, que sempre têm soluções.

Podemos também determinar as soluções de uma equação deste tipo a partir de uma solução particular x_0, y_0, como mostraremos a seguir.

Proposição 2 *Seja x_0, y_0 uma soluçao da equaçao $aX + bY = c$, onde $(a,b) = 1$. Entao, as soluçoes x, y em $\mathbb{Z}$ da equaçao sao $x = x_0 + tb, y = y_0 - ta$, para todo $t \in \mathbb{Z}$:*

Demonstração. Seja x, y uma solução de $aX + bY = c$, com $c \in \mathbb{Z}$, logo,

$$ax_0 + by_0 = ax + by = c.$$

Consequentemente,

$$a(x - x_0) = b(y_0 - y) \tag{3}$$

Como $(a,b) = 1$, segue-se que $b|(x - x_0)$. Logo, $x - x_0 = tb$, $t \in \mathbb{Z}$.

Substituindo a expressão de $x - x_0$ acima em 3, segue-se que

$$a(x - x_0) = b(y_0 - y)$$

$$atb = b(y_0 - y)$$

$$y_0 - y = ta$$

o que prova que as soluções são do tipo $x = x_0 + tb, y = y_0 - ta$, $t \in \mathbb{Z}$.

Por outro lado, x, y, como no enunciado, é solução, pois

$$ax + by = a(x_0 + tb) + b(y_0 - ta) = ax_0 + by_0 = c$$

■

Então, pela Proposição 2 temos que a equação diofantina $aX + bY = c$, com $(a,b) = 1$, admite infinitas soluções em $\mathbb{Z}$. A determinação de uma solução particular x_0, y_0 é feita através de um método que utiliza o algoritmo euclidiano estendido.

1.2 Equações Diofantinas Lineares com três incógnitas

As Equações Diofantinas Lineares com três incógnitas são do tipo

$$a_1x + a_2y + a_3z = c \tag{4}$$

com soluções inteiras, e $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{Z}$ e diferentes de zero.

Para resolvermos equações do tipo (4) vamos proceder de forma parecida com o que foi realizado com as equações do tipo (2), como explicitado por Souza (2017).

Definição 1 *Sejam a_1, a_2 e a_3 inteiros e $d = (a_1, a_2, a_3)$. O número d é dado por $d = (d_1, a_3)$, onde $d_1 = (a_1, a_2)$.*

Se $d_1 = (a_1, a_2)$, com $d_1 \in \mathbb{Z}$, então existem $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ para os quais $a_1k_1 + a_2k_2 = d_1$. Como $d = (d_1, a_3)$, então existem $k, z_0 \in \mathbb{Z}$ tal que $d = d_1k + a_3z_0$.

Assim,

$$d = (a_1k_1 + a_2k_2)k + a_3z_0$$

$$d = a_1(k_1k) + a_2(k_2k) + a_3z_0$$

Tomando $k_1k = x_0$ e $k_2k = y_0$, teremos

$$d = a_1x_0 + a_2y_0 + a_3z_0. \tag{5}$$

Daí, se $d|c$, existe um número inteiro q, tal que $c = dq$. Agora, multiplicando a equação (5) por q, obtemos

$$a_1(x_0q) + a_2(y_0q) + a_3(z_0q) = dq = c$$

Logo, $(x_0q,\ y_0q,\ z_0q)$ é uma das soluções particulares da equação (4).

Proposição 3 *A equaçao $a_1x + a_2y + a_3z = c$ em que $a_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$, $a_3 \neq 0$ e $c \in \mathbb{Z}$ admite soluçao, se e somente se, $(a_1, a_2, a_3) = d$ divide c.*

Nosso objetivo, a partir de agora, é encontrar uma solução geral da equação (4).

Para se obter a solução geral como desejado, devemos inicialmente reduzir essa equação para duas variáveis, pois a Equação Diofantina Linear com Duas incógnitas já sabemos como encontrar as soluções. Considerando, $a_1x + a_2y = k$, temos

$$k + a_3z = c \tag{6}$$

e evidentemente a equação 6 possui solução, pois $d_1 = (1, a_3) = 1$ e $1|c$.

Dessa forma, de acordo com o que vimos com equações de duas variáveis, a solução geral da equação (6) é dada por $k = k_0 + \frac{a_3}{d_1}t_1$ e $z = z_0 - \frac{1}{d_1}t_1$, $t_1 \in \mathbb{Z}$.

Como $d_1 = (1, a_3) = 1$, segue que, $k = k_0 + a_3t_1$ e $z = z_0 - t_1$. Vejamos agora que $a_1x + a_2y = k = k_0 + a_3t_1$, sendo assim, devemos escolher um valor conveniente para t_1, que satisfaça $d_2 = (a_1, a_2)|(k_0 + a_3t_1)$.

Assim temos que a equação $a_1x + a_2y = k$, pelo que sabemos de equações com duas variáveis, terá como solução $x = x_0 + \frac{a_2}{d_2}t_2$ e $y = y_0 - \frac{a_1}{d_2}t_2$, $t_2 \in \mathbb{Z}$.

Assim, podemos concluir que o conjunto solução da equação $a_1x + a_2y + a_3z = c$ é

$$S = \left\{ \left(x_0 + \frac{a_2}{d_2}t_2, y_0 - \frac{a_1}{d_2}t_2, z_0 - t_1 \right),\ \text{com}\ t_1, t_2 \in \mathbb{Z},\ e\ (a_1, a_2)|(k_0 + a_3t_1) \right\}$$

1.3 Equações Diofantinas Lineares com n incógnitas

As equações do tipo

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = c \tag{7}$$

com $a_i \in \mathbb{Z}$ e $i = 1, 2, ..., n \in \mathbb{N}$ são as chamadas Equações Diofantinas Lineares com n incógnitas, e a partir do que estudamos com relação a estes tipos de equações com duas e três incógnitas podemos chegar as soluções procuradas neste caso.

Ainda baseados no que é feito por Souza (2017), de forma análoga ao que foi mostrado na proprosição 1, podemos garantir que a equação (7) admite solução inteira se, e somente se, $d = (a_1, a_2, ..., a_n) \in \mathbb{Z}$ e $d|c$.

De acordo com o que vimos na solução de equações com três incógnitas, podemos de forma análoga, reduzir uma equação com mais de duas incógnitas em uma que tenha duas incógnitas, resolvendo assim nosso problema inicial, a solução da equação (7).

2 EQUAÇÕES DIOFANTINAS NÃO LINEARES

2.1 Soma de Dois Quadrados

A soma de dois números quadrados é uma Equação Diofantina que pode ser expressa como $n = x^2 + y^2$, e podemos estabelecer quando essa equação tem solução, como mostraremos abaixo, de acordo com o que é feito por Martinez (2011).

Teorema 1 *Os únicos números que podem se expressar como soma de dois quadrados são os* $n = 2^s d^2 l$, *onde s é um número natural e l é um número livre de quadrados tais que seus fatores primos são da forma* $4k + 1$.

Para provarmos tal afirmação, observamos inicialmente que se p é um primo da forma $4k + 3$ que divide $n = a^2 + b^2$, então $p|a$ e $p|b$. De fato, se isto não ocorresse, b seria invertível módulo p, ou seja, $b.b^{-1} \equiv 1 \mod p$. Logo, de $a^2 + b^2 \equiv 0 \mod p \Rightarrow a^2 \equiv -b^2 \mod p$ teríamos que -1 é resíduo quadrático módulo p, o que é absurdo pois, pelo critério de Euler, $\left(\frac{-1}{p}\right) = (-1)^{\frac{(p-1)}{2}} = -1$ já que $p \equiv 3 \mod 4$. Logo, $p^2|n$ e repetindo o processo com $\frac{n}{p^2} = \left(\frac{a}{p}\right)^2 + \left(\frac{b}{p}\right)^2$ no lugar de n, concluímos que todo primo da forma $4k + 3$ aparece com expoente par na fatoração canônica de n. Assim, apenas os números da forma descrita na afirmação inicial podem ser soma de dois quadrados.

Agora, todo natural n pode ser escrito como $n = k^2 m$ onde k e m são inteiros positivos e m livre de quadrados, e assim, se m pode ser escrito como soma de dois quadrados ($m = a^2 + b^2$), então o mesmo ocorre com n, pois

$$n = k^2 m = k^2(a^2 + b^2) = (ka)^2 + (kb)^2$$

Além disso, se temos dois números que são soma de dois quadrados, tais como $m = a^2 + b^2$ e $n = c^2 + d^2$, pelo que sabemos de números complexos ($|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$), temos que o produto mn também é soma de dois quadrados, pois:

$$mn = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = |a + bi|^2.|c + di|^2$$

$$= |(a + bi)(c + di)|^2 = |(ac - bd) + (ad + bc)i|^2 = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$$

Assim, para mostrar que todo n da forma $2^s d^2 l$ é soma de dois quadrados, basta mostrar que 2 e todo primo da forma $4k + 1$ são somas de dois quadrados. Se $p = 2$ temos que $2 = 1^2 + 1^2$ é soma de dois quadrados. Para $4k + 1$ precisamos do lema seguinte.

Lema 1 (Lema de Thrue) *Se* $m > 1$ *é um número natural e a é um inteiro primo relativo com m então existem números naturais x e y não nulos menores do que ou iguais a* $\sqrt{m}$ *e tais que algum dos números* $ax \pm y$ *é divisível por m.*

De volta ao problema inicial, se p é um número primo da forma $p = 4k+1$, então, pelo Critério de Euler, $\left(\frac{-1}{p}\right) = (-1)^{\frac{(p-1)}{2}} = 1$, logo existe a tal que $p|a^2+1$.

Aplicando o Lema 1, existem inteiros $0 < x, y < \sqrt{p}$ tais que algum dos números $ax \pm y$ é divisível por p, portanto o número $(ax+y)(ax-y) = a^2x^2 - y^2$ é divisível por p. Então

$$x^2+y^2 = x^2+a^2x^2-a^2x^2+y^2 = x^2(a^2+1)-(a^2x^2-y^2)$$

é divisível por p, mas como $0 < x, y < \sqrt{p}$ então $0 < x^2+y^2 < 2p$, portanto $p = x^2+y^2$. Assim provamos o Teorema 1.

2.2 Soma de Quatro Quadrados

Vamos mostrar que qualquer número inteiro positivo pode ser escrito como soma de, no máximo, quatro quadrados, de acordo com a prova de Lagrange, a primeira publicada e apresentada (MARTINEZ, et al, 2011). Ou seja, provaremos que qualquer inteiro positivo p pode ser escrito como $p = a^2+b^2+c^2+d^2$. Para tal prova necessitaremos dos lemas seguintes.

Lema 2 (Identidade de Euler) *Para todo a,b,c,d,w,x,y,z temos que*

$$\begin{aligned}(a^2+b^2+c^2+d^2)(w^2+x^2+y^2+z^2) = \quad & (aw+bx+cy+dz)^2+(ax-bw-cz+dy)^2 \\ & +(ay+bz-cw-dx)^2+(az-by+cx-dw)^2\end{aligned}.$$

A comprovação de tal lema pode ser feita de maneira direta.

Lema 3 *Se $2m$ é soma de dois quadrados, então m também é soma de dois quadrados, ou seja,*

$$2m = x^2+y^2 \Longleftrightarrow m = w^2+z^2.$$

Lema 4 *Se p é primo ímpar, então existem inteiros a,b,k tais que $a^2+b^2+1 = kp$.*

Teorema 2 *Todo inteiro positivo n pode se escrever como soma de quatro quadrados.*

Demonstração. Pelo Lema 2, basta provar o resultado para os números primos. Como $2 = 1^2+1^2$, podemos supor p primo ímpar. Pelo Lema 4, sabemos que existem a,b,c,d e m inteiros com $m > 0$ tais que $mp = a^2+b^2+c^2+d^2$. Assim, para terminar a demonstração, basta provar que se $m > 1$ então existe $0 < n < m$ tal que np pode se escrever como soma de quatro quadrados.

De fato, se m é par, então nenhum, dois ou quatro dos números a,b,c,d são pares, assim aplicando apropriadamente o Lema 3, basta tomar $n = \frac{m}{2}$. Portanto podemos supor que m é ímpar maior que 1. Sejam w,x,y,z inteiros tais que

$$\begin{aligned} w &\equiv a \mod m \\ x &\equiv b \mod m \\ y &\equiv c \mod m \\ z &\equiv d \mod m \end{aligned}$$

onde $w,x,y,z \in \left(-\frac{m}{2}, \frac{m}{2}\right)$. Logo

$$w^2+x^2+y^2+z^2<4, \frac{m^2}{4}=m^2 \text{ e } w^2+x^2+y^2+z^2 \equiv 0 \mod m.$$

Portanto $w^2+x^2+y^2+z^2=nm$ com $0<n<m$. Pela escolha de w,x,y,z temos que os números $ax-bw-cz+dy$, $ay+bz-cw-dx$ e $az-by+cx-dw$ são divisíveis por m e $aw+bx+cy+dz \equiv a^2+b^2+c^2+d^2 \equiv 0 \mod m$, portanto, pelo Lema 2 temos que

$$\begin{aligned} np = & \ \tfrac{1}{m^2}(mp)(nm)=\frac{1}{m^2}(a^2+b^2+c^2+d^2)(w^2+x^2+y^2+z^2) \\ = & \left(\frac{aw+bx+cy+dz}{m}\right)^2+\left(\frac{ax-bw-cz+dy}{m}\right)^2 \\ & +\left(\frac{ay+bz-cw-dx}{m}\right)^2+\left(\frac{az-by+cx-dw}{m}\right)^2 \end{aligned}$$

é soma de quatro quadrados, como desejado. ■

3 Último Teorema de Fermat

Pierre de Fermat tinha o costume de fazer anotações nas margens de livros, e uma dessas anotações gerou um dos mais famosos problemas da História da Matemática.

O chamado "Último Teorema de Fermat"foi enunciado nas margens da cópia do livro de Diofanto, e o teorema afirma ser impossível encontrar inteiros positivos x,y,z tais que

$$x^n+y^n=z^n \tag{8}$$

quando n é um inteiro maior do que 2.

Fermat afirmou: "encontrei uma demonstração verdadeiramente maravilhosa para isto, mas a margem é demasiado pequena para contê-la".

Ao longo da história muitos casos particulares foram mostrados, os quais se dividem em dois tipos: o primeiro, quando $p \nmid xyz$, e o segundo, mais difícil, quando $p|xyz$.

A demonstração do Último teorema de Fermat somente foi obtida depois de mais de trezentos anos após sua formulação. Tal demonstração, devida a Andrew Wiles foi obtida somente em 1994 e a partir de então, o teorema passou a ser chamado de Teorema de Fermat-Wiles.

4 Todas as soluções da Equação diofantina $p^3+q^2=z^3$

Baseado nos estudos feitos por Burshtein (2017), encontramos todas as soluções da equação $p^3+q^2=z^3$.

Teorema 3 *Suponha que p é primo e $q>1$. Então a equação $p^3+q^2=z^3$ tem exatamente quatro soluções em todas as quais $p=7$. Em uma solução q é primo, e em todas as outras soluções q é composto.*

Demonstração. Temos

$$p^3+q^2=z^3 \Rightarrow q^2=z^3-p^3=(z-p)(p^2+pz+z^2)$$

Denote $z-p=T$, onde $T \geq 1$. Substituindo $z=p+T$ resulta em

$$q^2=T(3p^2+3pT+T^2)$$

Temos dois casos em que a igualdade anterior pode ser satisfeita:

i. Quando $T > 1$ e $3p^2 + 3pT + T^2$ são quadrados simultaneamente.

ii. Quando $T \geq 1$ e $3p^2 + 3pT + T^2$ não são necessariamente quadrados simultaneamente.

Analisando os dois casos e fazendo os devidos cálculos, temos que a equação diofantina $p^3 + q^2 = z^3$ tem quatro soluções inteiras, nas quais todas $p = 7$ e em apenas uma delas q é primo:

1. $7^3 + 13^2 = (2^3)^3$
2. $7^3 + (7^2)^2 = (2.7)^3$
3. $7^3 + (3.7^2)^2 = (2^2.7)^3$
4. $7^3 + (3.7^2.13)^2 = (2.7.11)^3$

$\blacksquare$

Considerações finais

Verificamos as grandes contribuições de Diofanto e outros matemáticos que se interessaram e contribuíram para o estudo da teoria. Diofanto contribuiu de forma significativa no desenvolvimento da Álgebra, principalmente no que diz respeito a notação algébrica, fazendo uso de abreviações em seus estudos, o que permitiu que se desenvolvesse na forma em que conhecemos hoje em dia, com organização e uso de símbolos.

As Equações Diofantinas vêm sendo estudadas e despertam o interesse de matemáticos a centenas de anos. Com uma breve análise de alguns casos, podemos verificar que além de sua importância teórica, as Equações Diofantinas também podem ser aplicadas em diversas situações do cotidiano.

Referências

[1] BURSHTEIN, Nechemia. **All the Solutions of the Diophantine Equation $p^3 + q^2 = z^3$**. In: Annals of Pure and Applied Mathematics, v.14, 2017.

[2] COSTA, Eudes Antonio e SANTOS, Fabiano F. T. dos. **Equações diofantinas lineares a duas e três variáveis**. In: Revista Arithmós - Revista da Escola de Ciências Exatas e da Computação da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, 2015.

[3] HEFEZ, Abramo. **Aplicações do Máximo Divisor Comum - Equações Diofantinas Lineares**. In: Aritmética - Coleção PROFMAT, 2016.

[4] MARTINEZ, Fábio Brochero e MOREIRA, Carlos Gustavo e SANDANHA, Nicolau e TENGAN, Eduardo. **Equações Diofantinas**. In: Teoria dos números: um passeio com primos e outros números familiares pelo mundo inteiro, 2011.

[5] O'CONNOR, John Joseph e ROBERTSON, Edmund Frederick. **Diophantus of Alexandria**, 1999. Disponível em: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Diophantus.html Acesso em 01/08/2019.

[6] SOUZA, Romario Sidrone de. **Equações diofantinas lineares, quadráticas e aplicações**. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2017.

UTILIZANDO A EDUCAÇÃO FINANCEIRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

EUSTÁQUIO LUIS FRAGA[1]

ALYNE TOSCANO[2]

Área: Educação Matemática

RESUMO: Neste artigo propõe-se um método para ensinar Matemática Financeira, bem como outros conceitos de matemática por meio da Educação Financeira. Esse método foi desenvolvido para ser aplicado nos oitavos e nonos anos do ensino fundamental. Utilizando-se de prática em que os alunos podem vivenciar no cotidiano, por meio de tabelas de orçamento doméstico e aplicações financeiras, é possível um aprofundamento nos temas e a compreensão dos problemas relacionados com a Matemática Financeira. O intuito é colocar os alunos como protagonistas nas decisões orçamentárias de sua própria vida como motivação para a compreensão dos conceitos. Esse método foi utilizado em uma escola pública do estado de Minas Gerais para alunos do oitavo ano do ensino fundamental. Os alunos mostraram-se motivados com o projeto.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Educação Financeira; Orçamento.

Introdução

Tornar a matemática ensinada nas salas de aula em algo que possa ser notável e presente na vida dos alunos é um dos maiores desafios impostos aos professores da área. A Matemática Financeira aparece como uma ótima oportunidade para mostrar ao aluno o quanto é necessária a compreensão de conceitos como números reais, porcentagem, proporção, equação, aplicados em taxas de juros, juros simples e juros compostos, descontos, empréstimos, financiamentos etc. Buscando aplicações desses conteúdos na Educação Financeira, abre-se um novo campo de apreciação, por parte de alunos e professores, onde estes podem vislumbrar seu futuro como pessoas bem-sucedidas financeiramente, aplicando bem os conceitos estudados e praticados em sala e em seu cotidiano. Ao propor uma Educação Financeira com objetivos de melhorar a forma de lidar com o dinheiro, proporcionando plenas condições de fazer escolhas corretas no cotidiano das pessoas, é necessário mais que saber fazer cálculos, é preciso que haja reflexão com respeito à ética, ao consumo consciente, à qualidade de vida e o planejamento do futuro.

---

[1]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE/PROFMAT,CAPES, eustakioluis@yahoo.com.br

[2]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Engenharia de Produção,alyne.toscano@uftm.edu.br

Nesse ponto, a Educação Financeira serve como partida para a existência de uma iniciativa que possa preparar e educar cidadãos críticos, atuantes e livres, que saibam trabalhar em grupo, de modo que torne o pensar e o fazer modernos, que sejam questionadores, que participem de uma educação mais humana e solidária, enfim, que os futuros cidadãos sejam atuantes e reflexivos em nossa sociedade.

Este trabalho visa fornecer uma diretriz aos professores de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, a fim de que possam ensinar conceitos de Matemática, Matemática Financeira, bem como orientar seus alunos a tomarem decisões acertadas no campo das finanças. Para tanto, devem conhecer e praticar os conceitos de porcentagem, taxas e juros, descontos, amortizações, compras a prazo e à vista, poupança e investimentos. Dessa forma, poderão chegar ao Ensino Médio em melhores condições para aprofundarem esses conceitos e se prepararem para o mercado de trabalho.

Projeto Educação Financeira

Como se trata de pesquisa participante, para realização das atividades é preciso utilizar uma aula semanal, durante um semestre, totalizando 18 aulas. A cada aula os alunos devem fazer, de forma lúdica, controle orçamentário mensal. Supõe-se que a cada aula o aluno receba um salário, fictício, mensalmente no valor de R$1.000,00. Cada aula semanal corresponderia a um mês do ano, iniciando com o mês de janeiro, terminando em dezembro com o fechamento do projeto. Nessas aulas os alunos são convidados a gastarem, de forma fictícia, seus salários da forma que bem entenderem. Para o controle desses gastos é utilizada uma planilha, conforme a Tabela 1, em que os alunos preenchem o controle de seu orçamento mensal. Sugere-se que os alunos tenham um caderno brochura de capa dura para colagem em ordem cronológica das planilhas semanalmente, bem como outras anotações.

Na Tabela 1 as despesas lançadas são meras sugestões, porém, o valor destinado à poupança é uma “exigência” de no mínimo 10% do salário. Conforme Clason 1997, p 14., em O Homem mais Rico da Babilônia, “uma parte de todos os seus ganhos pertence exclusivamente a você”. Assim os alunos devem ser orientados a reservar o mínimo de 10%, sistematicamente todos os meses, adequando seu salário e suas despesas até que se torne um hábito. Uma tabela de controle dessa poupança também é utilizada, veja Tabela 2. A qualidade dos gastos deve ser discutida ao longo das aulas, despertando nos alunos o consumo consciente e visando um aumento no valor a ser poupado, visando uma acumulação futura, fruto da ação dos juros compostos.

Tabela 1 – Controle de Receitas e Despesas Mensais.

ORÇAMENTO MENSAL – MÊS DE JANEIRO				
DATA	HISTÓRICO	ENTRADA	SAÍDA	SALDO
01/01	RECEBIMENTO DO SALÁRIO	1.000.00		1.000,00
02/01	DEPÓSITO EM POUPANÇA		100,00	900,00
03/01	COMPRAS SUPERMERCADO		233.45	666,55
03/01	CONTA DE ENERGIA		95,63	570,92
03/01	CONTA DE ÁQUA		43,08	527,84
03/01	CONTA TELEFONE / INTERNET		44,99	482,85
10/01	PRESTAÇÃO COMPUT. 1/12		102.55	380,30
10/01	MATERIAIS DE ESCOLA		16,40	363,90
15/01	CORTE DE CABELO		30,00	333,90
15/01	COMPRA DE UM TÊNIS		160,00	173,90
15/01	CINEMA COM COLEGAS		30,00	143,90
20/01	TRANSPORTE		90,00	53,90
25/01	COMPRA DE UM LIVRO		45,00	8,90

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 2 - Controle da Conta Poupança

CONTROLE MENSAL DA POUPANÇA – MÊS DE FEVEREIRO				
DATA	HISTÓRICO	ENTRADA	SAÍDA	SALDO
02/02	DEPÓSTIO	100.00		100,00
02/02	JUROS – 0,50 % am	0,50		100,50
02/02	DEPÓSITO	100,00		200,50

Fonte: Elaborado pelo autor

O simples preenchimento das planilhas dá aos alunos a sensação de liberdade e autonomia para decidir sobre suas escolhas. Inúmeras discussões aparecem quanto à melhor maneira de usar seu salário, percentual a ser destinado para poupança, o cálculo dos juros mensais, etc. Esta atividade leva os alunos a serem protagonistas de suas próprias decisões, gerando motivação e entusiasmo. É nessa hora que o professor, deve agir, a fim de inserir os conceitos matemáticos existentes tais como porcentagem, descontos, acréscimos, taxas de juros, juros simples e compostos, etc. A maneira como esses conceitos podem ser desenvolvidos em cada aula estão disponíveis planos de aula que podem ser encontrados em Fraga (2019). Por limitação de espaço esses planos de aula são aqui omitidos. A Figura 1 a seguir apresenta um exemplo desses planos de aula propostos.

Figura 1: Plano da aula de número 12 no projeto.

Plano de aula

Escola:
Disciplina: Matemática - Projeto Educação Financeira
Professor:
Série/Turma:
Data:
Aula: 6/18

CONTEÚDO
- Lançamentos em planilha - mês Maio.
- Formalizar o conceito de juros simples.
- Fatoração: Fator comum.
- Noções de equações do primeiro grau.

OBJETIVOS
- Fazer os lançamentos do mês de Maio.
- Deduzir as fórmulas para juros simples e montante.
- Resolver problemas de juros simples com uso de fórmulas.
- Aplicar o caso de fatoração - Fator comum.

METODOLOGIA
- Cole a planilha do mês de Maio,
- Reduza o tempo de trabalho com a planilha (20 minutos).
- No data show, fazer a formalização do conceito de juros simples e montante, deduzindo as fórmulas.
- Use tabelas para facilitar o entendimento.

OBSERVAÇÕES
- O uso das Tabelas 4.2 e 4.3 pode facilitar o entendimento para os alunos.

REFERÊNCIAS
- Consulte o capítulo 4.

Fonte: FRAGA (2019).

Como exemplificado no plano de aula da Figura 1, diversos conteúdos matemáticos podem ser abordados com esse projeto, não somente os conceitos de matemática financeira. Durante as aulas e o preenchimento da planilha esses conteúdos vão sendo trabalhados de maneira natural. Depois do desenvolvimento de 12 aulas, em que os alunos completam o orçamento de um ano e o desenvolvimento da maioria dos principais conceitos, as próximas 6 aulas podem ser utilizadas para a discussão de situações cotidianas, em que o aluno tem a oportunidade de colocar em prática os conceitos matemáticos e de educação financeira desenvolvidos. Nessas aulas restantes são trabalhados: sistemas de amortização (SAC e PRICE), produtos financeiros (cartão de crédito, empréstimos, cheque especial, etc) e também diferentes configurações de investimento. A seguir apresentam-se os conceitos de juros e como estes foram desenvolvidos ao longo do projeto.

Conceitos desenvolvidos: Taxas de Juros, Juros Simples e Juros Compostos

Segundo Morgado e Carvalho, (2015, p. 86),

> Alguém que dispõe de uma capital ***C***(chamado de principal) empresta-o a outrem por certo período de tempo, e após esse período, recebe o seu capital ***C,*** que volta acrescido de uma remuneração ***J,*** pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de ***Juro***. A soma ***C + J*** é chamada ***montante*** e será representada por ***M***. A razão entre o juro e o capital, representada por ***i***,será sempre referida ao período e chamada de ***taxa de juros***.

$$i = \frac{J}{C} (1)$$

Esta fórmula pode ser apresentada considerando uma aplicação que o aluno pode fazer com seu dinheiro, como por exemplo: quanto devo ter em uma aplicação cuja remuneração do capital é uma taxa percentual de 0,40% am., para que após um mês venha obter juros de R$50,00?

Aplicando a Fórmula (1), teremos:

$$0{,}004 = \frac{50}{C} \Rightarrow C = \frac{50}{0{,}004} \Rightarrow C = 12.500{,}00$$

Dessa forma, vou precisar de R$12.500,0 para obter, após um mês, R$50,00. Nessas condições, este valor passa ser bastante considerável! Reflexões como essas levam os alunos a mensurar melhor seus gastos, tornando-os conscientes do real valor do dinheiro.

Embora sejam pouco praticados na prática, os juros simples fornecem uma base para compreensão dos juros compostos, aparecendo os mesmos elementos para formação do montante.

Segundo Paiva, (2000, p. 237),

> Quando um capital ***C*** é aplicado durante ***n*** unidades de tempo, e a taxa ***i*** de juros por unidade de tempo incide apenas sobre o capital inicial, o juro ***J*** é chamado de juro simples. Esse juro, no final da aplicação, é calculado pela Fórmula (2), enquanto o montante é dado pela Fórmula (3):

$$J = C.i.n \qquad (2)$$

$$M = C + J. \qquad (3)$$

Para generalizar o conceito de juros simples, o recurso das tabelas é aconselhável por se tratar de uma forma simples de mostrar o desenvolvimento dos juros e a clareza dos cálculos. Esse conceito pode ser desenvolvido com a Tabela 3.

Tabela 3 – Generalizando os Juros Simples

PERÍODO	**CAPITAL**	**TAXA DE JURO**	**JUROS**	**MONTANTE**
1º mês	**C**	**I**	**C.i**	**C+ C.i = C(1 + i)**
2º mês	**C**	**I**	**C.i**	**C(1 + i) + C.i = C(1 + 2i)**
...	**...**	**...**	**...**	**...**
n-ésimo mês	**C**	**I**	**C.i**	**C[1 +(n-1)i] + C.i = C(1+ni)**

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim, podemos fazer:

$$M = C + J \Rightarrow M = C + C.i.n \Rightarrow M = C(1 + ni).$$

Segundo Morgado e Carvalho, (2015, p. 87): No regime de juros compostos de taxa i, um capital C transforma-se depois de n períodos de tempo, em um montante M, tal que

$$M = C(1 + i)^n. \quad (4)$$

Vamos considerar para efeitos didáticos, o período dado em meses, o capital **C**, a taxa de juro **i** e o montante **M.**

Tabela 7 – generalizando os Juros compostos

PERÍODO	CAPITAL	JUROS	MONTANTE
1º mês	C	C . i	C + C.i = C(1 + i)
2º mês	C(1 + i)	C(1 + i). i	C(1 + i) + C(1 + i).i = $C(1 + i)^2$

...	...	...	...
n-ésimo	$C(1 + i)^{n-1}$	$C(1 + i)^{n-1}. i$	$C(1 + i)^{n-1} + C(1 + i)^{n-1}. i = \mathbf{C(1 + i)^n}$

Fonte: Elaborado pelo autor

Todos esses conceitos são desenvolvidos juntamente com

Resultados obtidos e discussões

Como já mencionado anteriormente, esse projeto foi aplicado em alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do interior de Minas Gerais.

Primeiramente é preciso destacar que o objetivo principal do projeto foi alcançado, sendo este despertar nos alunos o interesse pelo estudo da Matemática. Dado o envolvimento nas aulas, a preocupação em preencher as planilhas, o zelo pelo caderno de Educação Financeira e a melhora na participação das aulas.

A respeito dos conteúdos abordados, esses atendendo às exigências da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) para o oitavo ano do Ensino Fundamental, além de que contemplam os conceitos básicos de economia e finanças. Tais conteúdos proporcionaram uma ótima oportunidade de se trabalhar outras partes da Matemática, como se pode notar nas planilhas, nas abordagens para se chegar às fórmulas, e nos problemas resolvidos. Conteúdos tais como: operações com números decimais, equações de primeiro grau, potências, valor numérico de expressões algébricas e fatoração, foram amplamente discutidos e aplicados.

Apesar de nenhum instrumento avaliativo ter sido utilizado para avaliação desses alunos que participaram do projeto, o professor do nono ano relatou que os alunos possuíam todos os pré-requisitos necessários para estarem nesse ano.

Considerações Finais

A introdução deste artigo tratou da necessidade de despertar o interesse e motivar os alunos para a aprendizagem matemática de forma consistente. Para tanto, sugeriu-se trabalhar a Matemática Financeira com foco na Educação Financeira, criando situações em que o aluno se viu como principal agente da construção de seu conhecimento, munido dos conceitos matemáticos proposto no momento certo, ou seja, sempre contextualizando.

O uso de planilhas mensais para o orçamento, trabalhadas semanalmente, levou os alunos a perceberem a importância da organização das informações, da escrita correta e dos cálculos com números decimais. Os depósitos mensais e cálculo dos juros na caderneta de poupança contribuíram bastante para o entendimento do cálculo de porcentagem e dos juros compostos. Também por meio das planilhas foi possível verificar como os juros são processados, sem o uso de fórmulas, evidenciando que se deve ter cuidado ao fazer empréstimos ou financiamentos. Nos sistemas de amortização fica claro como é alto o valor dos juros pagos ao longo das prestações.

Esta pesquisa trouxe resultados que podem enriquecer o ensino da Matemática Financeira e contribui para que o estudante possa usar conceitos matemáticos com segurança, em sua vida social e financeira.

Os objetivos almejados foram alcançados, tendo em vista a compreensão por parte dos alunos, a satisfação dos mesmos em trabalhar com Educação Financeira, visto que tiveram a oportunidade de serem protagonistas de sua aprendizagem, avaliando situações, fazendo escolhas e tomando decisões quanto ao que comprar quanto poupar/aplicar como gastar menos afim de que pudesse poupar mais. Isto gerou um entusiasmo por parte dos alunos e do professor, podendo assim trabalhar os conceitos matemáticos relacionados à Matemática Financeira com boa aceitação e consequente aprendizagem. Fica a esperança de que este trabalho venha contribuir com outros profissionais da educação, podendo ser melhorado e adequado às outras condições e realidades.

Referências

CLASON, G.S.; O Homem mais rico da babilônia: 5. Ed. Rio de Janeiro: editora Ediouro, 1997.

FRAGA, L. F. A educação financeira como ferramenta de ensino da matemática no ensino fundamental. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba-MG.

MORGADO. A.C.; CARVALHO, P.C.P. Matemática discreta: ed. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2015.

PAIVA, M. Matemática Paiva: 2 ed. São Paulo: Editora Moderna, 2010.

SAMANES, C.P. Matemática Financeira: Aplicações à Análise de Investimentos: 3. Ed. São Paulo: Editora Prentice Hall, 2002.

UMA VISÃO HISTÓRICA SOBRE AS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

VIEIRA, Gabriel Faria[1,2]
Área:(Educação Matemática)

RESUMO: As equações diferenciais constituiram e constituem uma importante ferramenta no estudo de curvas, tais como, a Catenária, a Tractriz, a Braquistócrona, entre outras. O estudo dessas curvas, poderá nos auxiliar na compreensão do desenvolvimento das equações diferenciais para que possamos assim, contar uma versão da história de tais equações. Para tanto, utilizaremos como metodologia, a análise histórica documental. Buscaremos nas fontes terciárias e/ou secundárias informações que nos conduzam às fontes primárias, aos documentos originalmente publicados. Assim o faremos para evitarmos possíveis interpretações distorcidas dos fatos ocorridos. Faremos também um estudo de alguns livros que tratam dos conceitos do Cálculo no final século XVII, o que é essencial para atingirmos nosso objetivo: compreender, matematicamente, como eram desenvolvidas as equações diferenciais no final do século XVII e início do século XVIII, e quais foram os personagens envolvidos com a resolução de problemas hoje chamados de equações diferenciais, e que contribuiram para o desenvolvimento das mesmas. Com o que foi pesquisado até o momento, descobrimos como surgiu este tipo de equação, e qual sua necessidade. Ao final do trabalho, esperamos obter uma compreensão sobre as aplicações desse tipo de equação no Cálculo durante os séculos XVII e XVIII.

PALAVRAS-CHAVE: equações diferenciais; história do Cálculo; história da matemática

Introdução

Este artigo foi desenvolvido com base em um trabalho apresentado na disciplina de TCC I.

De acordo com Bos (apud Archibald, Fraser, e Grattan-Guinness, 2004, p.2733), problemas que consistem em encontrar tangentes de curvas são antigos, remontando à matemática grega. No século XVII surgiu como problema fazer o oposto: dadas as tangentes, determinar a curva que as originou. Tais problemas, frequentemente, não se resumiam a soluções que envolviam simples integrações. As resoluções de alguns desses problemas necessitavam de métodos para sua resolução que só foram desenvolvidos décadas depois: as equações diferenciais.

Segundo Roque (2012, p.10), atualmente há uma crença que a matemática constitui uma ciência na qual não se há mais nada a acrescentar, tendo sido construída por gênios de maneira linear e estruturada. E ainda que possua certa aplicabilidade, trata-se de uma disciplina teórica, uma disciplina "pura", a qual só pode utilizar abstrações. Entretanto, conforme a autora nos informa, isso não é correto. A matemática não foi construída de maneira cronológica; isto é, nem sempre a ordem com que aprendemos os tópicos na escola é a mesma em que tais tópicos surgiram. Nesse trabalho pretendemos mostrar que as equações diferencias, assim como diversos tópicos da matemática, não foram desenvolvidas na ordem que nos apresentam e, muito menos, fora produzida por gênios, queremos mostrar que a matemática envolvida nas equações diferenciais é diferente daquela que aprendemos e que foi feita por pessoas inseridas num determinado contexto, utilizando a matemática que estava sendo produzida nesse contexto.

Nos limitaremos a pesquisar a história das equações diferenciais ordinárias, que são aquelas que relacionam apenas duas variáveis, e somente durante os séculos XVII e XVIII.

Com o estudo sobre as equações diferenciais, surgem perguntas como: Como eram resolvidas? Qual seu papel na história do Cálculo? Ao final da pesquisa esperamos obter respostas para essas perguntas, assim como uma melhor compreensão sobre o desenvolvimento do Cálculo Integral e Diferencial.

Objetivos

Objetivo geral: trazer uma visão histórica sobre o desenvolvimento das equações diferenciais no final do século XVII e início do século XVIII.

Objetivos específicos:

[1]UFTM, ICENE, gabriel170898123@gmail.com
[2]Trabalho orientado pela professora Mônica de Cássia Siqueira Martines

- Fazer uma análise sobre o contexto em que surgiram as equações diferenciais.
- Compreender para quais finalidades estas eram utilizadas.

Metodologia

Utilizaremos como metodologia a análise documental em fontes históricas.

São considerados documentos para análise histórica, de acordo com Phillips apud André e Lüdke (1986, p.38) "quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano.".

Escolhemos por trabalhar com esses documentos por, assim como Guba e Lincoln citado por André e Lüdke (1986, p.39), verificarmos certas vantagens. Uma delas é que os documentos podem ser revisitados quantas vezes forem necessários, outra é por possuírem baixo custo, e permitirem obter informações mesmo quando não é possível contatar o autor, podendo ser utilizada também em conjunto com outras metodologias.

De acordo com Holsti apud André e Lüdke (1986, p.39), temos três situações em que é vantajoso se trabalhar com a análise documental. Uma delas é:

> [...] quando o acesso aos dados é problemático, seja porque o pesquisador tem limitações de tempo ou de deslocamento, seja porque o sujeito da investigação não está mais vivo, seja porque é conveniente utilizar uma técnica não-obstrusiva, isto é, que não cause alterações no ambiente ou nos sujeitos estudados. (HOLSTI apud André e Lüdke, 1986, p.39).

Assim, como estamos trabalhando com a história da matemática, podemos dizer que é vantajoso empregar esse tipo de metodologia já que é comum que os sujeitos da pesquisa se encontram mortos. E, neste caso em específico, todos estão.

De acordo com Saviani:

> Fonte é uma palavra que apresenta, via de regra, duas conotações. Por um lado, significa o ponto de origem, o lugar de onde brota algo que se projeta e se desenvolve indefinidamente e inesgotavelmente. Por outro lado, indica a base, o ponto de apoio, o repositório dos elementos que definem os fenômenos cujas características se busca compreender. (Saviani, 2006, p.28-29)

Utilizaremos fontes secundárias e primárias. As fontes secundárias serão usadas para nos apoiar na compreensão das fontes primárias, uma vez que essas últimas são textos escritos em sua língua original e, como nossa pesquisa se refere ao período dos séculos XVII e XVIII, os originais estão escritos em latim.

Procederemos assim, faremos uma busca pela História das Equações Diferenciais em fontes secundárias, a partir das indicações nessas fontes, buscaremos os textos originais, em seguida faremos as traduções dos mesmos e verificaremos as informações dadas inicialmente.

Também usaremos definições e métodos de traçar retas tangentes à curvas e de calcular áreas abaixo de curvas do Cálculo Infinitesimal do século XVII e XVIII, alguns dos quais, se assemelham aos métodos utilizados hoje, embora não sejam idênticos, uma vez que, alguns destes foram utilizados em resoluções de equações diferenciais.

Devemos nos lembrar também que alguns conceitos, que hoje são essenciais, não estavam definidos na época, tais como, os conceitos de função e limite. Para trazê-los, nos reportaremos ao livro de Baron e Bos (1974), que traz alguns conceitos do Cálculo como definidos por volta do final do século XVII.

Baron e Bos (1974, p.3-6) nos dizem que, nos artigos publicados por Leibniz (1646 - 1716) sobre seu Cálculo Infinitesimal em 1684 e em 1686, alguns conceitos não ficaram claros. Por isso, melhores fontes para o estudo consistem no livro *Analyse des Infiniment Petits*, publicado pelo marquês de L'Hôpital (1661-1704), e *Lectiones Mathematicae de Methodo Integrali*, publicado por Johann Bernoulli (1667-1748). Conforme Baron e Bos (1974b, p.5-6), tal livro causou controvérsia, pois L'Hôpital apenas mencionou Johann em seu início, não tendo declarado sua contribuição e, este também não à exigiu quando o livro fora publicado. Fez isso após a morte de L'Hôpital, mas então não haviam provas de sua contribuição. Somente em 1921, quando foi achado um documento na biblioteca de Basel, é que foi provada a contribuição de Johann para os conceitos presentes no livro de L'Hôpital. É também importante considerar que, à época, a credibilidade de Johann estava abalada devido as desavenças públicas com seu irmão Jakob, e isso contribuiu para que o livro não lhe fosse creditado (Baron e Bos, 1974b).

Em seu início, os métodos de difusão do Cálculo consistiam principalmente na troca de correspondências e artigos publicados em revistas, como a *Acta Eruditorum*[3].

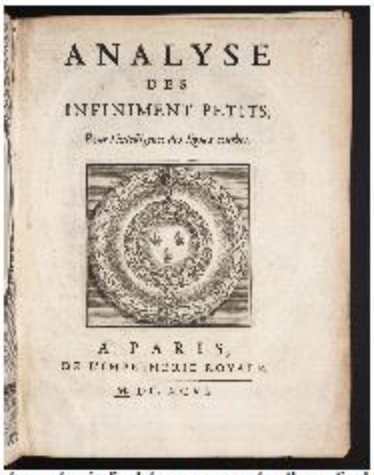
Resultados parciais e discussões:

Os problemas que deram origem ao que hoje chamamos de Cálculo Diferencial e Integral tem início na Grécia antiga. Eram problemas relacionados, principalmente, ao problemas da quadratura do círculo. Na busca por solucionar este problema, o qual consistia em construir, com régua e compasso, um quadrado cuja área era igual à área de um circulo dado, é que surgiram ideias de traçar retas tangentes à curvas e de calcular áreas abaixo das mesmas (Baron e Bos, 1974a).

Os séculos foram passando e vários estudiosos se debruçaram por encontrar métodos gerais para se traçar retas tangentes e de se calcular áreas abaixo de curvas. Somente no final do século XVII inicio do século XVIII vemos o problema parcialmente resolvido e, uma luta épica sobre a prioridade da descoberta dos métodos gerais, entre dois cientistas: Newton e Leibniz (Baron e Bos, 1974b, 1974c).

O cálculo proposto por Leibniz teve como seus principais divulgadores os irmãos Bernoulli, os quais estavam entre os primeiros a conseguir entendê-lo e aplicá-lo. Estes, em conjunto com Leibniz, publicaram vários artigos na *Acta Eruditorum*, o que colaborou para a difusão do cálculo deste estudioso. Tais artigos não eram de fácil compreensão, pois mostravam sua aplicação e não os conceitos. Isso mudou com a publicação do livro *Analyse des Infiniments Petits*, aqui representado como figura 1, escrito por L'Hôpital com base nas aulas que teve com Johann Bernoulli (Baron e Bos, 1974b, p.4).

Figura 1: Capa do livro *Analyse des Infiniments Petits*



Fonte: https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-l-hospital-s-analyse-des-infiniment-petits

Como já dito anteriormente e, de acordo com Baron e Bos (1974c, p.19), o Cálculo possibilitou encontrar as tangentes a uma curva qualquer, o que implica diretamente em determinar as diferenciais desta. Isto era possível devido à determinadas "regras" para a diferenciação. Entretanto, o mesmo não pode ser dito da integração. Não havia uma espécie de método universal que permitisse integrar todo tipo de diferencial. Assim, foram desenvolvidos

[3]Uma revista alemã fundada em 1682.

alguns métodos com o intuito de facilitar tal processo.

Baron e Bos (1974, p.17-18) nos dizem que o mesmo aconteceu com as equações diferenciais, eram conhecidas como *problemas de tangente inversa*. Tais problemas apareceram não somente na matemática, mas também na física, estando presentes, por exemplo, no movimento com atrito. Não havia um método pelo qual fosse possível solucionar todo tipo de equação diferencial; no entanto, alguns cientistas da época conseguiram elaborar regras que poderiam ser aplicadas a certos tipos destas equações, e que proviam sua solução.

De acordo com Bos (apud Archibald, Fraser e Grattan-Guinness, 2004, p.2733), no século XVII emergiram diversos problemas de tangente inversa, que consistiam em, dada determinada particularidade das tangentes de uma curva, encontrar a curva cujas tangentes possuiam tal particularidade. Aparentemente, Florimond de Beaune (1601-1652) apresentou o primeiro desses problemas. Formalmente, diríamos que tais problemas consistiam, de certa forma, em equações diferenciais, as quais apareceram em diversos propostos na segunda metade do século XVII.

Ainda de acordo Bos (apud Archibald, Fraser e Grattan-Guinness, 2004, p.2733), a alteração de tais problemas para equações diferenciais propriamente ditas, se deu em cerca de 1700. Tal alteração deu outro significado mais profundo para esses problemas. Resolver um problema de tangente inversa significava construir a curva encontrada, assim como todos os problemas envolvendo curvas até então. Essa definição foi dada por René Descartes (1596-1650), que também formulou um método de construção para curvas algébricas; entretanto, era comum que problemas de tangente inversa resultassem em curvas não-algébricas. Assim, deixou-se de exigir que a solução fosse a representação da curva; entretanto, caso ocorresse algum empecilho na resolução algébrica, deveria-se construir a curva.

Considerações finais:

A pesquisa aqui apresentada, ainda está em desenvolvimento e, esperamos poder responder sobre como eram desenvolvidas equações diferenciais no final do século XVII, e qual foi seu papel na história do Cálculo.

Com o que foi pesquisado até o presente momento, foi possível responder outras perguntas que surgiram no decorrer da pesquisa. Uma destas indagações foi sobre como surgiu este tipo de equação, a qual acabamos descobrindo como o problema proposto por Debeaune à Descartes. Outra questão foi sobre qual a necessidade de tais equações à época; descobrimos que estas surgem em problemas tais como o da corda suspensa (Catenária) e da Tractriz. Ou seja, de quererem encontrar a equação da curva dada a curva.

Podemos dizer, por enquanto, que as equações diferenciais foram desenvolvidas por cientistas que buscavam resolver problemas de tangentes inversas, utilizando as ferramentas matemáticas disponíveis.

Referências

ANDRÉ, Marli E. D. A.; LÜDKE, Menga. A análise documental. In: ANDRÉ, Marli E. D. A.; LÜDKE, Menga. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986. p. 38-44.

ARCHIBALD, Thomas; FRASER, Craig; GRATTAN-GUINNESS, Ivor. **The History of Differential Equations, 1670–1950.** Oberwolfach Reports, [s.l.], p.2729-2794, 2004. European Mathematical Publishing House. http://dx.doi.org/10.4171/owr/2004/51.

BARON, Margaret E., Bos, H.J.M. Unidade 3: **Newton e Leibniz.** In: Curso de História da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M.M. Mendes. Brasília: Universidade de Brasília, 1985, c1974a.

BARON, Margaret E., Bos, H.J.M. Unidade 4: **O cálculo no século XVIII - Fundamentos.** In: Curso de História da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M.M. Mendes. Brasília: Universidade de Brasília, 1985, c1974b.

BARON, Margaret E., Bos, H.J.M. Unidade 5: **O cálculo no século XVIII - Técnicas e aplicações.** In: Curso de

História da Matemática: origens e desenvolvimento do cálculo. Tradução de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e Maria José M.M. Mendes. Brasília: Universidade de Brasília, 1985, c1974c.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. [S.l.]: Zahar, 2012. 512 p.

SAVIANI, Dermeval. Breves considerações sobre fontes para a história da educação. **Histedbr On-line**, Campinas, n. especial , p.28-35, ago. 2006

APRENDENDO A DIVIDIR NÚMEROS NATURAIS COM DINHEIRO: algumas as contribuições do PIBID – Matemática em uma escola rural

GIRLENE RODRIGUES CORDEIRO[12]

STEFANIE DA SILVA VEIGA TEIXEIRA[13]

DAMARES CRISTINA FÁTIMA DA SILVA[14]

VANESSA DE PAULA CINTRA[15]

CARLA CRISTINA POMPEU[16]

Área: Educação Matemática

RESUMO: O presente trabalho trata-se das experiências adquiridas na aplicação de atividades sobre divisão de números naturais, desenvolvida na Escola Municipal Totonho de Morais, localizada na zona rural do município de Uberaba - MG. Este estudo aborda o processo de elaboração, aplicação e os resultados das atividades realizadas, bem como os métodos utilizados, e as impressões obtidas após a finalização de todo o trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: Divisão com números naturais; PIBID-Matemática; material concreto.

Introdução

A Matemática, desde sempre, se faz muito presente no cotidiano de todos. Desta forma, professores de Matemática buscam evidenciar aos alunos a importância dessa ciência para a sua realidade. Motivados por tal, decidimos trabalhar com alunos do sexto ano a divisão de números naturais, utilizando situações-problema que envolvia dinheiro e o mesmo como material concreto.

De acordo com Silva et al. (2016, p. 4), "o material concreto é uma forma de apresentar ao aluno uma maneira mais fácil e palpável de aprender matemática e como ela pode ser usada no nosso cotidiano", desta forma foi feito o uso do dinheiro como material manipulável, tendo como principais objetivos salientar a importância do conteúdo para o cotidiano dos alunos e demonstrar, de forma tangível, o algoritmo da divisão.

[12]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, girlenerodrigues803@gmail.com.
[13]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, stefanie.veiga@hotmail.com.
[14]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, damarescristina@hotmail.com.
[15]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, vanessacintra@yahoo.com.br
[16]Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, ccpompeu@gmail.com.

A atividade teve como público alvo trinta alunos de uma escola rural, e foi realizada por meio de uma parceria da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) do subprojeto Matemática, que tem como propósito a inserção dos discentes dos cursos de licenciatura no cotidiano de escolas públicas, visando elevar a qualidade da formação de professores.

Metodologia

Enquanto se elaboravam as atividades, todas as ideias foram discutidas, aprimoradas e testadas em reunião com os participantes do subprojeto de Matemática do PIBID, para que fosse encontrado um método de explicação claro e dinâmico.

Deste modo, buscando novas maneiras de trabalhar a Matemática em sala de aula, o lúdico foi empregado como recurso, devido ao seu grande potencial de atração, de forma que fosse possível despertar o interesse dos alunos e proporcionar a eles um bom aprendizado.

> Além disso, as atividades lúdicas podem ser consideradas como uma estratégia que estimula o raciocínio, levando o aluno a enfrentar situações conflitantes relacionadas com seu cotidiano e, também, a utilização dos jogos vem confirmar o valor formativo da matemática, não no sentido apenas de auxiliar na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, mas, também, de auxiliar na aquisição de atitudes. (CABRAL, 2006, p. 19)

Sabendo disso e visando demonstrar o processo matemático envolvido no algoritmo da divisão, foi utilizada uma dinâmica envolvendo dinheiro, de autoria da Professora Parmegiane (2016).

Para a aplicação das atividades foram necessários três encontros de uma hora e quarenta minutos, os quais serão descritos a seguir.

No primeiro encontro, foram abordados os conceitos de divisão de números naturais, falando sobre a sua importância e apresentando situações-problema simples que envolviam circunstâncias cotidianas. Em seguida, foram aplicadas situações-problemas que envolviam divisões de dinheiro, para que os alunos solucionassem com a seguinte dinâmica: cada discente possuía notas fictícias de cem reais, dez reais e moedas de um real, e também uma folha A4 dividida em quatro personagens (figura 1); com isto, os alunos deveriam utilizar do dinheiro que possuíam para dividir entre os personagens, de acordo com o problema proposto.

Figura 1 – Dinâmica do dinheiro

Fonte: as autoras.

O objetivo desse trabalho foi proporcionar a compreensão por meio da aplicação do conteúdo do cotidiano e assim familiarizar os alunos com as relações de trocas envolvidas com o material concreto. “As trocas devem ser feitas da seguinte forma: 1 cédula de 100 por 10 cédulas de 10 e 1 cédula de 10 por 10 moedas de 1” (PARMEGIANE, 2016, p. 3).

No segundo encontro, houve a explicação do algoritmo da divisão e a sua demonstração foi feita por intermédio da dinâmica do dinheiro, de forma que cada cálculo feito no algoritmo fosse justificado com uma ação na dinâmica.

> Depois de o algoritmo estar bem compreendido, o material concreto e o desenho devem ser dispensados. Neste outro momento, sem o material, a criança vai estabelecendo relações mentais e associando o concreto manuseado anteriormente ao algoritmo em divisões com divisores menores que dez (PARMEGIANE, 2016, p. 10).

Sendo assim, após as explicações, foi aplicado à turma exercícios para serem solucionados apenas com o algoritmo.

No terceiro encontro, para encerrar as atividades, foi realizado um jogo, denominado Jogo das Garrafas (figura 2), visando avaliar a aprendizagem dos alunos de forma divertida e “resgatar a vontade das crianças em aprender e conhecer mais sobre essa disciplina, eliminando sua áurea de ‘bicho-papão’” (CABRAL, 2006, p. 20).

Figura 2 – Jogo das Garrafas

Fonte: as autoras.

O jogo consistia em dois blocos de garrafas com diversos números que serviriam para fazer divisões. Os alunos jogavam uma argola em duas garrafas, a primeira a ser acertada seria o dividendo e a outra o divisor; após acertar as garrafas, os alunos deveriam ir até uma mesa, na qual eram supervisionados e auxiliados, caso precisassem, para a resolução da divisão a partir do algoritmo.

Resultados e discussões

As aplicações, no geral, produziram resultados um tanto satisfatórios. Os alunos se interessaram pelas atividades e acreditamos que seja pelas dinâmicas envolvidas, pela participação ativa dos alunos nos processos de resolução das situações-problema.

Para introduzir o conteúdo, foram aplicados diversos problemas no intuito de eles compararem com seu cotidiano e, assim, puderam perceber que a divisão de números naturais, bem como toda a matemática, não se limita à sala de aula. O uso do dinheiro ilustrativo, como metodologia, facilitou ainda mais essa conexão.

Utilizar alunos como personagens para construção das situações-problema, permitiu a familiarização destes sujeitos com o assunto tratado delineando um sentimento de segurança com o tema trabalhado.

Durante as aulas, muitos dos discentes deram exemplos sobre o assunto abordado, ajudando a complementar os problemas usando suas experiências.

O uso do material concreto os oportunizou a participar efetivamente da resolução das questões propostas, devido ao processo de divisão ter se tornado algo mais palpável e, com isso, serem levados a visualizar determinações do algoritmo, como:

> · a operação é realizada da esquerda para a direita pois, dessa forma, são possíveis as trocas;
> · o dividendo representa o todo, o valor ou a quantia a ser dividida; o divisor refere-se ao número de partes em que o todo será distribuído (partição); o quociente representa o número de elementos que coube a cada parte após a divisão (partição) e o resto indica o que sobrou. (PARMEGIANE, 2016, p. 9)

Os alunos da escola foram supervisionados e auxiliados no processo de resolução das divisões, fazendo com que suas dúvidas fossem sanadas individualmente pela professora responsável pela turma e/ou pelos pibidianos que participaram do trabalho realizado na escola. O resultado do jogo rendeu um empate, após apenas um aluno de cada equipe apresentar dificuldades para a resolução de um exercício, não conseguindo chegar ao resultado esperado mesmo com o auxílio prestado.

Considerações Finais

A abordagem utilizada para desenvolver o trabalho, possibilitou ensinar e familiarizar os discentes da Escola Municipal Totonho de Morais com a divisão de números naturais. Por meio dela foi possível compreenderas funcionalidades das divisões e como chegamos a seus respectivos resultados. Dessa forma, é possível concluir que os materiais concretos tratam-se de uma excelente ferramenta de ensino e aprendizagem.

Ainda, sendo estes objetos algo presente na realidade dos estudantes, nota-se que essa aproximação acontece de forma ainda mais intensa e eficiente, pois com ela os discentes conseguiram perceber que podem utilizar a matéria explicada em sala no seu dia-a-dia.

Os resultados foram positivos, com grande parte da turma tendo se saído muito bem durante as atividades. Além disso, os alunos foram muito participativos no decorrer de todas as aulas, com comentários relacionados à dinâmica aplicada, bem como a exposição de suas dúvidas. Desta forma, foi possível, facilmente, ajudá-los com as suas principais dificuldades.

Ao longo das atividades desenvolvidas, foi perceptível a evolução dos estudantes no processo de aprendizagem. No entanto, alguns deles não conseguiram aprender boa parte do que foi ensinado, por apresentarem deficiências instrutivas herdadas de conteúdos dos anos anteriores.

A experiência do PIBID de Matemática na escola certamente é capaz de influenciar na formação de todos envolvidos, seja por quem está elaborando/aplicando as atividades nas aulas, seja por quem está aprendendo/participando das atividades.

Ainda, cabe ressaltar que o PIBID, além de tudo o que foi citado, constitui um programa de grande importância para as próprias escolas, já que consolida uma oportunidade clara dos alunos da escola terem contato com alunos da universidade, podendo instigar a vontade deles de ingressar no ensino superior, e ainda, colocam os futuros professores, participantes do PIBID frente a desafios, e a aprender na prática o que estão aprendendo na Universidade.

Referências

CABRAL, Marcos Aurélio. **A utilização de jogos no ensino da matemática**. Disponível em: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/jogos/Marcos_Aurelio_Cabral.pdf. Acesso em: 31 Jul. 2019.

SILVA, Francisca Marlene da et al. **O uso do material concreto no ensino da Matemática**. Disponível em: http://www.editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/Trabalho_Comunicacao_oral_idinscrito_947_7fc2304382477fcd9bed7819c1fb39e8.pdf. Acesso em: 07 Mar. 2019.

PARMEGIANI, Roselice. **Operação de divisão: passo a passo**. Disponível em: http://www.ensinandomatematica.com/operacao-divisao-passo-passo/. Acesso em: 30 jul. 2019.

ESTUDO DO ESCALONAMENTO DE SISTEMAS 3X3 COM APLICATIVO DESENVOLVIDO NO GEOGEBRA

Gustavo Batista de Oliveira[17]

Osmar Aléssio[18]

Área: (Educação Matemática)

RESUMO: O objetivo deste trabalho foi produzir uma ferramenta utilizando os recursos de construição disponíveis no Geogebra para ser utilizado em sala de aula facilitando a aprendizagem da técnica de escalonamento de sistemas lineares até 3x3. Esta ferramenta está sendo desenvolvida a partir de construções simples como caixas de entradas, botões e propriedades básicas da planilha inclusa no Geogebra. Nenhuma técnica avançada de programação está sendo utilizada pois este material foi pensado para que qualquer professor possa usá-lo e modificá-lo de acordo com as suas próprias necessidades.

PALAVRAS-CHAVE: Geogebra; Álgebra Linear; Sistemas de equações; Escalonamento.

Resolução de sistemas lineares vem desde os tempos da Babilônia, dinastia de Hamurabi (de 1800 AC a 1600 AC), foram encontradas tabuletas que revelaram que os babilônios sabiam resolver sistemas lineares simples. Já nos séculos II AC e I AC os chineses possuíam algoritmos para resolver sistemas lineares, cuja sua essência é parecido com o método de eliminação de Gauss, a diferença básica é que eles usavam uma tabela em forma de coluna e hoje usamos em tabelas em forma de linha.

Seguindo a linha do Mestrado Profissional em Matemática, devemos abordar temas específicos do currículo de Matemática da Educação Básica e seu impacto na prática didática em sala de aula. Neste sentido, identificamos quais tópicos constam na nova Base Curricular Comum Nacional de 2019 e de como deve ser apresentado

[17] PROFMAT/UFTM, bolsista CAPES, gbofrc@gmail.com
[18] UFTM, osmaralessio2010@gmail.com

em sala de aula. Sistemas Lineares foi um tópico que nos cativou, pois houve algumas mudanças na forma de abordar o tema no ensino médio, destacamos três pontos principais: 1) **Situações problema:** a importância da ferramenta de escalonamento de sistemas lineares, que é aplicada a resolução de uma grande quantidade de problemas tanto na Matemática quanto na Física e na Química; 2) **Técnicas algébricas e gráficas:** à mudança promovida pela nova BNCC que alterou a abordagem e as sequências didáticas de ensino deste tema e 3) **Matemática e suas tecnologias:** à constatação de que o tema ainda não foi exaustivamente explorado com a utilização do Geogebra em outras dissertações do Profmat.

De acordo com o repositório de dissertações do PROFMAT, o banco de dados conta com 4575 registros, dos quais 278 tratam de aplicações com o uso do software Geogebra e 48 tratam de Sistemas Lineares. Apenas 3 utilizaram o Geogebra. Dentre os 48 trabalhos, vamos referenciar alguns que achamos mais interessantes. Vamos citar seis trabalhos, sendo que os três primeiros, tratam de sistemas lineares sem uso do software Geogebra e os três finais tratam de sistemas lineares com uso de Geogebra.

Em (MALCHER, 2015) ele faz uma fundamentação teórica completa do conteúdo estudado no Ensino Médio e também o vínculo entre Sistemas Lineares e: Circuitos Elétricos, Balanceamento de Equações Químicas, Criptografia e Análise Modal, todos temas de grande importância no currículo do Ensino Médio.

No trabalho de (MARTINS, 2015) ele elabora um teste estatístico de um estudo de caso, capaz de verificar a eficácia dos métodos de adição e método da substituição, normalmente utilizados como o primeiro contato dos alunos com sistemas lineares ainda no 7º ou 8º anos do Ensino Fundamental.

Para finalizar o grupo dos trabalhos sem uso de software, (PEDRINI, 2013) tráz uma fundamentação teórica detalhada, incluindo também as soluções gráficas e aplicações a problemas clássicos abordando a aprendizagem tanto no nível fundamental quanto médio. Com a utilização do software Geogebra, o trabalho de (SÃO PEDRO, 2016) utiliza-se do Geogebra para criar matrizes, digitando-se seus coeficientes, realizando transformações e operações com estas matrizes, vale ressaltar que ele também utiliza a visualização dos gráficos das retas das equações. Já (SANTANA, 2015), utiliza o software Geogebra, para gerar gráficos das retas de sistemas 2x2 e planos dos sistemas 3x3 e assim ilustrar as interseções que são soluções dos sistemas.

Para finalizar as referências deste grupo com o uso do software, (BOCCARDO, 2017) além da fundamentação teórica dos sistemas lineares, ele construíu um plano de aula, onde problemas são apresentados e os alunos são instigados a resolvê-los utilizando o software quando necessário.

Queremos destacar que no nosso trabalho, diferimos dos outros já publicados quanto à forma de utilizar o software Geogebra. Utilizamos as ferramentas de construição disponíveis no Geogebra para criar um arquivo que funcione como uma ferramenta cuja finalidade seja auxiliar o ensino de sistemas lineares para o ensino básico, que utiliza-se da essência do escalonamento de Gauss, onde o aluno pode multiplicar equações, trocar em um sistema as equações em relação a ordem que aparecem, isto é, troca de linhas se pensarmos como matriz ou tabela, fazer operações entre equações, soma e subtração entre elas. O objetivo deste trabalho então, através da criação desta ferramenta, é tornar o aprendizado do algoritmo do escalonamento mais dinâmico e interativo para aos alunos, proporcionando assim uma oportunidade de aprendizagem mais significativa do que os métodos tradicionais de ensino.

Metodologia

Foi realizado um estudo dos livros didáticos que são indicados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2018) para fazer o levantamento de quais são os métodos de ensino do algoritmo de escalonamento utilizados pelos autores indicados pelo MEC. Depois de concluído o estudo dos métodos, foi elaborada uma abordagem que se apropria das melhores técnicas de cada autor e estas técnicas serviram de base para a elaboração da ferramenta desenvolvida com recursos disponíveis no software Geogebra.

Concomitantemente, fizemos um estudo teórico do Geogebra para buscar as melhores opções de construção disponíveis no software. Optamos por seguir a abordagem de HALL (2017) devido ao fato de que o autor utiliza apenas as técnicas mais simples, o que possibilita que mesmo um professor que não tenha conhecimentos de linguagens de programação seja capaz de utilizar esta ferramenta bem como modificá-la de acordo com suas necessidades. O autor utiliza apenas botões, campos de entrada, sliders, pequenas noções lógicas para exibição de objetivos além das opções básicas de manuseio da planilha inclusa no Geogebra.

Esta ferramenta é projetada em sua tela inicial para que o usuário defina o sistema linear de equações digitando, um por um, todos os coeficientes das equações. Foi tomado o cuidado para que não aconteçam conversões automáticas entre frações e decimais e que as equações não apresentem sinais duplicados.

A seguir é proposta uma troca de linhas, que não é obrigatória em todos os casos mas que, quando necessária, deve ser realizada corretamente. A troca funciona de forma simples, com um botão que, quando pressionado, reconfigura os valores na planilha e os exibe na nova ordem.

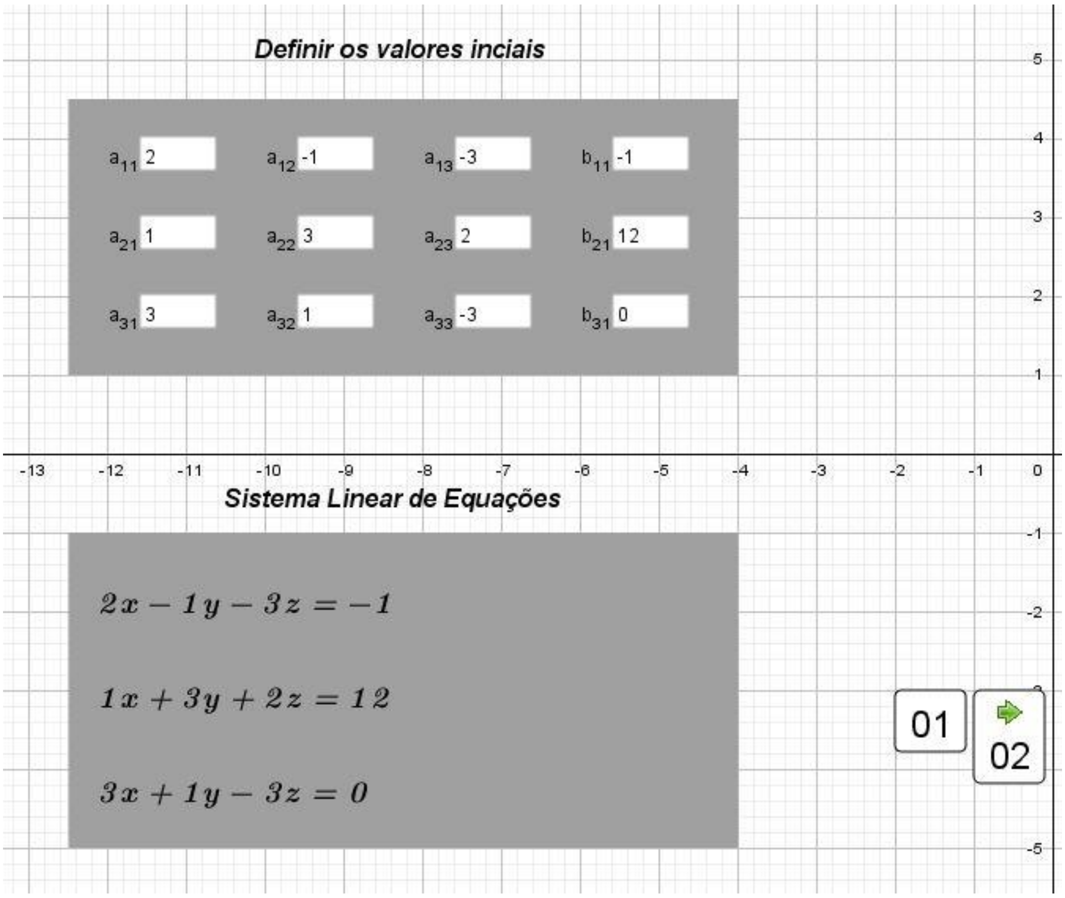


Figura 01 – Tela da Ferramenta– Caixas de entrada de coeficientes e sistema correspondente

Fonte: Próprio Autor

Os botões alteram os valores que constam em determinada célula aos pares como é possível na imagem a seguir. Este recurso não utiliza nenhuma linha de comando.

Para que seja possível realizar todas as opções de troca corretamente, foi necessário criar um algoritmo que exibe e oculta os botões necessário após cada operação. Se o usuário clica para trocar a primeira linha pela segunda, os botões desaparecem e são exibidos os botões que darão continuidade à troca. Se, ao invés, o usuário começa trocando a primeira linha pela terceira, os botões são ocultados e outros são exibidos para que a continuidade ocorra.

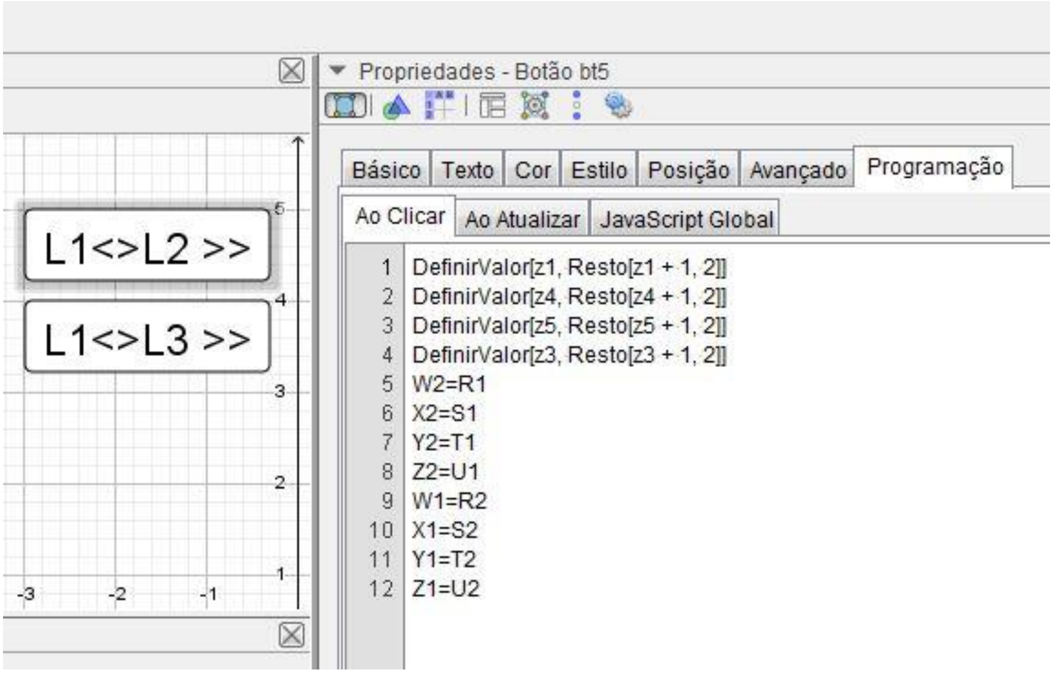


Figura 01 – Propriedades do clique no botão de troca de linhas

Fonte: Próprio Autor

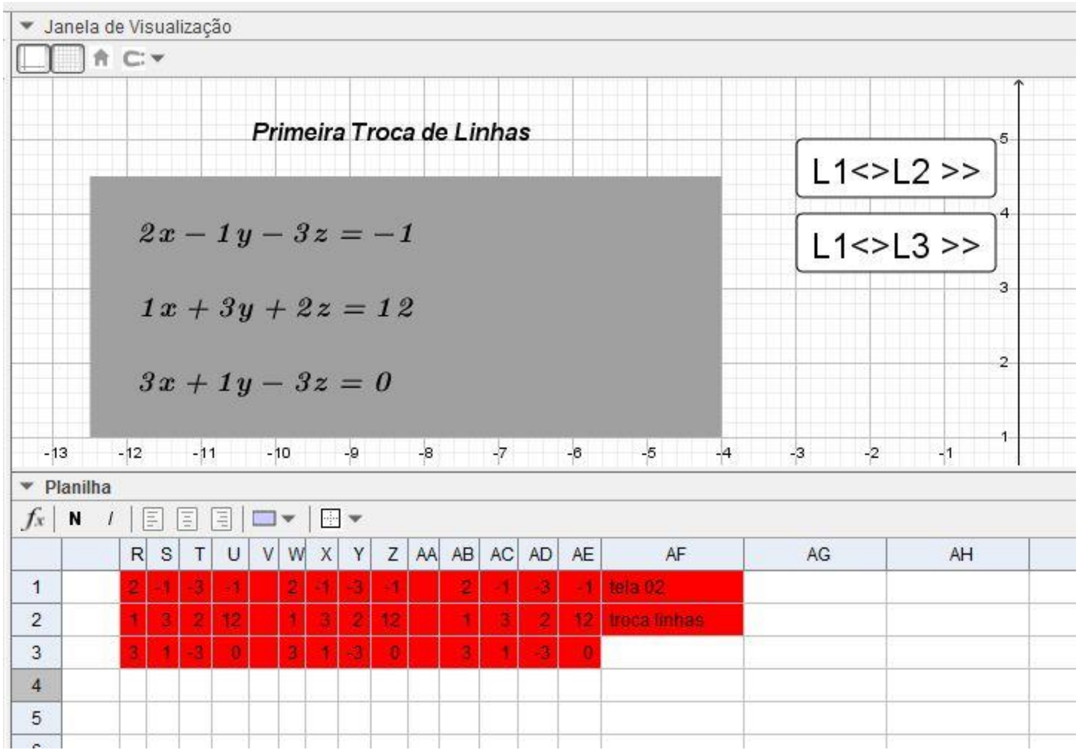


Figura 03 – Primeira troca de linhas – Equações e Planilha

Fonte: Próprio Autor

O processo segue até que a última equação seja atingida e então o sistema é apresentado em sua forma “escada”. Então a segunda parte, a substituição, começa.

O aluno então é levado a calcular adequadamente as substituições inserindo no local correto os valores. Acreditamos o protagonismo exigido do aluno é um fator muito importante para que esta ferramenta contribua significantemente na melhoria da aprendizagem da técnica.

No texto da dissertação foram incluídos exemplos de solução para os diferentes tipos de sistemas de forma que o professor que consultar o material terá em mãos um guia completo de utilização. Qualquer sistema disponível em forma de exercícios de fixação ou de situações-problema em livros didáticos ou avaliações pode ser escalonado, com devidos cuidados na definição do sistema quando necessários.

Resultados ou resultados parciais e discussões

A construção da ferramenta está em fase final de construção e ajustes. Já foram realizados testes com alguns dos tipos de sistemas que farão parte do texto final mas alguns casos particulares como sistemas indeterminados ainda necessitam de atenção a alguns detalhes. O processo de construção escolhido se mostrou eficiente e o aplicativo funciona sem ocorrência de erros, travamentos ou mesmo de desconfigurações.

Considerações Finais

A escolha da construção de uma ferramenta, inicialmente visando apenas o escalonamento de sistemas, se mostrou mais abrangente na medida que possui aplicações em outras disciplinas no Ensino Médio. Dois fatores merecem ser ressaltados: o Geogebra é livre para download e uso e o aprendizado de construção é simples. Estes fatores conferem a este trabalho um poder de impacto maior do que suposto inicialmente. Acreditamos que qualquer escola com uma sala de informática ativa, e com um professor disposto a aprender a construção, terá qualquer aplicativo que seja necessário às diferentes aprendizagens sem nenhum custo de software ou de profissional de TI. É uma liberdade de escolha, com tecnologia de ponta que não pode ser ignorada, principalmente nesta época de grandes avanços tecnológicos em que vivemos e onde a melhoria da qualidade da educação é pauta constante.

Referências

ANTON, Howard; RORRES, C. (2005). Elementary Linear Algebra with Applications. New Jersey, Wiley.

BNCC-MEC (2019). Base Nacional Comum Curricular – Educacação é a Base. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em 01/03/2019. Brasília.

HALL, Jonas; LINGEFJÄRD, T. (2017). Mathematical Modeling Applications with Geo-gebra. New Jersey, Wiley.

MALCHER, J. M. (2015). Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares: Uma abordagem
para o Ensino M_edio. Promat/UFPA - Belém.

MARTINS, J. V. (2015). An_alise dos M_etodos utlizados na resolu_c~ao de sistemas lineares
no Ensino B_asico. Promat/UFPA - Belém.

PNLD (2018). Guia PNLD2018. Disponível em: https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-livro-didatico/item/11148-guia-pnld-2018. Acesso em 20/08/2019. MEC.

PEDRINI, L. C. (2013). O estudo dos sistemas lineares nos Ensinos Fundamental e M_edio. Promat/UFMS - Campo Grande.

SANTANA, E. G. (2015). Sistemas Lineares 3x3: Uma vísão geométrica com o Geogebra
3D. Profmat/UFBA - Salvador.

SÃO PEDRO, M. d. A. (2016). O Geogebra como uma ferramenta no processo de escalonamento de matrizes e resolução de sistemas lineares. Profmat/UFRS - Cruz das Almas.

SBM (2016). Regimento do Profmat. Disponível em http://www.profmat-sbm.org.br/funcionamento/regimento/. Acesso em 12/07/2019. SBM.

SBM (2019). Dissertações do Profmat. Disponível em http://www.profmat-sbm.org.br/dissertacoes/. Acesso em 12/07/2019. SBM.

SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: Propostas de atividades para o Ensino Básico Contemplando Habilidades da BNCC

SILVA, Gustavo Henrique da[1]
SOUZA, Marcela Luciano Vilela de[2]
Área: (Matemática)

RESUMO: Nos dias de hoje, o Brasil se encontra em um momento crucial, onde se está definindo uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a elaboração dos currículos estaduais e municipais que atendem as diretrizes educacionais propostas pela Base. Assim, a elaboração desta Base por todo Brasil tem ocorrido por um esforço coletivo entre todos os envolvidos, pois além de seguir esta Base, há a necessidade de se preocupar com as distintas culturas regionais de cada estado e município. Desta forma, todos os colaboradores envolvidos nesse processo, terão um grande desafio, já que tal Base curricular se encontra em um processo recente. Neste artigo, iremos apresentar propostas de atividades para o Ensino Básico, contemplando algumas habilidades propostas pela BNCC. Essas atividades foram elaboradas utilizando a teoria da Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro, temas esses que foram desenvolvidos durante o desenvolvimento da Iniciação Científica.

PALAVRAS-CHAVE: BNCC; Matemática; Ensino Básico; Sequência de Fibonacci.

Introdução

O currículo escolar afeta todos os envolvidos como os gestores, especialistas, professores, alunos e a rotina da escola, assim se faz necessário que todos compreendam a noção de Currículo e de Base Nacional Comum Curricular, para a elaboração do Projeto Político Pedagógico do ambiente em que atuam e consequentemente Planos de Aula que modifiquem a realidade de nossos alunos, fazendo com que os mesmos desenvolvam habilidades para aplicá-las não apenas em âmbito escolar, como em qualquer ambiente e situação em que se encontram.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC:

> É um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenha assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação – PNE. (BRASIL, 2017).

Torna-se referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares. (BRASIL, 2017).

[1]Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM, Isntituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação - ICENE, CAPEs, g.hs041084@gmail.com
[2]Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM, Isntituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação - ICENE, marcela.souza@uftm.edu.br

Assim, devido a sua grande aplicação, o conhecimento matemático é de extrema necessidade para os alunos do Ensino Básico. No Ensino Básico, a Matemática, articula em diversos campos como a álgebra, geometria, probabilidade e estatística, para garantir que os alunos possam observar e relacionar acontecimentos do seu cotidiano, associando esses eventos a um dos campos citados anteriormente, fazendo induções e conjecturas, para que os alunos possam desenvolver a capacidade de resolver problemas utilizando conceitos aprendidos na escola.

O objetivo deste artigo é apresentar algumas propostas de atividades para o Ensino Básico, contemplando algumas habilidades da BNCC, envolvendo a teoria da Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro. A primeira atividade será sobre a Sequência de Fibonacci, apresentando a história de Leonardo Fibonacci e o problema dos coelhos, para os alunos, problema este que originou nos Números de Fibonacci e consequentemente na Sequência de Fibonacci. Essa atividade fará com que os alunos por conta própria, encontre os Números de Fibonacci e construam a Sequência de Fibonacci através do desenvolvimento para resolver o problema. A atividade, abrange a resolução de problemas, contemplando habilidades da BNCC. A segunda atividade envolve o Número de Ouro, onde os alunos, resolverão uma equação quadrática, não pelo método de resolução da equação quadrática, mas pelo método de completar quadrado, encontrando assim uma das raízes cujo seu valor será o do Número de Ouro.

Metodologia

Atividade 01

A atividade envolvendo a Sequência de Fibonacci, tem como público alvo, alunos do 7° Ano do Ensino Fundamental 2 e será realizada dentro da sala de aula com o tempo estimado de duas aulas (1h e 40min). Os alunos farão as atividades em grupos de no máximo 4 integrantes, utilizando como materiais um texto sobre Leonardo Fibonacci baseado em [4], calculadora, caneta, lápis, borracha, quadro branco, pincel e apagador. Em seguida apresentamos a sequência didática:

1. Os alunos serão divididos em grupos de no máximo 4 integrantes.

2. Será entregue aos alunos um texto sobre a história do Leonardo Fibonacci e o seu livro Liber Abacci que contêm o seguinte problema:

   Um certo homem colocou um par de coelhos em um lugar cercado por todos os lados por uma parede. Quantos pares de coelhos podem ser produzidos daquele par em um ano, supondo que todo mês cada par produza um novo par que, a partir do segundo mês, se torna produtivo? (ver [4])

3. Sem abordar o tema sobre sequência, após a leitura do texto, os grupos irão resolver o problema, com o intuito de encontrarem como resposta os Números de Fibonacci e a Sequência de Fibonacci, antes mesmo de conhecerem a teoria de tais números e sequência.

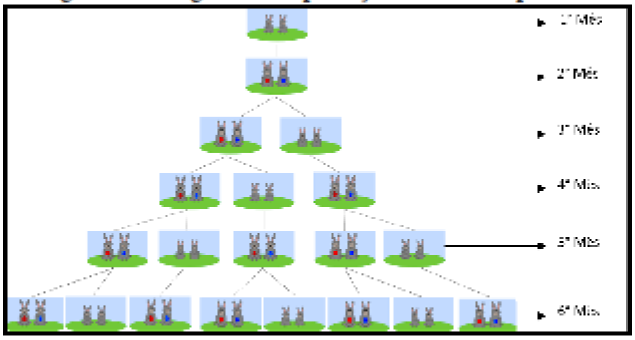
4. Após a resolução do problema, iremos discutir se os grupos encontraram os mesmos valores, e se conseguiram visualizar um padrão para a sequência encontrada.

5. Logo em seguida à discussão sobre as respostas encontradas de cada grupo, o professor deve resolver o problema.

   Resolução do Problema:

   Analisando o problema , vemos que no primeiro mês haverá apenas um casal jovem de coelhos. No 2° mês, o casal de jovens coelhos se tornarão adultos mantendo ainda um 1 casal de coelhos. No terceiro mês o casal já adulto, dará à luz a um novo par de coelhos jovens, tendo assim dois pares. No quarto mês o casal antigo dá à luz a um novo par de coelhos jovens, porém o par nascido no mês anterior, são jovens ainda e não podem procriar, sendo assim teremos três pares de coelhos. No quinto mês, o casal nascido no segundo mês, se tornou adulto e junto com o primeiro casal, geram cada um deles um novo par de coelhos, como o casal nascido no mês anterior ainda é jovem então temos um total de cinco pares de coelhos. Seguindo essa linha de raciocínio, podemos verificar na figura abaixo um fluxograma que mostra a linha de reprodução dos coelhos por mês corrido.

Figura 1: Fluxograma da reprodução dos coelhos por mês



Fonte:https://ru.kisspng.com/kisspng-zcugvs/, 2018.

Ao fim de um ano temos:

Como podemos ver, a tabela anterior nos mostra a resposta do problema, onde em um ano, haverá 144 pares de coelhos.

Tabela 1: Resultado de casais de coelhos em um ano.

Mês	Casal de coelhos
1°	1
2°	1
3°	2
4°	3
5°	5
6°	8
7°	13
8°	21
9°	34
10°	55
11°	89
12°	144

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

6. Concluiremos a atividade, com uma abordagem sobre a teoria da Sequência de Fibonacci.

   Curiosidade: a solução deste problema é uma sequência de números que tem uma propriedade interessante: a partir do 3° termo, cada número é obtido pela soma dos dois anteriores.

   Seguindo essa linha de raciocínio, definimos um n-ésimo mês como F_n, percebendo que a sequência começa a se formar:

$$(F_n)_{n\in\mathbb{N}} = (F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, \cdots, F_n, \cdots),$$

   onde $n \in \mathbb{N}$, com $\mathbb{N} = \{1,2,3,4,5,6,\cdots\}$, e $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, F_5 = 5, F_6 = 8, \cdots$. Assim obtemos a seguinte sequência:

   $1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,2584,4181,6765,10946,\ldots$

   A sequência anterior é conhecida como a **Sequência de Fibonacci** e os termos desta sequência são denominados **Números de Fibonacci**.

   Podemos observar que a sequência de Fibonacci apresenta uma peculiariedade onde, cada termo F_n, com $n \geq 3$, é a soma dos dois termos anteriores. Sendo assim, a sequência de Fibonacci é uma sequência $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ que satisfaz uma equação de recorrência. Vejamos a definião a seguir.

   Definição *A* **Sequência de Fibonacci** *é a sequência $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ que satisfaz a seguinte equação de recorrência:*

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad \forall n \geq 3 \end{cases}$$

Note que podemos representar a terceira igualdade de outra forma:

$$F_n + F_{n+1} = F_{n+2}, \ \ \forall n \geq 1$$

ou seja, um número de Fibonacci qualquer F_n somado ao seu sucessor F_{n+1}, tem como resultado o sucessor F_{n+2} do sucessor F_{n+1}. Logo, a sequência de Fibonacci é uma função $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, onde $f(n) = F_n$. Assim, temos a sequência de Fibonacci:

$$(F_n)_{n \in \mathbb{N}} = (F_1, F_2, F_3, F_4, \cdots, F_n, \cdots),$$

onde,

$F_1 = 1$

$F_2 = 1$

$F_3 = F_1 + F_2 = 1 + 1 = 2$

$F_4 = F_2 + F_3 = 1 + 2 = 3$

$\vdots$

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

$\vdots$

7. Identificação das habilidades da BNCC contempladas pela resolução da atividade. Este último item não deve ser apresentado aos alunos. Tem o objetivo de instigar o professor a verificar e refletir se suas atividades propostas em sala de aula estão contemplando a BNCC.

   - Números
     - (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
     - (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
   - Álgebra
     - (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
     - (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

- (EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Atividade 02

A segunda atividade tem como público alvo alunos do 8° ano do Ensino Fundamental 2 e também será realizada dentro da sala de aula e em grupos com no máximo 4 alunos cada. Esta atividade terá a duração de duas aulas (1h e 40min), utilizando como materiais um texto baseado em [3], objetos do cotidiano que possuem a forma retangular, régua, calculadora, lápis, borracha, caneta,quadro branco, pincel e apagador. Para esta atividade temos a seguinte sequência didática:

1. Os alunos deverão se dividir em grupos de no máximo 4 integrantes.

2. O docente irá, juntamente com os alunos ler o texto baseado em [3], onde eles vão compreender como através de um segmento de reta dividido em média e extrema razão, obtemos uma equação quadrática cuja uma de suas raízes é o Número de Ouro.

3. O docente irá propor que os alunos resolvam esta equação sem utilizar a fórmula resolutiva da equação de segundo grau. A resolução deverá ser pelo método de completar o binômio.

4. A atividade será finalizada em discussão sobre o tema e como obter o valor aproximado do Número de Ouro.

5. Resolução da atividade:

   Esta é a equação quadrática, resultado da proporção de dois segmentos em média e extrema razão. Onde L é o valor da proporção.

$$L^2 - L - 1 = 0 \tag{1}$$

   Multiplicando ambos os lados da equação por 4, obtemos:

$$4(L^2 - L - 1) = 0(4) \Longrightarrow 4L^2 - 4L - 4 = 0 \tag{2}$$

   Para aparecer um produto notável nesta equação, vamos somar 5 em ambos os lados:

$$(4L^2 - 4L - 4) + 5 = 0 + 5 \Longrightarrow 4L^2 - 4L - 4 + 5 = 5 \Longrightarrow 4L^2 - 4L + 1 = 5 \Longrightarrow$$

$$(2L - 1)^2 = 5 \Longrightarrow \sqrt{(2L-1)^2} = \sqrt{5} \Longrightarrow |2L - 1| = \sqrt{5} \Longrightarrow$$

$$2L-1=\sqrt{5} \quad \text{ou} \quad 2L-1=-\sqrt{5}$$

$$L=\frac{1+\sqrt{5}}{2}>0 \quad \text{e} \quad L=\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0$$

Como $L>0$, pois se trata do valor de um comprimento, então $L=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Esta é a expressão que queríamos chegar e que a chamamos de Φ:

$$\Phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\approx 1.618033988 \tag{3}$$

6. Esta atividade contempla as seguintes habilidades da BNCC:

   - Álgebra

     – (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2^o grau do tipo $ax^2=b$.

Resultados ou resultados parciais e discussões:

Durante o desenvolvimento do projeto de ensino, possibilitou a elaboração de uma proposta de atividade didática para ser aplicada em sala de aula, contemplando habilidades da BNCC. Com isso, foi realizado um estudo sobre a BNCC, conhecendo assim os objetos de conhecimento e as habilidades que todos os currículos de Matemática das escolas de ensino básico devem seguir. Com a pesquisa realizada para a parte teórica, possibilitou um conhecimento sobre a Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro, tema que possuem diversas aplicações na Matemática e até mesmo em outras áreas. Como resultado, é importante ressaltar que podemos levar a Matemática estudada no Ensino Superior, com adaptações e restruturações, para propor atividades aos alunos do Ensino Básico, enriquecendo assim, os materiais didáticos e contemplando a BNCC.

Considerações finais:

A BNCC vem trazendo uma proposta de ensino-aprendizagem, que faz com que o processo de apendizagem em Matemática deixe de ser algo sistematizado com fórmulas dadas e faça com que o aluno possa ter situações, para que o mesmo possa construir o conhecimento, desenvolvendo habilidades para serem aplicadas não somente no âmbito escolar, mas também em situações no seu cotidiano. Para que isso ocorra é necessário a determinação e o envolvimento de todos que esse processo afeta, proporcionando um ensino de maior qualidade e ativação do aluno.

Referências

[1] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Ensino Fundamental. Brasília, 2017

[2] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base. Brasília, 2018.

[3] CORBALÁN, F. A Proporção Áurea - A linguagem matemática da beleza. National Geographic. Edição Especial Matemática. 2016

[4] VOGEL, K. Biography in Dictionary of Scientific Biography (New York 1970-1990).

[5] Sequência de Fibonacci. FREEPNG.RU, 2018. Disponível em: https://ru.kisspng.com/kisspng-zcugvs/. Acesso em: 15 jul 2018.

ENSINANDO FUNÇÃO DE PRIMEIRO GRAU POR MEIO DE UMA GINCANA DE RECICLAGEM: UMA ABORDAGEM DE INTEGRAÇÃO ENTRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO AMBIENTAL

Ana Clara Araújo Pegorari[19]
Camila Cristina da Silva[20]
Carla Cristina Pompeu[3]
Jaqueline da Silva Luz[4]
Jéssica Costa Lopes[5]
Marco Antônio Batista Costa[6]
Matheus Rodrigues[7]
Rafael Borges Ferraz[8]
Robson Daniel Florentino[9]
Roberta Cristina de Faria Retuci[10]
Vanessa de Paula Cintra[11]

Área: Educação Matemática

RESUMO: Apresentamos neste texto experiências vivenciadas por oito participantes do Programa Institucional de Bolsas e Iniciação à Docência (PIBID) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) no decorrer do segundo bimestre do ano letivo de 2019. Este trabalho consistiu em ensinar o conceito de Função Afim a partir de um tema transversal, que permitisse dar sentido ao aprendizado, mostrando a matemática presente na vida cotidiana e principalmente, não ensinar por si só, mas a fim de formar cidadãos críticos e conscientes. Esse trabalho foi desenvolvido em quatro turmas de 1° ano do Ensino Médio, em uma escola estadual de Uberaba (MG) e contou com a participação de uma professora supervisora da escola, alunos do curso de Matemática, e duas professoras Coordenadoras de área, sendo todos bolsistas do PIBID da UFTM.

---

[19]Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, anaclarapegorari@hotmail.com
[20]Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, camila.dasilva@hotmail.com
[3] Professora da Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM – Uberaba - MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, e-mail: ccpompeu@gmail.com
[4]Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, jaquiluz130@gmai.com
[5]Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, jeh_costa@hotmail.com
[6]Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, marcoantoniobatista@gmail.com
[7] Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, matheusrodrigues_912@hotmail.com
[8] Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, rafaelborgesferraz070@gmail.com
[9] Discente de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM, Uberaba – MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, daniel.robsonflorentino@gmail.com
[10] Professora da Rede Pública de Ensino, Bolsista do Programa PIBID, betinha20cris@hotmail.com
[11] Professora da Universidade Federal do Triângulo Mineiro / UFTM – Uberaba - MG, Brasil, Bolsista Programa PIBID, e-mail: vanessacintra@yahoo.com.br

PALAVRAS-CHAVE: Funções; PIBID; Meio Ambiente; Matemática.

Introdução

A dificuldade no aprendizado da matemática é evidente na maioria dos alunos, em especial, do Ensino Médio. Tal situação faz com que os profissionais da área busquem compreender esse paradigma e passem a desenvolver novas metodologias que facilitem/auxiliem no processo de ensinar e aprender matemática.

Dessa forma, o subprojeto de matemática do PIBID teve como motivação para desenvolver este trabalho a integração entre a matemática e a educação ambiental utilizando uma abordagem lúdica, como uma metodologia alternativa que objetivou aproximar o cotidiano dos alunos à disciplina, corroborando com D'Ambrósio (1996), que sugere a exploração de discussões em torno de abordagens alternativas para o ensino da matemática.

Segundo o autor, o estudante chega à escola com experiências produtivas e criativas de casa, como jogos e brincadeiras, as quais não são aproveitadas pelo sistema escolar. A impressão que se tem é que o professor deseja que os alunos esqueçam todo o aprendizado e compreenda números sob uma ótica intelectualizada.

De acordo com Piaget (1975) e Vygotsky (1998), o uso do lúdico traz sentindo para a prática educacional, pois é capaz de desenvolver a cognição, o intelecto, a afetividade e a socialização dos alunos. Assim, a inserção de uma gincana ao ensino do conteúdo matemático, pode a tornar um instrumento de desenvolvimento eficaz na aprendizagem do indivíduo e, por conseguinte, pode ser utilizada pelos educadores.

Tal situação vai ao encontro ao que é proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), no qual é dito que a vivência, como ponto de partida, se abre para questões gerais, por exemplo, quando através dos meios de comunicação os alunos são sensibilizados para problemáticas ambientais globais ou questões econômicas continentais, o que torna mais concreto o sentido do ensino.

A associação do conteúdo matemático com a reciclagem, além de promover uma sensibilização da necessidade do reaproveitamento de material, conscientizar sobre a produção e destinação do lixo, estimula os aprendizes a perceberem a relação da matemática com o cotidiano, além de estimulá-los a exercerem o papel de cidadãos (MAIOR, 2004).

Diante do exposto, objetiva-se, então, socializar as experiências vivenciadas nesse processo de ensino e aprendizagem sobre função do primeiro grau integrando a educação ambiental, a partir de um método não tradicional capaz de dar sentido ao aprendizado, mostrando a matemática presente na vida cotidiana e não ensinando por si só, mas almejando a formação de cidadãos críticos e conscientes.

Metodologia

A pesquisa tem caráter descritivo e explicativo, ou seja, qualitativo, e uma abordagem pedagógica com enfoque na fixação do conhecimento dos alunos do Ensino Médio. Desenvolvido nos meses de maio e junho de 2019, esse trabalho visou ensinar conceitos de funções com aspectos da realidade, especificamente a conscientização ambiental.

Primeiramente, ocorreu o planejamento das atividades, no qual a supervisora juntamente com os oito pibidianos vinculados à escola da aplicação desse projeto, definiu dentre as dificuldades evidenciadas e existentes no planejamento anual do ano em questão, o conteúdo de função afim como o eixo de trabalho com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio no segundo bimestre. Também, dividiu-se os participantes do PIBID em duplas, as quais ficaram responsáveis pela aplicação da atividade, por uma respectiva sala de primeiro ano.

Além disso, como execução alternativa ao ensino tradicional, associou-se a esse conteúdo à educação ambiental, uma vez que, partindo da ideia de que função é uma relação entre conjuntos, poderia relacioná-la aos diferentes grupos de materiais recicláveis.

Tradicionalmente, na escola ocorre uma gincana anual que envolve as disciplinas de exatas com diferentes desafios entre as salas de aula. Dentre elas, houve a prova da coleta de materiais reciclados, especificamente latinhas de alumínio e papéis usados. A partir dela, foi proposto atribuir 0,6 pontos por quilo de latas arrecadadas e 0,4 no de papel e, então, relacioná-las à construção de uma função.

A execução do projeto ocorreu em duas etapas, ou seja, dois encontros de aulas duplas. O primeiro foi uma amostra de dois vídeos sobre a conscientização ambiental, na qual um deles mostrou a realidade da produção industrial, do consumismo, e as consequências negativas no meio ambiente. No outro, foi evidenciado a participação ativa de cada um na sociedade no ato de coletar, reciclar, reutilizar e reduzir como uma solução para o problema ambiental.

Depois da exibição dos vídeos realizaram-se questionamentos aos alunos sobre o que eles compreenderam a respeito dos mesmos, sobre os impactos causados, e o que poderiam fazer de diferente para reverter a falta de conscientização ambiental na escola e na cidade que vivem, e como a matemática poderia ser uma ferramenta auxiliar em busca de resolver os problemas ambientais.

Posteriormente foi apresentado o desenvolvimento da atividade de coleta dos itens, que gerariam pontuações para a gincana. Junto aos alunos foram definidos 15 dias como prazo para as arrecadações e lhes foram mostradas as planilhas de controle da coleta, elaborada para cada sala. Os papéis arrecadados seriam reciclados e transformados em papel cartão e as latas vendidas para gerar um capital a ser usado na aquisição de materiais necessários para a reciclagem do papel.

No segundo encontro, foi exposto o conteúdo de função usando slides, abordando relações binárias e função de primeiro grau contextualizada à reciclagem. Ao final do mesmo, foram apresentadas as tabelas com os dados de latinhas e papeis coletados por cada turma, as quais foram utilizadas para a atividade avaliativa, na qual puderam aplicar os conhecimentos adquiridos à partir dos cálculos de pontos arrecadados em cada turma e estabelecer uma relação de função entre os quilos dos itens com os respectivos pontos atribuídos. Em seguida, foram feitos os seguintes questionamentos, a partir dos dados coletados:

1) Quantidade de pontos arrecadados por sala?
2) Qual a sala com maior pontuação?
3) Qual a relação observada entre a quantidade arrecadada e a pontuação, ou seja, a lei de formação?
4) Qual a variável que considera independente? E qual a dependente?

Após a avaliação foi possível verificar o desempenho dos alunos e ter um respaldo da aprendizagem acerca do conteúdo a partir do trabalho proposto.

Resultados e discussões

Esse processo de ensino e aprendizagem associando o conteúdo de funções do primeiro grau com a reciclagem, possibilitou aos alunos a conscientização sobre questões ambientais além de incentivá-los a perceber a relação da matemática com o cotidiano.

Na turma um, os alunos participaram efetivamente da discussão sobre os vídeos de conscientização ambiental apresentados e sobre a questão da reciclagem, além de compartilharem experiências e práticas já realizadas por eles fora da sala de aula. Um aluno escreveu a seguinte frase em sua reflexão:

> Quando assistimos vídeos ou filmes sobre a poluição, desmatamento nós achamos um absurdo, mas se pensarmos bem e olharmos ao nosso redor, nós mesmos fazemos isto no planeta, então eu acho que se cada pessoa fazer a coisa certa, a sua parte, teremos um mundo melhor (Aluno 1).

Tal descrição demonstra o senso crítico desenvolvido pelo aluno e a preocupação com o meio ambiente e com o papel do indivíduo em ser cidadão, o que pode torná-lo efetivo na sociedade como conscientizador.

Após o processo de conscientização, e transposição do conteúdo, realizou-se, ao final do segundo encontro, a atividade sobre a coleta dos materiais relacionando ao conteúdo de funções do primeiro grau. Dos 35 alunos pertencentes à turma um, nove responderam à atividade corretamente, 20 construíram a ideia e as equações de forma coerente, efetuando as multiplicações decimais de forma inadequada e seis não entregaram a atividade.

Assim, foi perceptível que durante essa atividade, a maior dificuldade apresentada pelos alunos não foi referente ao conteúdo de funções em si, mas sim referente às operações com números decimais que se fizeram necessárias devido a quantidade de material arrecadado por cada sala.

Na turma dois, assim como na primeira, os alunos ficaram engajados com a discussão referente aos vídeos, e sobre a importância da reciclagem, uma vez que relataram situações presenciadas por eles em que houve ausência da preocupação com o meio ambiente, como também, problemas mundiais vistos por eles nas mídias sociais. Ademais, escreveram um pequeno texto sobre a relação da matemática com os materiais reciclados de acordo com seus conhecimentos. Um grupo de alunos expôs o seguinte argumento em relação a integração da matemática e do meio ambiente:

> O arrecadamento de latinhas contribui para uma sociedade reciclável. As latinhas arrecadadas podem ser vendidas [à catadores]. Com o dinheiro arrecadado das latinhas podemos ajudar instituições carentes. E tudo que conta é matemática (Grupo de alunos 2).

Por meio do relato desse grupo de alunos é notável a noção de cidadania que os mesmos apresentam e que a ideia de contagem está associada a eles como conteúdo matemático.

No segundo momento, ao trabalharem funções por meio das informações obtidas na coleta dos itens para a gincana, eles tiveram bons resultados nas operações com números decimais, diferentemente da turma um. Foi evidenciado que a maior dificuldade encontrada por eles foi a elaboração da lei de formação da função e identificar quais seriam as variáveis, dependente e independente, nas quais alguns até deixaram de responder as questões relacionadas às mesmas.

Na atividade avaliativa, dos 35 alunos presentes na aplicação do projeto nessa turma, 26 responderam corretamente a quantidade de pontos arrecadados por sala e, qual sala que teve maior pontuação; oito apresentaram erros nas operações com decimais, principalmente, no posicionamento da vírgula que separa as ordens inteiras das decimais; e um aluno não entregou a atividade.

É válido ressaltar que todos os alunos solicitaram os monitores e a supervisora para construir a relação quilos e pontos, demonstrando ser, a maior dificuldade da respectiva turma.

Na turma três, semelhantemente às demais turmas já descritas, após a apresentação dos vídeos, teve-se um retorno positivo em relação à participação dos alunos com suas respectivas observações, exposta tanto oralmente, quanto nos relatos escritos pelos alunos. Podemos observar essa questão através da reflexão de um dos alunos: “Hoje deu para entender que estamos literalmente destruindo o mundo de alguma forma que não conseguimos ver, jogando lixo nas ruas, matando o meio ambiente, deveríamos todos trabalharem juntos para mudar o mundo” (Aluno 3).

Percebemos por meio dessa descrição que o aluno tem como foco a cooperação entre a sociedade e o pensamento reflexivo sobre conscientização entre cada pessoa.

Durante a segunda atividade, notou-se uma participação menor dos alunos; visto que apresentaram dificuldades em operações decimais, como na turma um.

Na última turma, os alunos ficaram atentos aos vídeos apresentados, no entanto, no momento da discussão sobre o tema foram pouco participativos, mas percebemos que a questão levantada “Como a matemática pode contribuir para resolver os problemas do meio ambiente?” deixou os alunos pensativos, como se fosse a primeira vez que refletiam sobre meio ambiente e reciclagem em uma aula de matemática.

Na atividade de funções, a partir das informações dos materiais coletados em cada turma, notou-se que além de dificuldade em conhecimentos básicos, como operações com números decimais, a carência de tais conhecimentos em realizar operações impactam no entendimento de conteúdos posteriores, que dependem da base de função de primeiro grau, para a evolução no conhecimento matemático.

Além disso, os resultados em cada turma foram parecidos, excetuando a turma dois, o que deixou evidente que sem uma base sólida dos conhecimentos básicos, a cada ciclo avançado, a matemática vai se tornando mais difícil para os alunos e perdendo o seu sentido e principalmente a capacidade de formar cidadãos críticos que contribuem para uma sociedade melhor.

Uma observação pertinente foi que durante a aplicação do projeto, os alunos relatavam situações em que interviram em favor do meio ambiente, ensinando outras pessoas, sobre a importância em cuidar do meio ambiente. Tal fato, vai de acordo com o dito por MAIOR (2004), em que a atividade matemática associada à educação ambiental está auxiliando no estímulo de exercer o papel de cidadão.

Isso, fornece duas perspectivas, que o proposto pela pesquisa trouxe melhoria no indivíduo na sociedade, principalmente, na conscientização social; e, que a aplicação dos conteúdos relacionados às vivências cotidianas tornam a disciplina prazerosa e com uma assimilação mais concreta, o que evidencia o dito por D'Ambrósio (1996) e Rocha (2001, apud Seibert e Groenwald, 2004) em que a Matemática ensinada na escola é desenvolvida, geralmente, de forma muito mecânica, exata, descontextualizada, fragmentada e distante do cotidiano do aluno, fazendo com que esse não valorize essa área do conhecimento.

Assim, buscou-se levar aos alunos o conteúdo de funções dentro de um contexto social, para dar sentido à aprendizagem escolar e em função dos relatos e do resultado das atividades avaliativas positivas, mostrou-se que a aplicação desta pesquisa foi eficaz e satisfatória em atender os objetivos.

Considerações Finais

Diante do exposto, a pesquisa teve os objetivos alcançados: utilização da metodologia proposta; participação da maioria dos alunos nas dinâmicas solicitadas; relação da matemática à educação ambiental; estímulo do papel de cidadania e retorno positivo em relação à compreensão da função de primeiro grau.

De modo geral, os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio da escola, em que o projeto foi aplicado, participaram das atividades propostas em sala de aula, e que uma minoria esteve dispersa. Além disso, tiveram um aproveitamento satisfatório na atividade avaliativa, o que indicou a uma aprendizagem eficiente sob a metodologia proposta.

A dificuldade com o conteúdo matemático relacionado às operações com números decimais, a qual apesar de não ser o foco da pesquisa, limitou o desempenho da maioria dos alunos. Diante disso, exalta-se a importância de um reforço nesse tópico da matéria em questão.

Desse modo, a abordagem de integração entre a educação matemática e a educação ambiental mostrou-se satisfatória, apesar de alguns déficits, visto que atendeu as expectativas dos pibidianos e demonstrou que o ensino dos conteúdos atrelados às atividades cotidianas vivenciadas torna as disciplinas mais palpáveis, interessantes e estimulantes, favorecendo a aprendizagem do aluno.

Referências

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC / SEF, 1998.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática.17ª ed. Campinas: Papirus, 1996.

MAIOR, E.S. **Uma proposta para uso de jogos nas aulas de Matemática**: confecções de jogos com materiais recicláveis. Anais Do VIII ENEM; 2004. Disponível em: www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC50095048472.pdf. Acesso em: 01 set. 2019

PIAGET, J. **A Formação do Símbolo na Criança**: Imitação, Jogo e Sonho Imagem a Representação. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

SEIBERT, T. E.; GROENWALD C. L. T. **Trabalhando com o tema educação ambiental, na matemática, através de projetos de trabalho, no ensino fundamental.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004 Recife, Pernambuco. Anais. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/CC91397650087.pdf. Acesso em: 03 de set. 2019.

VYGOTSKYI, L. S. **A formação social da mente**. 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

FUNÇÕES ESTUDADAS NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO E SUAS APLICAÇÕES

BRAZ, June Cristien[1]
MARQUES, Danilo Adrian [2]
Área:(Matemática)

RESUMO: Apesar da evolução das tecnologias da informação e a disponibilização de ferramentas matemáticas que permitem solucionar diversas circunstâncias da vida tornando as pessoas mais autônomas em suas pesquisas e atividades, a percepção e uso destes instrumentos não é tão óbvio na prática. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é apresentar aplicações das funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica, estudadas no primeiro ano do Ensino Médio, em situações do cotidiano.

PALAVRAS-CHAVE: funções; aplicações; modelagem matemática

Introdução

A aplicação das funções no cotidiano é o tema deste trabalho. Nosso entendimento sobre a questão é que o conhecimento dos alunos sobre o tema precisa estar relacionado a situações próximas de seu cotidiano para que a apreensão dos conteúdos e a resposta aos seus questionamentos seja mais fácil e imediato.

Pires [15, p.2], ao comentar *Sierpinska*, afirma que

> (...) só podemos dizer que compreendemos algo em Matemática quando conseguimos discernir se alguns casos isolados pertencem ou não ao objeto definido, quando reconhecemos tal objeto matemático independente da maneira que está representado, quando conseguimos relacioná-lo com outros objetos quando aprendemos que ele faz parte de uma teoria e quando conseguimos aplicar o que aprendemos.

De acordo com a Lei nº 9.394/96 - **Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional (LDB)** - [6], o Ensino Médio tem dentre suas várias finalidades, a de realizar a preparação do aluno para o trabalho, o desenvolvimento da autonomia intelectual e a compreensão dos processos produtivos.

O **Caderno Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Caderno de Orientações)**, [5], recomenda que o estudo de funções seja aplicado à diferentes áreas do conhecimento, através de situações reais de aplicação tais como a "queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia, etc".

O **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM**, principal ferramenta governamental desenvolvida e aplicada pelo *Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira* – INEP – desde 1998 para medir o desempenho acadêmico dos estudantes secundaristas, tem na sua estrutura, questões que vinculam o conteúdo teórico às situações práticas. A preocupação do pesquisador público é aferir como e em que medida os objetivos da *LDB* e do *Caderno de Orientações* tem sido atingidos.

Função é a noção mais fundamental do raciocínio lógico e matemático: num sentido geral é todo tipo de relação entre dois ou mais objetos, números ou símbolos. Desde a pré-história, a matemática evolui seus instrumentos a partir da capacidade do homem em estabelecer relação entre coisas, objetos e símbolos entre si, muito antes da escrita.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é promover reflexões sobre a importância do aprendizado do conteúdo de funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica através do estudo das aplicações dos conceitos adquiridos em problemas extraídos de modelagens matemáticas do cotidiano, amenizando assim, o

[1] UFTM, discente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, junecristien@yahoo.com.br
[2] UFTM, docente do Departamento de Matemática Aplicada - ICTE, danilo.marques@uftm.edu.br

aspecto mecânico que acompanha a maioria das dificuldades apresentadas em sala de aula.

Metodologia:
A metodologia utilizada no trabalho foram pesquisas bibliográficas em livros de ensino médio e superior e websites.

Resultados e discussão

Função afim

Exemplo 1 Geometria: *Comprimento da circunferência, dado em função do seu diâmetro:* $C = \pi D$.

Exemplo 2 Comércio (tomada de decisão): *Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções A e B, ambos com as mesmas coberturas e serviços, e com coparticipação parcial para consultas. No plano A cobra-se mensalidade no valor de R$ 254,00 e consulta R$ 44,00, e no plano B, mensalidade no valor de R$ 525,00 e consulta R$ 25,00. Será contratado o plano mais econômico para a pessoa. Qual deverá ser o plano escolhido?*

Exemplo 3 Escola (nota): *Adaptado de [10, p.71] - Uma professora do ensino fundamental adota o seguinte critério como nota de participação no bimestre: todo estudante começa com 10. Quando ele deixa de fazer uma tarefa ou apresenta um comportamento inadequado em aula, recebe um negativo, perdendo 0,4 na nota. Em geral, como se expressaria a nota n de participação de um estudante que recebesse x negativos? Quantos negativos o estudante deverá receber para que não tenha nota de participação no bimestre?*

Exemplo 4 Aposentadoria: *Pela regra progressiva, estabelecida na Lei nº 13.183 de 04/11/2015, [7], observado o tempo mínimo de contribuição ao INSS de 35 anos para os homens, e 30 anos para as mulheres, o trabalhador poderá solicitar sua aposentadoria por tempo de contribuição quando, na data do requerimento da aposentadoria, o total resultante da soma de sua idade e tempo de seu tempo de contribuição for:*

Tabela 1: Regra progressiva para aposentadoria por tempo de contribuição

A cada dois anos soma-se 1 ponto						
	Até 2018	2019/2020	2021/2022	2023/2024	2025/2026	31/12/2026 em diante
Homem	95	96	97	98	99	100
Mulher	85	86	87	88	89	90

Fonte: Elaborado pela autora, 2019

Considerando os dados da tabela acima, e que em todos os meses dos anos trabalhados houve contribuição ao INSS, encontre a idade mínima para cada quantidade de pontos, de modo que o cidadão se aposente com o tempo mínimo de contribuição exigidos. Qual a lei de associação da função neste caso?

Exemplo 5 Cálculo de uma escada: *Consiste em determinar o número de degraus e altura de cada degrau (espelho). Para tal é utilizada, de acordo com [14], a Fórmula de Blondel que, ajustada pelas normas de acessibilidade da ABNT (2015) é dada por:* $63 \leq p + 2e \leq 65$, *onde, as variáveis e e p, medidas em cm, fornecem as medidas para o espelho (altura) e piso (largura) dos degraus da escada.*

Na prática, como o aumento de uma unidade em uma das variáveis e ou p representa um aumento constante na outra variável, a função afim pode ser utilizada para modelar os cálculos de uma escada, isolando-se uma dessas variáveis na Fórmula de Blondel + ABNT: $p = f(e) = 65 - 2e$ *ou* $e = g(p) = \dfrac{65 - p}{2}$.

A quantidade x de espelhos pode ser encontrada em função da altura h entre o primeiro e o segundo pavimentos onde a escada será construída, em centímetros, pela função afim $g: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $x = g(h) = \frac{h}{e}$. Enquanto que a quantidade y de degraus é determinada pela função afim $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, $y = f(x) = x - 1$.

Exemplo 6 Temperatura: *São conhecidas três escalas de temperatura: a Kelvin (K), utilizada pelo sistema internacional de medidas, a Celsius (C), e a Fahrenheit (F). As conversões entre temperaturas se dão pelas funções lineares: $t_k = f(t_c) = t_c + 273$, de Celsius para Kelvin, e, $t_f = f(t_c) = \frac{9}{5}t_c + 32$, de Celsius para Fahrenheit, onde t_k é a temperatura em Kelvin, t_c em Celsius e t_f em Fahrenheit.*

Exemplo 7 Saúde: *O índice de massa corporal (IMC) é um dos parâmetros utilizados para identificar sobrepeso e obesidade, e é calculado em função do peso p do indivíduo, em quilos, dada a sua altura a, em metros, de acordo com a expressão: $IMC = \frac{p}{a^2}$.*

Qual a faixa de peso a que uma pessoa de altura 1,70 m deve pertencer para que seu peso seja considerado normal de acordo com a tabela (2)?

Tabela 2: Categoria do peso com base no nível IMC

Categoria	IMC
Abaixo do peso	Abaixo de 18,5
Peso normal	18,6 - 24,9
Sobrepeso/pré-obesidade	25 - 29,9
Obesidade Grau I	30 - 34,9
Obesidade Grau II	35 - 39,9
Obesidade Grau III	Acima de 40

Fonte: [1]

Exemplo 8 Física:

1. ***Movimento uniforme:*** *Caracterizado por um objeto que se desloca sempre no mesmo sentido e percorre espaços iguais em intervalos de tempos iguais, permite o cálculo do espaço percorrido por este objeto, em função do tempo, através da função $S(t) = vt + b$, onde S(t) é a posição do objeto no tempo t, v é a velocidade constante do objeto e $b = S(0)$ é a posição inicial do objeto.*

2. ***Energia potencial gravitacional:*** *A energia potencial gravitacional E_p de um corpo de massa m é a energia que esse corpo possui e que varia conforme sua altura h acima da superfície da terra, e é dada por: $E_p = m \cdot g \cdot h$, em que $g = 9,8\ m \cdot s^{-2}$ é considerado o valor padrão para a aceleração da gravidade.*

Exemplo 9 Física, Química: Pressão exercida por um líquido: *A pressão p, exercida por uma coluna com um líquido de densidade d sobre uma superfície é dada por: $p = d \cdot h \cdot g$, em que h é a altura ou profundidade do líquido em relação à base, e g é a aceleração da gravidade, expressas em unidades do padrão internacional - SI - respectivamente, por: Pa, $kg \cdot m^{-3}$, m, $m \cdot s^{-2}$.*

Exemplo 10 Cartografia (escala): *A escala numérica E é representada por uma fração onde, o numerador "d" representa um comprimento do desenho, e o denominador "D" representa um comprimento real, a semelhança $\frac{d}{D} = \frac{1}{E}$, reescrita como uma relação relação $D = E \cdot d$ que pode ser vista como uma função linear $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$.*

Exemplo 11 ***Energia elétrica:*** Da Física sabemos que $energia = potência \times tempo$, de modo que, maior será a quantidade de energia elétrica consumida por um aparelho eletrônico, quanto maior o tempo que ele permanecer ligado. Assim, podemos escrever essa relação utilizando uma função do tipo linear $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+ : E(t) = P \cdot t$.

Função quadrática

Exemplo 12 Geometria:

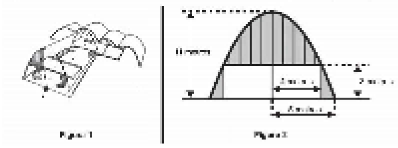
1. *Número de diagonais d de um polígono convexo de n lados: representado por uma função $d : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ dada por $d(n) = \dfrac{n^2 - 3n}{2}$;*

2. *Área do círculo em função do raio r, representada por uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(r) = \pi r^2$;*

3. *Área do quadrado varia quando fazemos variar seu lado l, de modo que a área é representada por uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(l) = l^2$;*

Exemplo 13 ***Construções e trajetórias de fenômenos naturais:*** *Adaptado de [11] - A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos. Qual a medida da altura H, em metro, indicada na Figura 2?*

Figura 1: Figura da Igreja de São Francisco de Assis



Fonte: [11]

Exemplo 14 ***Física:***

1. ***Movimento uniformemente variado:*** *Fornece a posição de um objeto em um certo instante t através da função quadrática $s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$, onde a é a aceleração do objeto, v_0 é a velocidade inicial no instante $t = 0$ e s_0 é a posição inicial do objeto. A constante a é a taxa de variação da velocidade, isto é, $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$. No caso de um corpo em queda livre, a aceleração a será a aceleração da gravidade, representada pela letra g.*

2. ***Energia cinética (E_c):*** *É a energia que um corpo de massa m, se movimentando a uma velocidade v possui. A energia cinética de um corpo é dada pela expressão: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.*

Exemplo 15 ***Número de partidas do Campeonato Brasileiro:*** *Vinte clubes disputam o campeonato, que ocorre de maio a dezembro. Cada clube joga duas vezes contra os outros (uma partida será em seu estádio e a outra no estádio do seu adversário), totalizando 38 partidas.*
Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Campeonato_Brasileiro_de_Futebol. Acesso em 22/03/2019.

Para programar as datas dos jogos é importante saber o total de jogos do campeonato. Por recorrência é possível dizer que o número de partidas p em função do número x de clubes participantes do torneio é dado pela função quadrática $p(x) = x^2 - x$.

Exemplo 16 ***Lançamentos oblíquos e a trajetória de projéteis:*** *Balística é a ciência que se preocupa em estudar o movimento de corpos lançados ao ar livre, o que geralmente está relacionado ao disparo de projéteis por uma arma de fogo. [...] Da simples análise física do assunto utilizando energia, podemos deduzir que a massa e a velocidade são muito importantes no desenvolvimento de uma arma e de um projétil, já que a energia cinética de um corpo é igual a $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, e como a energia que será transmitida ao alvo será igual à*

energia cinética, a maximização desta permitirá um melhor resultado. [...] Galileu e Newton demonstraram que a trajetória de qualquer corpo sob ação da gravidade era parabólica.
Fonte: [3].

Função exponencial

Exemplo 17 ***Sistema financeiro (juro composto):*** *No regime de juros compostos, os juros são capitalizados, isto é, de acordo com [12, p.81], "o juro gerado pela aplicação será incorporado à mesma passando a participar da geração de juros no período seguinte", de modo que, os juros J e o montante M de um capital (soma do capital inicial e juros), aplicados a um capital inicial C_0 a uma taxa i, pelo prazo de t períodos, são dados pelas expressões: $J(t) = C_0 \cdot [(1+i)^t - 1]$ e $M(t) = C_0 \cdot (1+i)^t$.*

Exemplo 18 ***Biologia: Crescimento de uma população de bactérias:*** *De acordo com [2, pp.191-192], o crescimento de uma população de bactérias pode ser dado através de uma função exponencial, da forma $m(t) = m_0 \cdot e^{kt}$, onde $m(t)$ é a massa bacteriana no instante t, m_0 é a massa bacteriana inicial e k é a constante de crescimento. Em algumas situações, pelo fato da divisão de uma célula gerar duas novas células, Aguiar diz ser mais conveniente utilizar a equação $N = N_0 \cdot 2^x$, onde N é o número de bactérias após x gerações e N_0 é o número inicial de bactérias. E ainda, se T é o tempo médio de geração da população, e t é o tempo que essa população leva para crescer de N_0 até N, temos $\frac{t}{T} = x$.*

Exemplo 19 ***Geografia: Crescimento populacional:*** *Retirado de [9, p.171] - A expressão $P(t) = k \cdot 2^{0,05t}$ fornece o número P de milhares de habitantes de uma cidade, em função do tempo t, em anos. Se em 1990 essa cidade tinha 300.000 habitantes, quantos habitantes, aproximadamente, espera-se que ela tenha no ano 2000?*

Exemplo 20 ***Psicologia: Curva de Aprendizagem:*** *Adaptado de [10, p.182] - Curva de Aprendizagem é um conceito criado por psicólogos que constataram a relação existente entre a eficiência de um indivíduo e a quantidade de treinamento ou experiência possuída por este indivíduo. Um exemplo de Curva de Aprendizagem é dado pela expressão $Q = 700 - 400 \cdot e^{-0,5t}$, em que Q é a quantidade de peças produzidas mensalmente por um funcionário, t é o número de meses de experiência. Considere $e = 2,7183$.*

Exemplo 21 ***Radioatividade: meia-vida:*** *Chamamos de meia-vida o tempo que uma substância leva para que metade de seus átomos se desintegrem. De modo que, a cada período transcorrido, a quantidade dos átomos é reduzida à metade da anterior. Esse processo se repete, infinitamente, até que a massa do elemento radioativo seja reduzida a quase zero. No entanto, esses átomos nunca sumirão e nem sua radiação será zero.*

A fórmula para cálculo do decaimento é: $M = \frac{m_0}{2^n}$, onde M é a massa após alguns números de meia-vida, m_0 é a massa inicial da amostra, n é o número de meia-vidas.

A fórmula para o cálculo de material radioativo N decorridos um tempo t é: $N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{-kt} = N_0 \cdot 2^{-kt}$, onde N_0 é a quantidade inicial do material radioativo, t é o tempo decorrido, p é o valor da meia-vida do material radioativo, e $k = \frac{1}{p}$.

Exemplo 22 ***O Carbono 14 e a datação de artefatos ou organismos:*** *O carbono 14, indicado por ^{14}C, é um isótopo radioativo presente em todos os seres ou organismos vivos, em proporção sempre constante, e possui meia-vida de 5.730 anos. Quando os organismos morrem, a proporção de ^{14}C decai por meio da desintegração, a uma taxa constante de 0,01209% ao ano. A atividade radioativa do ^{14}C decai segundo a função exponencial $A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$, onde A_0 é atividade radioativa no organismo vivo, e t o tempo decorrido em anos após a morte.*

Exemplo 23 ***Resfriamento de um corpo:*** *A lei do resfriamento de Newton afirma que, a diferença de temperatura D, entre um objeto em resfriamento e a temperatura constante do meio que o contém, decresce com uma taxa de variação proporcional a essa diferença. Assim, a diferença de temperatura no instante t é dada por: $D(t) = D_0 \cdot e^{-\alpha t}$, onde D_0 é a diferença de temperatura no instante $t = 0$, e a constante α depende do material de que é constituída a superfície do objeto.*

Função logarítmica

Exemplo 24 ***Geologia: Magnitude dos terremotos:*** *A escala Richter é uma escala logarítmica de base 10, utilizada para quantificar a magnitude, em graus, de um terremoto, de modo que, a magnitude M de um terremoto pode ser calculada pela fórmula: $M = \log A - \log A_0$ ou $M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right)$, onde M é a magnitude do terremoto, A é a amplitude máxima (em milímetros) medida no sismógrafo, A_0 é uma amplitude de referência, E é a energia (em kWh) liberada no terremoto e a constante $E_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ kWh.*

Para comparar as magnitudes M_1 e M_2 de dois terremotos em função de suas respectivas amplitudes, devemos ter: $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$.

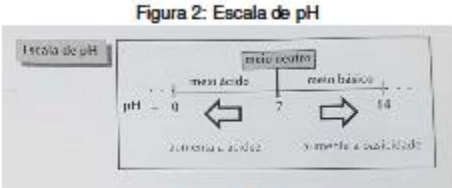
A escala Richter porém, foi substituída em 1979 pela Escala de Magnitude de Momento, a MMS, como escala para medição de magnitudes dos grandes terremotos, baseada no momento do terremoto que é igual a resistência da Terra multiplicada pela quantidade média de deslocamento da falha e o tamanho da área que se deslocou, e é dada por: $M_w = \frac{2}{3}\log M_0 - 10{,}7$, onde w é o trabalho mecânico realizado, e M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado através dos sismogramas), em dina.centímetro ou 10^{-7} Newton.metro.

Exemplo 25 ***Acústica: Intensidade sonora:*** *A intensidade de um som, medido em Watt por m², refere-se à quantidade de energia, em joules, (J), transferida em um segundo por uma onda sonora na área padrão (1 m²). Assim, para um som de intensidade I_1, um grau maior que um som de intensidade I_2, temos que, a razão de intensidade entre eles será: $\frac{I_1}{I_2} = 10$ ou $\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 1$.*

Define-se nível sonoro ou nível de intensidade de um som NS, em decibéis, comparando uma intensidade I com uma intensidade padrão $I_0 = 10^{-12}$ W/m²: $NS = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$.

Exemplo 26 ***Química: Escala PH de acidez ou basicidade:*** *O valor do pH varia de 0 a 14 e é dado pela fórmula: $pH = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração de íons de hidrogênio em mol/l. Assim, o valor do pH aumenta à medida que a concentração de íons hidrogênio decresce. A água, por exemplo, é uma solução neutra, pois seu pH é 7.*

Figura 2: Escala de pH



Fonte: [16]

Exemplo 27 ***Juros Compostos:*** *No estudo das aplicações de funções exponenciais utilizamos a função $M(t) = C_0 \cdot (1+i)^t$ para calcular o capital $M(t)$ obtido após a aplicação de um capital inicial C_0, durante um tempo t, a uma taxa de juros i. No entanto, e se quiséssemos saber quanto tempo seria necessário para que uma aplicação inicial C_0, ou uma dívida inicial C_0, a uma taxa de juros i, fosse triplicada, por exemplo? Para estimar o tempo procurado devemos utilizar os conhecimentos sobre função logarítmica na resolução da fórmula acima.*

Exemplo 28 ***Crescimento populacional:*** *Vimos no estudo das aplicações das funções exponenciais, que o crescimento de uma população de bactérias pode ser dado por* $N = N_0 \cdot 2^x$*, com* $x = \frac{t}{T}$*, onde* N *é o número de bactérias após* x *gerações,* N_0 *é o número inicial de bactérias,* t *é o tempo que a população leva para crescer de* N_0 *até* N*, e* T *é o tempo médio de geração. Tomando o logaritmo natural de ambos os lados da equação e fazendo a substituição* $x = \frac{t}{T}$*, temos:* $\frac{\ln N - \ln N_0}{ln 2} = \frac{t}{T}$ *ou* $\frac{\ln N - \ln N_0}{t} = \frac{\ln 2}{T}$.

Exemplo 29 ***Desintegração Radioativa:*** *Do nosso estudo de aplicações das funções exponenciais, vimos que a meia-vida de uma substância radioativa é o tempo necessário para que sua massa se reduza à metade. Com o auxílio do logaritmo podemos calcular o tempo necessário para que uma determinada massa inicial* m_0 *se reduza à uma massa* $m(t)$.

Exemplo 30 ***Biologia: Alometria:*** *É o ramo da Biologia que estuda a relação do crescimento entre partes de um organismo vivo, ou o crescimento de cada parte em relação ao todo. E ainda,* ***lei de Alometria*** *é uma função do tipo* $\log x = \log C + k \cdot \log y$ *que descreve a relação entre os crescimentos* x *e* y*, em função do tempo* t*, de duas partes de um organismo vivo, em que* C *e* k *são constantes positivas que dependem das partes relacionadas, e* k *é chamado coeficiente alométrico.*

Exemplo 31 ***Química: calor de vaporização:*** *Calor de vaporização (*ΔH_{vap}*) é a energia, em quilojoules, necessária para vaporizar um mol de um líquido. A relação quantitativa entre a pressão do vapor* P *de um líquido e a temperatura absoluta* T*, em Kelvin, é dada pela equação de Clausius-Clapeyron:* $\ln P = -\frac{\Delta H_{vap}}{RT} + C$*, em que,* $R = 8,314$ *J/K·mol é a constante dos gases e* C *é uma constante. Admite-se que* ΔH_{vap} *não depende da temperatura.*

Exemplo 32 ***Química: relação entre a concentração do reagente e o tempo:*** *Uma reação de primeira ordem é uma reação cuja velocidade depende da concentração de reagente elevada à potência unitária. De modo que, se* $[A]_0$ *e* $[A]_t$ *são as concentrações do reagente* A *nos instantes* $t = 0$ *(*$t = 0$ *pode ser qualquer instante arbitrário escolhido para início da medida da variação de* A*) e* $t = t$*, a constante de velocidade* k *pode ser calculada através da expressão que relaciona a concentração do reagente em função do tempo:* $\ln[A]_t = -kt + \ln[A]_0$.

Exemplo 33 ***Química: Equação de Arrherius:*** *Representa a dependência da constante de velocidade de uma reação em relação à temperatura, através da função logarítmica:* $\ln k = \left(-\frac{E_a}{R}\right) \cdot \left(\frac{1}{T}\right) + \ln A$*, em que* E_a *é a energia de ativação da reação (em quilojoules por mol),* $R = 8,314$ *J/K·mol é a constante dos gases,* T *é a temperatura absoluta, em Kelvin, e* A *é a quantidade denominada fator de frequência por [8], e por fator pré-exponencial por [4], que definem ainda* E_a *como sendo a energia de ativação. Ainda de acordo com [4],* A *e* E_a *são praticamente independentes da temperatura, mas dependem da reação que está sendo estudada.*

Considerações finais:

A Matemática é uma "caixa de ferramentas" para construção e, porque não, interpretação da realidade. É através dela que todo e qualquer tipo de conhecimento tem possibilidades de se desenvolver. As funções são alguns instrumentos que esta valiosa caixa de ferramentas dispõe. O que se percebe neste trabalho é que para cada função estudada no primeiro ano do Ensino Médio é possível encontrar alguma situação do cotidiano que pode ser modelada por uma delas, algumas vezes se relacionando a mais de uma área de conhecimento, e ser exemplo trabalhado em sala de aula.

Referências

[1] ABESO. **Cálculo do peso saudável.** [20–?]. Disponível em: http://www.abeso.org.br/atitude-saudavel/imc. Acesso em: 01 fev. 2019.

[2] AGUIAR, A. F. A.; XAVIER, A. F. S.; RODRIGUES, J. E. M. **Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas.** São Paulo: Habra, 1988.

[3] ALGOSOBRE. **Balística e lançamento de projétil.** [20–?]. Disponível em: https://www.algosobre.com.br/fisica/balistica-e-lancamento-de-projetil.html#menu2. Acesso em: 17 ago. 2019.

[4] ATKINS, P.; JONES, L. **Princípios de Química:** questionando a vida moderna e o meio ambiente. 3. ed. Porto Alegre, RS: Bookman, 2006.

[5] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2006 Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 10 jul. 2018.

[6] BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 23 dez. 1996, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 10 jul. 2019.

[7] BRASIL. Presidência da República. **Lei nº 13.183 de 4 de novembro de 2015.** Altera as Leis nº 8.212, de 24 de julho de 1991, e 8.213, de 24 de julho de 1991 [...]. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 05 nov. 2015, 2015. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2015/Lei/L13183.htm. Acesso em: 10 jul. 2019.

[8] CHANG, R. **Química geral:** conceitos essenciais. 4. ed. Porto Alegre, RS: AMGH, 2010.

[9] DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013. v. 1. (Manual do professor).

[10] IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PERIGO, R.; ALMEIDA, N. d. **Matemática:** ciências e aplicações. São Paulo: Atual, 2001. v. 1.

[11] INEP. MEC. **Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM:** prova de ciências da natureza e suas tecnologias, prova de Matemática e suas tecnologias. 2º dia Caderno 7 azul. [Brasília, DF]: INEP, MEC, 2017. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos. Acesso em: 18 ago. 2019.

[12] MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. **Matemática financeira.** 6 (7 reimpr.) ed. São Paulo: Atlas, 2016.

[13] MAXIMO, A.; ALVARENGA, B. **Física.** São Paulo: Scipione, 1997. vol. único.

[14] MOURA, J. d. **Dimensionamento de escadas de concreto armado.** 2019. Disponível em: https://www.guiadaengenharia.com/escadas-concreto-dimensionamento/. Acesso em: 18 jul. 2019.

[15] PIRES, R. F. **O conceito de função: uma análise histórico epistemológica.** In: Educação matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo, SP: [s.n.], 2016. 12 p. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6006_2426_ID.pdf. Acesso em: 18 jul. 2019.

[16] SISTEROLLI, G. **Química:** curso para o Ensino Médio. Uberlândia: EDG, 1997, v. 1.

ENSINO DE ÁLGEBRA APLICANDO O MÉTODO PICTÓRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Kleber Gonçalves do Nascimento[21]

Profa. Dra. Marcela Luciano Vilela de Souza[22]

Prof. Ms. Sérgio Augusto Amaral Lopes[3]

Área: Matemática

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma estratégia de resolução de problemas chamada Método Pictórico, desenvolvido em Singapura. A resolução de problemas permite ao aluno desenvolver competências e habilidades para a compreensão e aprendizagem efetiva de conteúdos matemáticos. O Método Pictórico contribui para a transição do pensamento concreto ao abstrato, assim, o estudante constrói seu conhecimento sem técnicas repetitivas e com compreensão significativa dos conceitos. Para a apresentação do Método Pictórico serão estudados a metodologia de resolução de problemas e confeccionada uma coletânea de exercícios resolvidos pela técnica pictórica e em seguida pela forma tradicional presente nos livros didáticos. Os resultados alcançados por Singapura em avaliações internacionais evidenciam os avanços que o Método Pictórico proporciona e na última década, este sendo implementado em países europeus e americanos.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Problemas; Método Pictórico; Ensino.

Introdução

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o trabalho do professor de matemática destaca-se por desenvolver a competência de:

> "Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas". (BRASIL,2018)

---

[21]Aluno: UFTM, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT - kleber1777@outlook.com

[22]Orientador:UFTM – ICENE – Departamento de Matemática – marcelalvsouza@gmail.com

[3] Co-orientador: UNICERP – Centro Universitário do Cerrado Patrocínio - sergioaugusto@unicerp.edu.br

Este presente trabalho propõe a Metodologia de Resolução de Problemas aliada ao Método Pictórico como alternativa para o ensino de matemática na educação básica.

Os estudos de Onuchic et al. (2014) evidenciam que o professor ao aplicar a Metodologia de Resolução de Problemas promove o desenvolvimento da criatividade, da autonomia, formação do pensamento crítico e a construção de conhecimentos a partir de trabalho em grupo. O aluno assume o papel de protagonista na aquisição da própria aprendizagem.

Segundo Baldin e Silva (2017) o Método Pictórico, inserido na Metodologia de Resolução de Problemas, é uma estratégia que auxilia a transição do pensamento aritmético para o abstrato, habilidade requerida na resolução de problemas da Álgebra. A compreensão da atribuição de significados aos símbolos no lugar de valores numéricos é a técnica de ensino aprendizagem da matemática desenvolvida no currículo de Singapura, especialmente nos anos finais do ensino fundamental. Para Forstein (2010), a partir de um desenho o aluno é preparado para pensar analiticamente, proporcionando uma importante transição entre o concreto e o abstrato.

Inserido no currículo de matemática de Singapura, o Método Pictórico (modelo de barras), segundo Abreu; Dinis; Teixeira (2018) contribuiu para que os alunos da educação básica alcançassem resultados significativos em avalições internacionais. As duas mais relevantes são: TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) desenvolvida de quatro em quatro anos pela International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), uma associação internacional independente e o Programme for International Student Assessment (PISA), desenvolvido de três em três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

O estudo da Metodologia de Resolução de Problemas presente em Onuchic et al. (2017) revela que as capacidades dos alunos em resolução de problemas ainda exigem uma melhoria substancial. O desafio dos professores nas suas práticas de sala de aula é inverter esta situação, ajudando os alunos no desenvolvimento da criatividade, construção do conhecimento matemático, e habilidades para enfrentar a realidade da sociedade atual. O estudo de Queiroz (2014) retrata que há dificuldades dos professores em encontrar uma metodologia para ensinar álgebra de maneira que o aluno consiga encontrar um significado do uso de símbolos e fórmulas. Neste contexto o presente trabalho oferecerá aos professores uma estratégia de sucesso comprovado na aprendizagem matemática, propiciando um aprendizado mais efetivo e agradável aos alunos ao longo da educação básica.

Metodologia

Trata-se de um estudo descritivo de abordagem qualitativa que objetiva apresentar o Método Pictórico. O conhecimento deste método de resolução de problemas realizar-se-á por meio de levantamento bibliográfico dos trabalhos científicos realizados no Brasil e exterior.

Para a compreensão do Método Pictórico serão propostos dois momentos: uma breve explicação da Metodologia de Resolução de Problemas desenvolvida por George Polya. A resolução de problemas segue quatro passos: compreensão do problema (qual é a incógnita, quais são os dados, qual é condicionante), estabelecimento de um plano (encontrar a conexão entre os dados e a incógnita), execução do plano e a verificação da solução (POLYA, 1995). Posteriormente, haverá a exposição do método de barras utilizada em Singapura. A abordagem pictórica se dá pela representação do problema por barras, que facilitam a visualização e a comparação de informações numéricas (LOPES; MALTA, 2018).

A pesquisa de exercícios dar-se-á por: livros didáticos usados em Singapura (KHEONG; SOON; RAMKRISHNAN, 2009) e outros países (SCHAFFER, 2009a; SCHAFFER, 2009b), vídeos aulas de professores brasileiros e estrangeiros. A diretriz da pesquisa dos recursos didáticos é baseada na demonstração da estratégia de resolução usando desenhos – barras.

Ao final, para ilustrar como o Método Pictórico é aplicado em problemas, serão expostos exercícios resolvidos na técnica pictórica e, posteriormente, na forma tradicional presente nos livros didáticos brasileiros. Segue exemplo de exercício apresentado no trabalho.

Exercício:

Sabe-se que dois lápis e três canetas custam R$18,80, enquanto que seis lápis e seis canetas custam R$45,00.

a) Quanto custa cada caneta?
b) Quanto custa a mais uma caneta do que um lápis?

<u>Resolução pelo método pictórico</u>:

- Ilustração do enunciado:

R$ 18,80

lápis	**lápis**	**caneta**	**caneta**	**caneta**

R$ 45,00

lápis	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**

- Dois lápis e três canetas custam **R$ 18,80.** Usando o método de adição por agrupamento temos o seguinte resultado:

R$18,80 + R$18,80 = R$37,60

lápis	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**

- Assim temos que quatro lápis e seis canetas custam **R$37,60.**

- A partir do fato que quatro lápis e seis canetas custam **R$37,60** e seis lápis e seis canetas custam **R$45,00.** Veja a ilustração.

R$ 37,60

lápis	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**

R$ 45,00

lápis	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**lápis**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**	**caneta**

- Usando o método de agrupamento e subtração temos que **R$ 45,00 - R$ 37,60** determina o valor de dois lápis. Assim dois lápis custam **R$ 7,40.**
- Do fato que dois lápis e três canetas custam **R$ 18,80,** ao fazer a subtração **R$ 18,80 - R$ 7,40** encontramos que três canetas custam **R$ 11,40.**
- Assim ao dividir **R$ 11,40** por três, encontramos que uma caneta custa **R$ 3,80.**
- Como dois lápis custam **R$ 7,40,** temos que um lápis custa **R$ 3,70.**

Respostas:

a) Cada caneta custa **R$ 3,80.**
b) Cada caneta custa **R$ 0,10** a mais que um lápis.

<u>Resolução pelo método de sistemas de equações de primeiro grau</u>:

- Chamamos de **x** a incógnita que determina o valor de cada lápis e de **y** a incógnita que determina o valor de cada caneta. Então, a solução do sistema de equações de primeiro grau $\begin{cases} 2x + 3y = 18{,}8 \\ 6x + 6y = 45 \end{cases}$ fornece o valor do lápis e da caneta.
- Para resolver o sistema de equações do primeiro grau, usaremos o método da adição que consiste em multiplicar a primeira equação pelo número (-2) e em seguida somar com a segunda equação. Assim, obtemos:

$$\begin{cases} -4x - 6y = -37{,}6 \\ \qquad\quad + \\ 6x + 6y = 45 \end{cases}$$

2x = 7,4

x = 3,7

Agora, substituindo o valor de x em uma das duas equações, por exemplo na segunda, obtemos:

22,20 + 6y = 45, ou seja, y = 3,8

Logo, o preço do lápis é **R$ 3,70** e o da caneta é **R$ 3,80.**

Respostas:

a) Cada caneta custa **R$ 3,80.**
b) Cada caneta custa **R$ 0,10** a mais que um lápis.

Resultados parciais

O estudo do Método Pictórico resulta na apresentação de uma alternativa de ensino de matemática em que o aluno desenvolva suas competências e habilidades de maneira efetiva e agradável. O professor de matemática deve acompanhar as mudanças da sociedade e dentro de seu trabalho diário investigar os melhores processos de ensino aprendizagem.

Considerações Finais

O estudo de uma estratégia de ensino de matemática que desenvolva competências e habilidades nos alunos é a essência do trabalho do professor. O Método Pictórico não é a solução de todos os problemas de aprendizagem da matemática e não pode ser a única estratégia a ser aplicada em sala de aula. Este método é uma abordagem importante para a transição do pensamento aritmético para o algébrico em uma etapa da aprendizagem de conceitos que apresenta muitas dificuldades para os alunos. Torna-se importante para o professor entender os processos de aprendizagem e procurar estratégias de ensino eficazes, privilegiando a construção do pensamento matemático e evitando técnicas repetitivas e sem significado. O ensino de matemática deve ser motivador e agradável para os alunos.

Referências

ABREU, J.; DINIS, R.; TEIXEIRA, R. C. Experiências na construção e gestão de materiais pedagógicos inspirados no Método de Singapura na Educação Pré-Escolar e no 1° Ciclo do Ensino Básico. **Jornal das Primeiras Matemáticas**. n.11, p. 65-106, 2018. Disponível em: http://jpm.ludus-uscula.org/PDF_Files/Abreu_Materiais_65_106(11_2018)_high.pdf. Acesso em: 28 set. 2019.

BALDIN, Y.; SILVA, A. F. Resolução de problemas na sala de aula: uma proposta da OBMEP para capacitação de professores em estratégias de ensino da matemática. IMPA, Rio de Janeiro, v.1, p. 54-55, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base. Brasília, 2018.

FORSTEN, C. Step – by - Step Model Drawing. Solving Word Problems the Singapure Way.Crystal Springs Books, Peterborough. USA. 2010.

KHEONG, F.H.; SOON, G.K.; RAMKRISHNAN, C. Math in Focus.5B. 1°ed. Marshall Cavendish Internacional (Singapure). p.103, 2012.

LOPES, S. A.; MALTA, G. H. Resolução de Problemas pelo Método Pictórico. E-book do 2º Simpósio da Formação do Professor de Matemática da Região Norte – Editora SBM, 1ª edição, 2018.

POLYA, G. A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático. Interciência. Rio de Janeiro, 1995.

QUEIROZ, Jonas Marques dos Santos. Resolução de Problemas da Pré-Álgebra e Álgebra para Fundamental II do Ensino Básico com auxílio do Modelo de Barras. 2015. Dissertação de Mestrado Profissional PPGECE - - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP,2014. Disponível em site www.ppgece.ufscar.br na área de dissertações. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4473. 2014. Acesso em: 10 set. 2019.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M; (Orgs.). Perspectivas para **Resolução de Problemas**. Editora Livraria da Física. São Paulo. 2017.

SCHAFFER, F. 70 Must-know word problems, grade 6 (singapore math). Greensboro, Singapore asia publishers pte ltd, 2009a.

SCHAFFER, F. Singapure Math Practice: level 5A. USA: Carson-Dellosa Publishing LLC, 2009b.

UM ESTUDO SOBRE BASES DE GRÖBNER

LARISSA ANDRADE RODRIGUES DA CUNHA[23]

RAFAEL PEIXOTO[24]

Área: Matemática

RESUMO: O conceito das bases de Gröbner foi introduzido em 1965 por Buchberger, o qual desenvolveu um algoritmo para obtê-las, no entanto, o estudo de suas aplicações veio apenas na década de 80. Desde então, o crescente interesse nelas deve-se ao fato de nos fornecer ferramentas aplicáveis a muitos problemas de matemática e ciências. Este trabalho tem como propósito mostrar as bases de Gröbner como uma ferramenta na decisão se um polinômio com várias variáveis pertence a um dado ideal, ou seja, será utilizada para determinarmos se um polinômio pode ser escrito como uma combinação linear dos polinômios geradores de um ideal. Para isso, apresentaremos o algoritmo da divisão de polinômios com várias variáveis. Para finalizar o trabalho, apresentamos um algoritmo que nos permite calcular as bases de Gröbner, e algumas possíveis aplicações destas bases.

PALAVRAS-CHAVE: Polinômios; Bases de Gröbner; Algoritmo da divisão.

Introdução

O conceito de bases de Gröbner foi apresentado em 1965 por Bruno Buchberger em sua tese de doutorado, o qual também desenvolveu um algoritmo, que recebe seu nome, capaz de produzir tais bases de um ideal. Desde então, as bases de Gröbner são utilizadas em diversas aplicações e fornece ferramentas computacionais que são aplicadas em muitas áreas.

Uma base de Gröbner é um tipo particular de conjunto gerador de um ideal em um anel de polinômios de várias variáveis e nos permite verificar se um polinômio está no ideal. A partir da determinação da base de Gröbner de um ideal, para fazer essa verificação basta realizar a divisão de um polinômio pelos polinômios que constituem a base. Sendo o resto dessa divisão igual a zero, concluímos que o polinômio pertence ao ideal.

Para o estudo das bases de Gröbner, será preciso mostrar o algoritmo da divisão para duas variáveis e, com isso, estabelecer uma forma de ordenação dos monômios em um polinômio. Ao analisarmos dois monômios de um mesmo grau,

[23] Colégio Cenecista Dr. José Ferreira, larissa.a_rodrigues@hotmail.com

[24] Departamento de Matemática, ICENE – UFTM, rafael.peixoto@uftm.edu.br

será preciso que haja a definição de qual deles é maior para que a divisão possa ser realizada. Para calcular as bases de Gröbner é preciso, inicialmente calcular um polinômio por meio do Algoritmo de Buchberger e, por fim, é possível determinar as bases em estudo.

Convém destacar que a realização deste trabalho se deve à sua aplicação em diferentes níveis de educação e pela sua aplicabilidade. Uma aplicação que será apresentada é na resolução de sistemas de equações, mas, há também aplicações na coloração de grafos, na Teoria de Códigos Corretores de Erros, entre outros.

O objetivo principal deste trabalho tem como fomento o estudo do Algoritmo de Buchberger, determinação das bases de Gröbner e aplicação na resolução de sistemas de equações, mas, para isso, foi preciso, também, o estudo da divisão de polinômios com uma variável e com várias variáveis.

Metodologia

O método procedimental técnico utilizado neste trabalho possui uma abordagem qualitativa, em que não há uma preocupação com a representatividade numérica e sim com o aprofundamento da compreensão. Além disso, possui uma natureza básica, que objetiva gerar novos conhecimentos, mas sem aplicação prática prevista.

É também, quanto aos objetivos, uma pesquisa exploratória, que possui como finalidade promover maior familiaridade com o problema. Portanto, quanto aos procedimentos, será uma pesquisa bibliográfica, que será constituída de levantamentos unicamente a partir de referências teóricas já analisadas e publicadas, como artigos científicos publicados em plataformas e livros.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Tomando o símbolo x, denominado como variável, um polinômio f na variável x, com coeficientes em A, será uma expressão escrita da seguinte maneira: $f = a_n x^n + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, em que n é um natural e $a_0, a_1, \ldots, a_n$ são elementos de A. O conjunto formado por todos os polinômios em uma variável com coeficientes em A é denotado por $A[x]$.

Ao tratar da divisão de um polinômio f por um polinômio g, essa será vista por meio da formação de dois novos polinômios, os quais serão o quociente q e o resto r da divisão, de tal maneira que o polinômio f poderá ser escrito da forma: $f = gq + r$, onde o resto r é zero ou , se r diferente de zero, então esse resto deverá ter grau menor do que o grau do divisor g.

Vamos trabalhar agora no sentido de introduzir as Bases de Gröbner.

Um monômio em $[x_1, \dots, x_n]$ é um produto da forma: $x^\alpha \coloneqq x_1{}^{\alpha_1} x_2{}^{\alpha_2} \dots x_n{}^{\alpha_n}$, onde todos os expoentes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ são números inteiros e não negativos. O grau total deste monômio é a soma $\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n = |\alpha|$.

Um polinômio f em $[x_1, \dots, x_n]$ com coeficientes em K é uma combinação linear de monômios. O polinômio f será escrito como uma soma finita da forma $f = \sum_\alpha a_\alpha x^\alpha$, $a_\alpha \in K$, onde $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$. O conjunto de todos os polinômios em $[x_1, \dots, x_n]$ com coeficientes em K é denotado por $K[x_1, \dots, x_n]$.

Seja $f = \sum_\alpha a_\alpha x^\alpha$ um polinômio em $K[x_1, \dots, x_n]$:

(i) a_α será denotado de coeficiente do monômio x^α.

(ii) Se $a_\alpha \neq 0$, então $a_\alpha x^\alpha$ será denotado de termo de f.

(iii) O grau de f, denotado por $grau(f)$, é o máximo $|\alpha|$ tal que o coeficiente a_α é diferente de zero.

Quando tratamos de polinômios com mais de uma variável, em alguns casos poderá ocorrer de monômios diferentes possuírem um mesmo grau. Neste polinômio $f = 4x^2y^2 + 3x^2y + 2xy^3 + 5xy^2 + 4y^3$, os monômios possuem grau:

- $4x^2y^2: possui\ grau\ (2+2) = 4$
- $2xy^3: possui\ grau\ (1+3) = 4$

Quando tratamos de polinômios que possuem mais de uma variável, a ordenação dos termos de acordo com seu grau, como é realizada em polinômios que possuem apenas uma variável, não é possível. Como visto no exemplo anterior, num mesmo polinômio, monômios diferentes podem possuir um mesmo grau.

Assim, é preciso determinar qual termo deverá aparecer primeiro na representação de um polinômio. Há algumas formas sistemáticas de fazer essa determinação, dentre elas, temos: ordem lexicográfica, ordem lexicográfica graduada, ordem reversa lexicográfica graduada e ordem lexicográfica reversa.

Seja $f = \sum_\alpha a_\alpha x^\alpha$ um polinômio diferente de zero em $K[x_1, \dots, x_n]$ e seja $>$ uma ordenação monomial.

(i) O multigrau de f é: $multigrau(f) = \max\{\alpha \in \mathbb{Z}^n_{\geq 0}: a_\alpha \neq 0\}$. O máximo deve respeitar a escolha de $>$;

(ii) O coeficiente líder de f é: $ld(f) = a_{multigrau(f)} \in K$;

(iii) O monômio líder de f é: $ml(f) = x^{multigrau(f)}$;

(iv) O termo líder de f é: $tl(f) = ld(f) \cdot ml(f)$.

O processo de divisão de polinômios de duas ou mais variáveis será semelhante ao de polinômios com uma variável. No entanto, ao realizar a divisão de polinômios com duas ou mais variáveis, novos polinômios irão surgir, que serão:

- quociente (Q): esse polinômio receberá os termos resultantes da divisão $\frac{tl(f)}{tl(g)}$;
- resto (R): esse polinômio receberá os termos líderes do dividendo que não serão divisíveis pelo termo líder do divisor, ou seja, os monômios de f quando a divisão $\frac{tl(f)}{tl(g)}$ não for possível.

Logo, nos casos em que não for possível realizar a divisão, ou seja, quando o termo líder do dividendo não for divisível pelo termo líder do divisor, esse deverá ser somado ao novo polinômio (R) e, em seguida, eliminado do dividendo, para que, dessa forma, a divisão possa ser retomada. Esse processo sistemático deverá ser repetido até que não reste mais termos do dividendo a serem incluídos no resto.

Quando tratamos de polinômios com apenas uma variável, todo ideal sobre um corpo é principal, ou seja, pode ser gerado por um único elemento. A diferença agora é que estamos considerando $K[x_1, \ldots, x_n]$ e, neste caso, há ideais que não podem ser gerados por menos de n elementos.

Vamos, a partir de agora, determinar se dados um polinômio f e um ideal gerado pelos polinômios $h_1, \ldots, h_n$ do anel $K[x_1, \ldots, x_n]$, a saber, $I = \langle h_1, \ldots, h_n \rangle$,como verificar se f pertence ou não a I.

No caso em que há dois polinômios de uma variável, para saber se o polinômio $f \in K[x]$ pertence ao ideal $\langle h \rangle$ de $K[x]$, bastaria dividir f por h e verificar se o resto é zero. Dessa forma, determinaríamos se f é múltiplo ou não de h.

Generalizando essa ideia anterior, no caso em que há mais de uma variável, poderíamos pensar em dividir $c \in K[x_1, \ldots, x_n]$ pelos polinômios $h_1, \ldots, h_n \in K[x_1, \ldots, x_n]$ e verificar se o resto é nulo, no entanto, mesmo o resto sendo diferente de zero, não é possível concluir se um polinômio pertence ou não a um ideal utilizando o algoritmo da divisão entre polinômios.

Com isso, conseguimos concluir que, se o resto é zero, o polinômio pertence ao ideal, no entanto, a recíproca não é verdadeira. A fim de solucionar esse problema, a seguir será apresentado um tipo especial de geradores, conhecidos como bases de Gröbner de um ideal.

Fixada uma ordem monomial, um subconjunto finito $G = \{g_1, \dots, g_t\}$ de um ideal I é uma base de Gröbner se: $\langle tl(g_1), \dots, tl(g_t)\rangle = \langle tl(I)\rangle$ em que $tl(I) = \{cx^{\alpha} \mid existe\ f \in I\ com\ tl(f) = cx^{\alpha}\}$.

Dado G um subconjunto de $K[x_1, \dots, x_n]$ e $f \in K[x_1, \dots, x_n]$, denotaremos por $R_G(f)$ o resto da divisão de f por G. Seja I um ideal de $K[x_1, \dots, x_n]$ e G uma base de Gröbner para I. Então $f \in I$ se e somente se $R_G(f) = 0$.

Seja $G = \{g_1, \dots, g_s\}$ uma base de Gröbner e f um polinômio do anel $K[x_1, \dots, x_n]$. Então existe um único polinômio r tal que $f = q_1g_1 + \cdots + q_sg_s + r$, onde $q_1, \dots, q_s \in K[x_1, \dots, x_n]$ e nenhum monômio de r pertence ao ideal gerado pelos termos iniciais de g_i.

Para calcular a base de Gröbner de um ideal devemos, inicialmente, calcular o S-polinômio. Sejam g_1 , $g_2 \in K[x_1, \dots, x_n]$, então:

$$S(g_1, g_2) = \frac{x_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n}}{tl(g_1)} \cdot g_1 - \frac{x_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n}}{tl(g_2)} \cdot g_2,$$

onde α_i é o máximo grau entre as variáveis x_i dos termos iniciais dos polinômios g_1 e g_2. A partir desse polinômio, calcula-se, por meio do Algoritmo de Buchberger a base de Gröbner. Seja $K[x_1, \dots, x_n]$ um anel de polinômios munido de uma ordem monomial $>$. Dado um subconjunto finito $S \subset K[x_1, \dots, x_n]$, o algoritmo tem como saída uma base de Gröbner do ideal gerado pelos polinômios de S no anel $K[x_1, \dots, x_n]$.

- <u>Etapa 1:</u> Considere $G = S$ e $P = \{(g, g'): g, g' \in G\ e\ g \neq g'\}$
- <u>Etapa 2:</u> Enquanto $P \neq \emptyset$, repetir os passos:
    - Escolher $(g, g') \in P$ e remover (g, g') de P;
    - Calcular o resto da divisão $\overline{S(g, g')}^{\,G}$ do S-polinômio $S(g, g')$ por G;
    - Se $r \neq 0$, então:
        - Acrescentar r a G;

- Acrescentar a P os pares da forma (h, r) para cada $h \in G$.

- Etapa 3: Escrever os elementos de G.

Considere o ideal de $K[x, y]$ gerado por $g_1 = x^2y - x$ e $g_2 = 2x^2 + xy^2$, , fixada a ordenação lexicográfica, a base de Gröbner do ideal gerado por esses polinômios é:

- Primeiro passo:

$$G = \{g_1, g_2\} \text{ e } P = \{(g_1, g_2)\}$$

Cálculo do S-polinômio de g_1 e g_2:

$$S(g_1, g_2) = \frac{x^2y}{x^2y} \cdot (x^2y - x\,) - \frac{x^2y}{2x^2} \cdot (2x^2 + xy^2) \rightarrow S(g_1, g_2) = -\frac{xy^3}{2} - x$$

$$\overline{S(g_1, g_2)}^{\,G} \neq 0 \rightarrow g_3 = -\frac{xy^3}{2} - x$$

$$G = \{g_1, g_2, g_3\} \text{ e } P = \{(g_1, g_3), (g_2, g_3)\}$$

- Segundo passo:

$$G = \{g_1, g_2, g_3\} \text{ e } P = \{(g_1, g_3), (g_2, g_3)\}$$

Cálculo do S-polinômio de g_1 e g_3:

$$S(g_1, g_3) = \frac{x^2y^3}{x^2y} \cdot (x^2y - x) - \frac{x^2y^3}{\left(-\frac{xy^3}{2}\right)} \cdot \left(-\frac{xy^3}{2} - x\right) \rightarrow S(g_1, g_3) = -2x^2 - xy^2$$

$$S(g_1, g_3) = -g_2 \rightarrow \overline{S(g_2, g_3)}^{\,G} = 0$$

$$G = \{g_1, g_2, g_3\} \text{ e } P = \{(g_2, g_3)\}$$

- Terceiro passo:

$$G = \{g_1, g_2, g_3\} \text{ e } P = \{(g_2, g_3)\}$$

Cálculo do S-polinômio de g_2 e g_3:

$$S(g_2, g_3) = \frac{x^2y^3}{2x^2} \cdot (x^2y - x) - \frac{x^2y^3}{\left(-\frac{xy^3}{2}\right)} \cdot \left(-\frac{xy^3}{2} - x\right) \rightarrow S(g_2, g_3) = -2x^2 + \frac{xy^5}{2}$$

$$S(g_2, g_3) = -g_2 - (y^2)g_3 \rightarrow \overline{S(g_2, g_3)}^{\,G} = 0$$

$$G = \{g_1, g_2, g_3\}$$

Como $P = \emptyset$, o algoritmo irá parar, tendo, assim, calculado a base de Gröbner. Retornando ao problema, tínhamos a seguinte questão: dados um polinômio f e um ideal $I = \langle h_1, \dots, h_n \rangle$ do anel $K[x_1, \dots, x_n]$ como saber se f pertence a I? Temos que, se I é um ideal de $K[x_1, \dots, x_n]$ e G uma base de Gröbner para I, então $f \in I$ se e somente se $R_G(f) = 0$, logo, basta realizar a divisão de f por G e verificar se o resto é zero.

Dentre as possíveis aplicações das bases de Gröbner, há uma aplicação que permite resolver sistemas de equações polinomiais de várias variáveis. Ao calcular as bases de Gröbner de um determinado sistema de equações polinomiais de várias variáveis, estas possuirão as mesmas soluções do sistema inicial, no entanto, esse novo sistema será formado de equações que possuem menos variáveis e, por isso, o cálculo de sua solução será mais simples.

Considere estas equações:

$$\begin{cases} 2x + 4y - 6z = 10 \\ 4x + 2y + 2z = 16 \\ 2x + 8y - 4z = 24 \end{cases}$$

em $\mathbb{C}$. Essas equações determinam $I = \langle 2x + 4y - 6z - 10,\ 4x + 2y + 2z - 16,\ 2x + 8y - 4z - 24 \rangle \subset \mathbb{C}[x, y, z]$. Calculando uma base de Gröbner em I, considerando a ordenação lexicográfica $x > y > z$, obtemos:

$$G = \{2x + 4y - 6z - 10, 7y - 5z - 16, z - 1\}$$

O último polinômio gerador de G, depende somente da variável z. Resolvendo a equação $g_3 = 0$, temos: $z = 1$. Substituindo a variável z em $g_2 = 0$ é possível resolvê-la e determinar a variável y e substituindo as duas variáveis anteriores em $g_1 = 0$, determina-se a variável x. Portanto, a solução do sistema é $S = \{2,3,1\}$.

Considerações Finais

Neste trabalho foi feita uma breve introdução às bases de Gröbner, as quais podem ser utilizadas para verificar se um polinômio pertence ou não a um ideal. O foco do trabalho, no entanto, além das bases de Gröbner, foi também a divisão de polinômios e ordenação monomial.

Por fim, ressaltamos a aplicação estudada neste trabalho, e informamos que esta teoria pode ser utilizada na construção de Códigos Corretores de Erros e na Coloração de Grafos. Para o aprofundamento das mesmas, sugiro as seguintes bibliografias: *Using Algebraic Geometry* de Cox, J. Little e d. O'Shea e; **Polinômios e Computação Algébrica de Coutinho [2].**

Referências

[1] BORIN JUNIOR, Airton Monte Serrat. **Divisão de Polinômios Com Duas Variáveis.** 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2013.

[2] COUTINHO, Severino Collier. **Polinômios e Computação Algébrica.** Rio de Janeiro: IMPA, 2011. 370 p.

[3] COX, D; J. LITTLE; D. O'SHEA. **Ideais, Varieties and Algorithms**. Springer Science + Business Media, LLC, New York, 1992.

[4] MENDES, Bruno Raphael Alves Freitas. **Bases de Groebner e Aplicações em Álgebra Comutativa.** 2012. 107 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

[5] RAMOS, Adriana. **Algumas aplicações de bases de Gröbner em Álgebra Comutativa.** 2003. 72 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica., Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

[6] VILANOVA, Fábio Fontes. **Sistemas de equações polinomiais e bases de Gröbner.** 2015. 78 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015. Disponível em: <http://docplayer.com.br/33174431-Sistemas-de-equacoes-polinomiais-e-base-de-grobner.html>. Acesso em: 15 jul. 2019.

O POTENCIAL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DOS PRINCÍPIOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

ARAÚJO, LARISSA SENE[25]

Área: Educação Matemática

Resumo

A matemática desempenha um papel importante para a vida em sociedade na resolução de problemas. Neste artigo, parte de um trabalho de conclusão de curso em andamento, recebem atenção os problemas de contagem sob a abrangência da Análise Combinatória (AC), diante da dificuldade no aprendizado desse conteúdo no período escolar. O objetivo é identificar possibilidades de uso da História da Matemática no ensino-aprendizagem dos princípios da AC na Educação Básica. Para tanto, fez-se uma busca do assunto na BNCC, além de livros, *sites* e artigos da área. As pesquisas mostraram que autores e a BNCC propõem o uso da História da Matemática no ensino, e que já existem registros das contribuições dos egípcios, gregos, chineses, hindus e europeus na área. A compreensão do desenvolvimento histórico pode fortalecer o raciocínio combinatório, para que se torne mais compreensível aos alunos.

Palavra-chave: Análise combinatória; História da matemática; Educação Básica.

Introdução

A matemática, enquanto disciplina do ensino básico, é fundamental na formação do cidadão por permitir o desenvolvimento de seu pensamento crítico, abstrato e de seu raciocínio lógico. Segundo seu conteúdo junto ao modo em que é ministrada na sala de aula, a matemática permeia por dois extremos, podendo se tornar útil em situações cotidianas ou indesejável pelos estudantes – o que prejudica tal processo de formação. O professor, diante disso, lança mão de estratégias que facilitem a compreensão da matemática, ou seja, que sejam intermédio facilitador da comunicação entre professor-aluno para a produção do conhecimento.

O conteúdo de Análise Combinatória trabalhado desde os anos iniciais do sistema educacional (ensino fundamental 1), e aprimorado nos anos seguintes (ensino fundamental 2 e ensino médio), representa um desafio da matemática quanto à compreensão dos alunos, principalmente no ensino médio (VASQUEZ; NOGUTI, 2004).

[25] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Instituto de Ciências Exata, Naturais e Educação, larissasenear@gmail.com. Trabalho desenvolvido sob orientação da Prof.ª Dr.ª Mônica de Cássia Siqueira Martines.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), recentemente aprovada pelo Governo Federal brasileiro, como currículo fundamental a todos os alunos da educação básica, traz para os 4º, 5º e 8º anos do ensino fundamental, e nas três séries do ensino médio, habilidades que abrangem problemas de contagem. Para os anos iniciais, a BNCC propõe o desenvolvimento da capacidade de determinar a quantidade de agrupamentos possíveis ao se combinar elementos, envolvendo diferentes estratégias independentes de fórmulas, pautadas pela interpretação. Ao longo dos anos, para o ensino fundamental II e médio, a proposta é aprimorada seguindo a ideia da progressão de habilidades (BRASIL, 2018). O Currículo de Referência de Minas Gerais, publicado após a BNCC, estabelece para o ensino nas escolas públicas do Estado estas mesmas habilidades dentro do tema de Análise Combinatória (MINAS GERAIS, 2019). No documento Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), há indicação para os professores dos anos iniciais usarem as tendências em educação matemática, inclusive a História da matemática: “Não só os registros precisam ser respeitados e valorizados, mas também o uso do corpo. A história da matemática nos mostra a importância dos dedos para contar, das mãos e dos pés para medir [...].” (BRASIL, 2014, p. 21).

Nesse sentido, o presente artigo, que é parte de um trabalho de conclusão de curso em andamento, com resultados parciais, busca refletir sobre o que é História da Matemática, as possibilidades de seu uso na sala de aula, no ensino de matemática, e conhecer um pouco da história da Análise Combinatória.

Objetivos

Objetivo geral: identificar possibilidades de uso da História da Matemática no ensino-aprendizagem dos princípios da Análise Combinatória na Educação Básica.

Objetivos específicos: apresentar a definição da História da Matemática; identificar brevemente a aplicação da História da Matemática no ensino de matemática; reconhecer os povos envolvidos na história da Análise Combinatória e suas principais contribuições.

Metodologia

Propõe-se uma metodologia qualitativa para apresentação do que é a História da Matemática, de seu uso na educação básica e dos povos envolvidos na história da Análise Combinatória. A partir de fragmentos das obras de Miguel e Miorim

(2017), Roque (2012) e BNCC (BRASIL, 2018) apresenta-se a valorização do potencial pedagógico da História da Matemática, unindo-a à Educação Matemática. Comenta-se, brevemente, os dados históricos dos princípios da Análise Combinatória. Para isso, segue-se a mesma linha de pesquisa do trabalho de Martines e Bonfim (2011), sendo feito um levantamento das principais descobertas que compõe a história de diferentes povos e o desenvolvimento do tema pelo cientista Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716).

Resultados parciais e discussões

A História da Matemática dedica-se ao estudo e a investigação de fatos que deram origem e desenvolvimento a conceitos matemáticos, baseada em diferentes formas de registros de civilizações antigas. Miguel e Miorim (2017), por meio de diversos interlocutores citados em seu livro (*História na Educação Matemática*), defendem que esse tipo de abordagem possui potenciais pedagógicos positivos para a sala de aula.

Para Roque (2012, p. 15) “pode-se fazer história da matemática por duas razões: para mostrar como ela se tornou o que é; ou para indicar que ela não é apenas o que nos fazem crer que é”. Estes dois benefícios ficam claros para a sala de aula quando surgem questões sobre a necessidade de estudar um assunto específico de matemática e porquê este assunto exige raciocínio mais elaborado. Muitos foram os processos de culminaram na formação e aprimoramento de um conceito matemático e a história da matemática tem papel fundamental em mostrar a origem e os estudiosos envolvidos nesses processos.

Em duas passagens de seu texto, a BNCC traz comentários que citam a história da matemática como recurso ao ensino (2018, p. 298):

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BNCC, 2018, p. 298). [...]
> Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática (BNCC, 2018, p. 299).

Fica evidente a íntima relação entre matemática e sociedade, diante das mudanças constantes pelo qual ambas passam e refletem uma sobre a outra. É preciso quebrar o mito de que a matemática é para poucos. Na escola, a abordagem da história matemática auxilia na redução do bloqueio psicológico construído sobre essa disciplina, pois permite ao aluno se inserir no contexto de diversas formas (LOPES; FERREIRA, 2013).

Embora a Análise Combinatória (AC) seja relativamente recente na matemática, os problemas de contagem que estão ligados à aritmética surgiram desde a antiguidade. Para Eves (2004, p. 25) “usualmente se considera a matemática mais antiga aquela resultante dos primeiros esforços do Homem para sistematizar os conceitos de grandezas, forma e número.” Por isso, parte-se do conceito de número e dos primeiros processos de contagem para investigar a história da matemática e, assim, da AC. Este conteúdo é resultado de estudos sistemáticos dos métodos de contagem de elementos de um agrupamento ou a quantidade de agrupamentos formados sob condições conhecidas.

Dentro da história da AC, Bastos (2016) relembra as contribuições egípcias, registradas em seus papiros e nas paredes das pirâmides, com problemas cuja resolução pode se apoiar no Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Os gregos também contribuíram ao conteúdo, sob os nomes de Euclides de Alexandria, que escreveu sobre os coeficientes do desenvolvimento do binômio e Arquimedes de Siracusa, que publicou o *Stomachion* (estômago, em grego), semelhante a um quebra-cabeça, envolvendo o raciocínio combinatório para reconhecer suas possíveis soluções. Os chineses, com seu sistema de numeração, quadrados mágicos, representação do triângulo aritmético e cálculos de raízes quadradas e cúbicas. Hindus com seu sistema de numeração, livros de combinatória e de triângulo aritmético. Acontecimentos europeus tiveram muitas contribuições para a AC, com o surgimento de teorias, jogos ricos em cultura e conteúdo matemático (BASTOS, 2016).

O filósofo alemão Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), depois de se formar em direito, em 1666, publicou a *Dissertatio de Arte Combinatoria*, com o objetivo de compilar o raciocínio e a descoberta de combinações de elementos básicos, como números, letras, sons e cores (O'CONNOR; ROBERTSON, 1998). É a partir deste documento que se registra a ligação de Leibniz com a AC.

Considerações finais

Com este trabalho, em andamento, procura-se identificar possibilidades de uso da História da Matemática no ensino-aprendizagem dos princípios da Análise Combinatória na Educação Básica. A atuação na base pode fortalecer o raciocínio combinatório. Espera-se que, com isso, uma vez nos anos finais da educação básica (ensino médio), os alunos sejam capazes de compreender melhor os problemas de combinatória, resolvendo os problemas independente de conhecer ou não as fórmulas de permutação, arranjo e combinação.

Referências

BASTOS, A. C. **Resolução de problemas: uma discussão sobre o ensino de análise combinatória.** 130 folhas. Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica). Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, Duque de Caxias, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental**. Versão final. Ministério da Educação. Governo Federal. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso: 08 maio 2019.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Apresentação / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/antoniomauricio/files/2017/11/0_Apresenta%C3%A7ao_pg001-072.pdf>. Acesso: 14 jun. 2019.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

LOPES, L. S.; FERREIRA, A. L. A. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75–88, nov. 2013.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática:** propostas e desafios. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência Minas Gerais**. Ministério da Educação. Governo Estadual. 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_mg.pdf>. Acesso: 12 jun. 2019.

MARTINES, M. C. S.; BONFIM, S. H. **Análise Combinatória:** um estudo via história da matemática. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

O’CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **Gottfried Wilhelm von Leibniz**. School of Mathematics and Statistics University of St Andrews, Scotland. 1998. Disponível em: <https://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Leibniz.html>. Acesso em: 13 set. 2019.

ROQUE, T. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Zahar, 2012. 511 p.

VASQUEZ, C. M. R.; NOGUTI, F. C. H. Análise Combinatória: alguns aspectos históricos e uma abordagem pedagógica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8. **Anais do VIII ENEM.** Recife, 2004.

UM OLHAR ACERCA DO ESTUDO DE RAZÃO E PROPORÇÃO POR MEIO DO PIBID EM UMA ESCOLA RURAL

ANTÔNIO FERREIRA DA SILVA NETO[26]
PRISCILA ADRIANA DE PAULA E SILVA[27]
DAMARES CRISTINA FÁTIMA DA SILVA[28]
VANESSA DE PAULA CINTRA[29]
CARLA CRISTINA POMPEU[30]

Área: Educação Matemática

RESUMO: O presente trabalho refere-se a um relato das experiências vivenciadas em uma escola municipal rural vinculada ao PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) do subprojeto Matemática. Com foco em atividades desenvolvidas no 9º ano do Ensino Fundamental, no primeiro bimestre de 2019. Dessa forma, apresenta-se neste momento as vivências acerca do conteúdo de razão e proporção sua contextualização com outros campos do conhecimento e sua importância na formação dos professores. Sendo assim, a obra é composta pela construção, execução e resultados obtidos por meio da intervenção.

PALAVRAS-CHAVE: Razão e proporção; PIBID-Matemática; Formação de Professores; Interdisciplinaridade.

Introdução

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), fomentado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), trata-se de uma ação que procura proporcionar aos graduandos dos cursos de licenciatura, uma aproximação prática com o cotidiano das escolas públicas de educação básica e também, com o contexto que elas estão inseridas (CAPES, ?).

[26] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,antonioferreira1998@outlook.com
[27] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES, pridepaula98@gmail.com.
[28] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,damarescristina@hotmail.com.
[29] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,vanessacintra@yahoo.com.br
[30] Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, CAPES,ccpompeu@gmail.com

Com base nisso, os projetos devem promover principalmente a iniciação do discente aos ambientes escolares, visando estimular desde o início da sua formação, a reflexão sobre a educação pública. Para que haja supervisão, os alunos são acompanhados pelo professor de matemática da escola e por um docente da instituição de ensino superior participante do programa.

Neste aspecto, ao levarmos em consideração os princípios do programa nos topamos com circunstâncias que são primordiais para o processo de formação inicial dos professores, especialmente os de matemática, logo é necessário saber qual o grau de comprometimento dos alunos em relação ao conteúdo e qual a sua compreensão de matemática.

Diante disso, esse trabalho almeja trazer as experiências vivenciadas com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Totonho de Morais, através do PIBID, do subprojeto de Matemática na UFTM, desenvolvidas no primeiro bimestre letivo de 2019, através do conteúdo de razão e proporção que constava no planejamento anual e foi sugerido pela professora supervisora para ser desenvolvido.

De acordo com o Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental (CBC) do Estado de Minas Gerais (2014, p.51), para familiarizar o educando com o conceito de razão e proporção é recomendável que o educador explore o conceito de razão contemplando aplicações como: velocidade média, escalas e densidade demográfica por exemplo.

A partir disso, é possível perceber a relação desse conteúdo com outras áreas do conhecimento das ciências naturais e das ciências sociais como a física e a geografia e constatar que essa temática trata-se de um conteúdo interdisciplinar. Vale ressaltar que a interdisciplinaridade é compreendida aqui como "[...] a interação entre duas ou mais disciplinas, que pode ir desde a simples comunicação de ideias até a integração recíproca dos conceitos fundamentais e da teoria do conhecimento, da metodologia e dos dados de pesquisa" (ZABALA, 1998, p. 143).

Tendo isso em vista, o objetivo de nossos encontros foram além de oportunizar a interação entre alunos e pibidianos, incentivar a atenção dos estudantes e essencialmente, favorecer a habilidade de argumentar sobre as diversas situações do cotidiano relacionado ao tema, inclusive além do campo matemático.

A partir disso, frente a importância da temática e tendo em vista a problemática - *é possível introduzir e consolidar o conteúdo de razão e proporção de maneira dinâmica e contextualizada de modo que facilite o aprendizado dos alunos? -* optamos por trabalhar com material manipulável, exercícios contextualizados e além disso dispor como método avaliativo para verificar o aprendizado do conteúdo uma atividade prática.

Metodologia

A série didática aqui exposta foi elaborada considerando aspectos interdisciplinares acerca do conteúdo de razão e proporção, sendo elas divididas durante o primeiro bimestre em três momentos: o primeiro com aplicação de um experimento de química, o segundo o desenvolvimento de uma lista de exercícios contextualizados e por fim a atividade avaliativa. Para isso, os pibidianos, juntamente com a professora supervisora, dividiram a intervenção de forma que se realizasse em seis aulas, onde cada encontro foi composto por duas aulas consecutivas.

Então no primeiro encontro foi realizado o experimento químico, buscou-se introduzir o assunto com a turma. Sobre o ponto de vista de Alves Filho (2000), o uso de atividades experimentais dispõe do propósito didático de aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizagem, fazendo-se participativo, no qual os alunos podem e devem ser ativos.

O mesmo procurou trabalhar com misturas, conforme Fonseca (2004, p. 25) “uma mistura é um material que não possui todas as propriedades definidas porque é constituído de duas ou mais substâncias diferentes.” Deste modo, ainda de acordo com Fonseca (2004, p.25), “uma substância é um material que possui todas as propriedades definidas e bem determinadas.”, as substâncias utilizadas foram água e óleo no que se consolidava em uma mistura heterogênea, a qual é caracterizada por Fonseca (2004, p. 28) como “material ou sistema heterogêneo que possui duas ou mais fases.”

Assim na condução da intervenção, os alunos foram divididos em grupos, no qual cada um recebeu um recipiente com suas respectivas gradações e de acordo com as explanações dos pibidianos foram formando relações de razão e proporção, em que foram observando a relação de óleo e água de acordo com a quantidade de líquido da mistura.

Figura 1: Alunos realizando o experimento

Fonte: Autores

Dando andamento, no segundo momento para aplicação das atividades, empregando das heurísticas de Polya (2006), os alunos puderam utilizar do método de Resolução de Problemas como processo para resolver as situações contextualizadas acerca do conteúdo razão e proporção expostas pelos pibidianos. A lista foi composta por questões onde se buscou trabalhar a razão da quantidade de meninos e meninas em relação à turma, o uso do conteúdo em uma receita culinária, sua aplicação na ampliação e redução de imagens, o cálculo da velocidade média entre a escola e a UFTM, a densidade demográfica do município de Uberaba, a utilização de escalas em mapas e na construção de plantas baixas. Portanto percebe-se nesta lista a utilização interdisciplinar do conteúdo definida por ZABALA (1998).

Enfim, como método avaliativo para verificar se o conteúdo foi aprendido, buscou-se por meio de uma atividade prática no terceiro momento a construção da planta baixa dos seguintes espaços da escola: biblioteca, sala de aula e quadra; onde os alunos foram divididos em grupos, mediram esses locais com a trena e representaram essas medidas em escalas 1:20, 1:50 e 1:125, tanto no caderno quanto na cartolina.

Figura 2: Representação das medidas em escala - sala, biblioteca e quadra

Fonte: Autores

Resultados

Como resultado do primeiro momento notou-se a participação ativa de todos os educandos, prestaram atenção na explicação, trabalhando em equipe na manipulação das misturas do experimento e verificação das razões e proporções obtidas.

Em desdobramento do primeiro momento, o segundo com a solução da lista de exercícios percebeu-se que a matemática como ciência está presente nas mais diversas áreas, de diferentes formas e no desenvolvimento da humanidade, por integrar-se de todas as fases da vida do ser humano.

Por fim, como conclusão da intervenção do primeiro bimestre com a construção da planta baixa dos espaços escolares, observou-se que a proposta foi compreendida por parte dos alunos, a mesma não se demonstrou atrativa para alguns, onde poucos acabaram não participando. Todavia, os grupos conseguiram entregar a atividade proposta corretamente. É importante considerar que a sala foi dividida em três grupos para execução da construção, contudo, os alunos que ficaram responsáveis pelo desenho da planta baixa da sala de aula, demoraram algumas semanas para entregá-la pronta.

Considerações Finais

Acerca das conclusões do presente relatório, é possível destacar que apesar de ter sido um projeto desenvolvido para atentar os alunos sobre a importância e a presença da matemática no nosso cotidiano, a atividade avaliativa, que foi a construção da planta baixa, não foi atrativa para todos os discentes. Alguns demonstraram ter gostado, contudo outros não se mostraram satisfeitos. Fatos como este são importantes para que nós pibidianos, percebam o que deixa as aulas e as atividades mais atrativas ou não. Entretanto, os exercícios propostos foram bastante contextualizados, onde foi possível perceber que despertaram curiosidade nos alunos, pois na lista estava presente até mesmo a distância da UFTM até a Escola Totonho, além das proporções de receitas culinárias, por exemplo.

Acerca do experimento com água e óleo, foi a atividade que exigiu maior nível de concentração dos estudantes. Ao decorrer desta aula, eles iam revezando sobre quem adicionava óleo e água, assim foi possível que todos participassem e percebessem o quanto é difícil, pois um milímetro a mais faria com que desse errado a partir das orientações que os pibidianos iam passando.

Em geral, concluímos que as dificuldades dos discentes construíram o conhecimento sobre o conteúdo, uma vez que notaram a importância da matemática em nossa vida, levantando até mesmo exemplos de onde podemos utilizá-la. Em relação ao aspecto de evolução pessoal e profissional, os alunos despertaram nos pibidianos a vontade de sempre procurar inovar, pois a partir do momento que demonstraram a não compreensão das atividades, foi necessário sair da zona de conforto e encontrar novos meios de ensinar e deste modo, promover o entendimento.

Referências

ALVES FILHO, J. P. Atividades experimentais: do método à prática construtivista. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000. Disponível em: . Acesso em: 30 mar. 2017.

COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR. Pibid - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. 2008. Disponível em: http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid. Acesso em: 2 set. 2019.

Currículo Básico Comum do Ensino Fundamental. 2014. Disponível em: https://www.trescoracoes.mg.gov.br/docs/seduc/cbc-anos-finais-matematica.pdf. Acesso em: 2 set. 2019.

FONSECA, MARTHA REIS MARQUES DA. Química integral: ensino médio: livro único/ Martha Reis. Nova Ed. - São Paulo: FTD, 2004.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Trad. Araújo, H. L. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ZABALA, A.. A prática educativa: Como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

TRABALHANDO FUNÇÕES ATRAVÉS DO CONSUMO DE ÁGUA DE UMA RESIDÊNCIA E APLICANDO CONCEITOS DE MATEMÁTICA CRÍTICA

Samanta Caroline Alves[31]

Profa. Ana Carolina Vieira [32]

Área: Matemática

RESUMO:

Esse trabalho apresenta uma proposta de atividade sobre funções desenvolvida na disciplina de PEAM 2 do curso de matemática da UFTM, aplicando a matemática crítica para o seu desenvolvimento. Essa prática pode ser caracterizada pela presença do diálogo e de reflexão, e permite que as questões sociais e políticas sejam analisadas através de um olhar matemático. Sendo assim, foi elaborada uma proposta de atividade visando essa tendência, para ser aplicada em uma turma de primeiro ano do ensino médio. A partir da atividade, podemos elencar os tipos de cidadãos que temos nessa turma específica.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática crítica; Funções; Contextualização;

INTRODUÇÃO

Hoje em dia, todos os professores têm um papel fundamental de fazer uma reflexão sobre a função que a matemática pode desempenhar na sociedade. É imprescindível pensar nisso, pois, sendo a escola um importante ambiente formativo, grandes condutas de vida podem ser disseminadas.

Para iniciar nossa discussão, é importante apresentar o conceito de Cidadania, embasado por Coutinho (2005), que a define como a capacidade conquistada por alguns indivíduos, ou (no caso de democracia efetiva), por todos os indivíduos, de se apropriarem dos bens socialmente criados, de atualizarem todas as potencialidades de realização humana abertas pela vida social em cada contexto historicamente determinado.

Candau (1999, p. 112) complementa que educar para a cidadania exige educar para a ação político-social e esta, para ser eficaz, não pode ser reduzida ao âmbito individual. Educar para a cidadania é educar para a democracia que dê provas de sua credibilidade de intervenção na questão social e cultural. É incorporar a preocupação ética em todas as dimensões da vida pessoal e social.

Neste sentido encontramos no artigo 2 da Lei 9394/96, lei esta que trata das diretrizes básicas da educação, que a educação tem como finalidade “o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (art.2, Lei 9394/96). Com

[31]Aluna: Licenciatura em Matemática -samantacalves@terra.com.br
[32]Orientadora:UFTM – ICENE – DECMT – anaguina12@yahoo.com.br

isto, podemos observar a exigência de uma educação, inclusive uma educação matemática, que valoriza valores e princípios éticos voltados para a sociedade com um todo.

O autor Skovsmose (2001) disserta que não devemos limitar a matemática apenas no contexto escolar, utilizando-a em números e operações, por exemplo, mas que exploremos a habilidade da matemática para que possamos tomar decisões, auxiliando as pessoas a transformar a sociedade. Além disso, a autor ainda coloca que “a educação deve usar questões sociais e políticas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática que levem o aluno à reflexão e consequentemente a uma postura crítica”. (SKOVSMOSE, 2001, p.84).

Segundo D’Ambrósio: “não há dúvidas que o desenvolvimento de uma atitude matemática adequada será de grande valia para nosso futuro”. (D’AMBROSIO, 1997, p.18). De acordo com o que é destacado pelos autores acerca do ensino da matemática, trata-se de um meio de suma importância na formação social, intelectual e ainda, no desenvolvimento da autonomia e da criticidade do educando.

OBJETIVO GERAL

Demonstrar que a educação matemática está presente na vida de cada indivíduo promovendo dignidade social como ser social e também como ser individual, promover um pensamento crítico, ético, promotor do próprio conhecimento atuante em seu papel individual e social.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar a educação matemática utilizando o conteúdo de funções na construção de valores na formação do cidadão.

METODOLOGIA

Antes de levarmos em consideração a atividade proposta para este trabalho, temos que ressaltar que os estudantes irão trabalhar com o método de resolução de problemas para responder às situações elencadas pelo professor. E a partir das respostas obtidas, podemos direcionar a discussão para uma reflexão sobre cidadania e moral (Menezes, Vieira, Nascimento, 2013).

Inicialmente propomos a trabalhar com o seguinte problema: *“Em um prédio de 28 apartamentos o consumo de água, em um determinado mês, foi de 562m³, diga qual o consumo médio por apartamento.”*

Neste momento da atividade, pensamos em trabalhar com uma atividade que utiliza-se conceitos da matemática elementar, apenas para criar ferramentas para o aluno, incentivando-o a uma reflexão posterior. Após a realização desta etapa, propomos a ampliação da atividade, pensando na formação moral do aluno e no seu processo de desenvolvimento da cidadania.

Essa atividade foi uma proposta feita durante o curso da disciplina Pesquisa e Ensino de Aprendizagem Matemática II, durante um estudo sobre a matemática crítica. Dessa forma, podemos pensar em problemas que nossos alunos poderão encontrar diariamente sobre a temática *“consumo e economia de água”*. Um possível problema a ser trabalhado nesta situação poderia ser: *“Você sabe* *qual é o consumo de água em sua residência neste mês? Pegue sua conta de água e analise esta conta. Como você pode contribuir para evitar o desperdício e economizar água?"*

Para ajudarmos os estudantes com a questão principal, podemos fazer os seguintes questionamentos: *"Quanto tempo você leva para tomar banho?"*, *"O jardim de sua casa é regado todos os dias?"*, ou ainda *"Há problemas de vazamento na sua casa?"*

RESULTADOS ESPERADOS

Levando em consideração as possíveis respostas obtidas pelos estudantes, podemos elencar os tipos de cidadãos que encontramos nessa determinada classe, de acordo com as características de cidadãos apresentador por Pagés e Santisteban (200-?, pp.8- 9), onde temos o cidadão individualmente responsável, cidadão vulnerável e o cidadão orientado para a Justiça.

Dividimos as respostas esperadas em três categorias: 1ª) O aluno não enxerga a matemática nesse problema e não sabe sobre o consumo de água da sua casa e não consegue perceber o impacto disso na sua vida. 2ª) O aluno consegue enxergar a matemática na situação e sabe sobre o consumo de água da sua casa, e tenta economizar o máximo possível, mas não passa esse conhecimento para frente, conversando com os vizinhos, por exemplo. 3ª) O aluno consegue enxergar a matemática na situação sabe sobre o consumo de água da sua casa, e consegue perceber que precisa economizar, sabe como fazê-lo e ainda tenta mudar a situação da sua comunidade, conversando com os familiares, vizinhos e amigos.

Poderemos constatar que no primeiro caso o cidadão seria o vulnerável, pois não sabe o que o gasto de água pode influenciar na sua vida. No segundo caso, teríamos o cidadão individualmente responsável, pois sabe quais os impactos o gasto da água pode causar, faz sua parte para melhora da situação, mas age individualmente. No terceiro e último caso, teremos o cidadão orientado para a justiça, que sabe o impacto o gasto de água causa em sua vida, assim como o individualmente responsável, e tenta sempre fazer o melhor para melhorar a situação, economizando e passando o conhecimento para frente.

Dessa forma, podemos perceber que será possível desenvolver competências democráticas capazes de julgar e avaliar os estudantes, conforme cidadãos.

CONCLUSÕES

Mediante o que foi apresentado neste trabalho, seria possível concluir e enumerar diversos pontos acerca da temática abordada, que podem ser resumidos em duas palavras: responsabilidade educacional. Isso porque, tão importante quanto entender pra que serve o ensino de matemática, é também buscar meios para refletir até onde ele pode nos levar enquanto sociedade.

Assim, quando adicionamos responsabilidade ao nosso ensino e aprendizagem, podemos estar contribuindo para que a matemática não trabalhe cegamente a favor de estruturas e construções tecnológicas que nem sempre visam o desenvolvimento positivo da humanidade.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Lei de Diretrizes e B. Lei nº 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996. BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental.

CANDAU, Vera Maria et al. Oficinas pedagógicas de direitos humanos. 3 ed. Petrópolis: Vozes, 1999.

COUTINHO, Carlos Nelson. Notas sobre cidadania e modernidade. Revista Àgora – Políticas públicas e Serviço Social, Ano. 2, Vol.3, dez. 2005. Disponível em: www.assistentesocial.com.br/agora3/coutinho.doc. Acesso em 12 set. 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Transdisciplinaridade. São Paulo: Palas Athena, 1997.

MENEZES, Leonardo Donizete de Deus; VIEIRA, Ana Carolina; NASCIMENTO, Alessandra Lucila de Sousa. SOLUÇÃO DE PROBLEMAS E VALORES MORAIS: UM OLHAR SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ESCOLAR NA PERSPECTIVA DE UMA FORMAÇÃO CIDADÃ. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178-034X. 2013.

PAGÈS, J.; SANTISTEBAN, A. La educación para la ciudadanía hoy. Disponível em: <www.guiasensenanzasmedias.es/verpdf.asp?area=ciuda&archivo=GR104.pdf >. Acesso em: 01 jun. 2019.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: A questão da democracia. 3ª ed. Campinas, SP: Papirus. 2001

ESTUDO SOBRE O ÂNGULO AGUDO FORMADO PELOS PONTEIROS DE UM RELÓGIO

Sérgio Alex Sander Silva [1]

Prof. Dr. Nelson Fernando Inforzato [2]

Área: Matemática

RESUMO:

O presente trabalho tem como objetivo a análise do ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio, utilizando uma abordagem tradicional realizada no ensino fundamental e médio com regra de três simples, e em seguida, uma abordagem lógica com questões em graus diferentes de dificuldades. Em busca de uma melhor compreensão, será proposto uma fórmula que envolve o ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio com sua devida demonstração e aplicação, inclusive nas mesmas questões anteriores, bem como resoluções de questões de vestibular sobre o assunto. Tal fórmula permite chegar ao resultado correto em poucos passos, tornando aquela questão mais trabalhosa com grau maior de dificuldade, bem mais simples. O que se pretende com esse trabalho é comparar o método tradicional na resolução das questões sobre o assunto e mostrar que existe a possibilidade de utilizar uma fórmula, facilitando muito a resolução das questões.

PALAVRAS-CHAVE: Ângulo, Ponteiro, Relógio, Fórmula

Introdução

Este presente trabalho propõe uma breve evolução histórica dessa máquina de medir o tempo chamado relógio, bem como, inicialmente, desenvolver questões envolvendo o ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio, utilizando os métodos tradicionais e lógicos trabalhados pelo professor em sala de aula. E em seguida, propor uma fórmula para cálculo desse ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio, com sua devida demonstração. Tal fórmula, não consta nos livros de ensino fundamental e médio. A vantagem dessa fórmula é tornar as resoluções das questões mais simples em poucos passos. Em termos de número de passos, as questões simples e difíceis, tornam-se basicamente iguais, com resoluções de 4 a 5 passos apenas. Porém, o que se pretende com tal estudo não é substituir o método tradicional, e sim acrescentar mais uma possibilidade para o tema.

[1] Aluno: UFTM, Mestrado Profissional de Matemática – PROFMAT,sergiaomatematica@yahoo.com.br
[2] Orientador:UFTM – ICTE – Departamento de Matemática Aplicada – nelson.inforzato@gmail.com

Metodologia

Todo estudo é realizado em pesquisa bibliográfica em livros de ensino fundamental e médio.

Para a demonstração da fórmula que determina o ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio, será utilizado a figura do relógio com os ponteiros de horas e minutos, a relação entre o ponteiro das horas e o respectivo grau de deslocamento e também será estudado a relação entre o ponteiro dos minutos com seu respectivo grau de deslocamento. Estes passos também ocorrem na abordagem tradicional utilizada em sala de aula como método de resolução para esse tema. Porém, avançando um pouco mais, utilizaremos a Geometria para mostrar uma relação entre esse ângulo agudo dos ponteiros e as horas e minutos, gerando uma fórmula que permite conhecer o resultado de forma menos trabalhosa do que o método tradicional que utiliza a regra de três.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Após a apresentação e demonstração da fórmula, testaremos as questões desenvolvidas pelas abordagens tradicional e lógica com a aplicação da fórmula para resolução e devida comparação. Questões de vestibulares também serão resolvidas com a fórmula. O que se pretende de uma forma geral é ampliar as possibilidades de modos de resolução de questões envolvidas com o tema, sendo mais uma ferramenta que o professor poderia utilizar, diante de tamanho desafio que é o educacional em nosso pais. Não se pretende com esse estudo substituir o raciocínio matemático utilizado, que neste caso, é a regra de três simples com relações entre tempo em horas e minutos com os ângulos percorridos pelo ponteiro do relógio em graus. O objetivo é realmente apresentar uma possibilidade a mais, uma ferramenta que deve também ser conduzida até chegar a fórmula, sem com isso descartar nenhum dos métodos anteriores. Tal fórmula é relevante nas resoluções das questões pela facilidade de conclusão, e por não constar nos livros didáticos de Matemática.

Considerações Finais

O estudo abordado de uma fórmula que envolve o ângulo agudo formado pelos ponteiros de um relógio, permite chegar ao resultado em poucos passos, tornando aquela questão mais trabalhosa com grau maior de dificuldade, bem mais simples. O que se pretende com esse trabalho é comparar o método tradicional na resolução das questões sobre o assunto e mostrar que existe a possibilidade de utilizar uma fórmula que não consta nos livros de ensino fundamental e médio, facilitando muito a resolução das questões. Mais uma vez, não se pretende entretanto, a substituição do método tradicional para resolução de tais questões pela fórmula, e sim o entendimento do assunto ampliando os métodos de resoluções de questões que envolvem o tema.

Referências

ÁVILA, Geraldo. **Análise Matemática para Licenciatura**. 3. ed., São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

CALLIOLI, Carlos A.; DOMINGUES, Hygino Hugueros; COSTA, Roberto C. F. **Álgebra linear e aplicações**. São Paulo: ATUAL, 1990.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. Volume único. São Paulo: Editora Ática. 2003.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de Aritmética**. Sociedade Brasileira de Matemática. 2.ed. 2016.

IEZZI, Gelson. Matemática: **Ciência e Aplicação.** São Paulo: Editora Saraiva, 2010.

SANTOS, José Plinio de Oliveira. **Introdução à Teoria dos Números**. Coleção Matemática Universitária. IMPA. 2017.

ALGUNS PROBLEMAS MATEMÁTICOS AO LONGO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

YENNYS, Sthênio Iury [1]
SIQUEIRA MARTINES, Mônica de Cássia[2]
Área:(Educação Matemática)

RESUMO: Este trabalho tem por objetivo investigar alguns problemas matemáticos que ficaram em aberto, ou seja, sem demonstração, ao longo dos séculos. Alguns destes problemas ficaram famosos, como os conhecidos problemas clássicos da antiguidade, a quadratura do circulo, a duplicação do cubo e a trissecção do ângulo. A pesquisa é qualitativa, já que nos preocupamos com a compreensão dos problemas e suas respectivas soluções, ou a falta delas. Também se classifica como uma pesquisa exploratória e documental, uma vez que se utiliza apenas de registros, históricos ou não, para obter os dados. Até o momento verificamos a existência de vários problemas em aberto na Matemática e aqui apresentaremos quatro deles.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática; Problemas em aberto; Problemas clássicos da antiguidade

Introdução

Iniciei esse trabalho por estar participando de uma Iniciação Cientifica Júnior na Universidade Federal do Triangulo Mineiro (UFTM). Após ser protagonista em uma atividade de extensão universitária na escola em que estudo, Escola Estadual Minas Gerais, promovida pela UFTM com financiamento do CNPq, fui premiado com uma bolsa de Iniciação Científica Júnior do CNPq, a mesma foi atribuida para ser realizada num projeto com a Matemática.

O trabalho tem como principal foco, estudar os problemas da Matemática, que ficaram sem solução, ao longo da história. Começamos com alguns problemas propostos por filósofos que viveram na Grécia antiga, por volta do século V a.E.c.[3], até problemas que ainda aguardam resoluções e chegam a oferecer prêmios, em dinheiro, para quem for o primeiro a apresentar uma demonstração válida.

Objetivos

Esclarecer que a Matemática escolar é precedida por uma Matemática quase empírica, fazendo sentido as definições e teoremas aprendidos nesse nível de educação.

Modificar conceitos e crenças sobre os matemáticos e a Matemática produzida e apresentada na educação básica.

Metodologia

A metodologia empregada foi a análise documental. Usamos artigos, dissertações de mestrado e doutorado além de trabalhos e imagens disponibilizadas na WEB para conhecer um pouco mais sobre o tema da pesquisa.

Também foi usado o livro "O Teorema Do Papagaio" o qual nos conta uma versão da história dos problemas clássicos da matemática.

Para compreensão da impossibilidade de resposta aos problemas clássicos da antiguidade foi necessário usarmos o *Geogebra*.

Resultados parciais e discussões:

A pesquisa está em andamento e, por esse motivo, aqui apresentamos alguns dos problemas que permaneceram em aberto, ou seja, sem demonstração, na Matemática por muitos anos, e alguns dos problemas nessa área que ainda estão em aberto. Iniciamos com os três problemas clássicos da antiguidade.

[1]Escola Estadual Minas Gerais, 3º ano do Ensino Médio, CNPq, yennysitalia@gmail.com
[2]UFTM, DEMAT, monica.siqueiramartines@uftm.edu.br
[3]a.E.c. – antes da Era comum, usado atualmente para evitarmos as conotações religiosas.

QUADRATURA DO CÍRCULO

O problema foi proposto pelos antigos geômetras gregos, "A primeira menção do problema da quadratura do círculo encontra-se no papiro Rhind, em torno de 1600 a.C.: Construir um quadrado equivalente a um círculo. Reposta: retirar $\frac{1}{9}$ do diâmetro e construir o quadrado sobre o que resta." (Pitombeira, p.3).

O mesmo consiste em dado um círculo, construir um quadrado, usando régua e compasso, exatamente com a mesma área do círculo dado.

Figura 1: Quadratura do círculo

Fonte: Adaptado de Minecraft

Apesar do problema ser considerado difícil, não era tido como impossível. Vários cientistas dedicaram parte da suas vidas na busca por uma solução. De acordo com Pitombeira (p.2), somente em 1837, Wantzell (1814 - 1848), demonstrou que "um número real é construtível com régua e compasso se, e somente se, ele é um número algébrico, de grau igual a uma potência de dois, sobre os racionais."

Interpretando o problema com a Matemática algébrica usada atualmente temos: dado um círculo de raio r, a sua área é $\pi \cdot r^2$, pretende-se construir um quadrado, de lado x, com área igual à área do círculo dado.

Assim, tem-se $x^2 = \pi . r^2$, logo $x = \sqrt{\pi r^2}$. Como π é um número transcendente[4], resulta a impossibilidade da quadratura do círculo recorrendo apenas ao compasso e à régua não graduada, como provado por Wantzell.

DUPLICAÇÃO DO CUBO

Não sabemos quando foi lançado este desafio pela primeira vez, mas a tradição histórica situa-o na época dos pitagóricos, dos discípulos de Pitágoras (século VI a.E.C.).

Segundo Pitombeira (p.4) há duas lendas sobre a origem da duplicação do cubo, com detalhes contraditórios. Uma delas se refere à duplicação de um túmulo cúbico e a outra à duplicação de um altar também em forma de cubo.

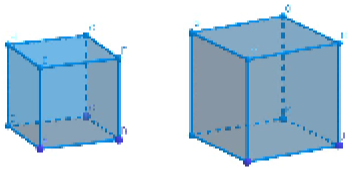
Já Nascimento e Nascimento (2010) nos conta que

> Durante o quinto século A.C., Atenas foi assolada por uma peste que dizimou um quarto de sua população. Uma delegação foi então enviada ao oráculo de Apolo, em Delfos, com a missão de perguntar como combater a epidemia. Diante da pergunta, o oráculo respondeu que o altar cúbico de Apolo deveria ser duplicado. Em vista da resposta do oráculo, foi construído um altar cujas dimensões foram dobradas, mas mesmo assim, a peste continuou. No caso, foi construído um cubo, cuja aresta era o dobro da aresta do cubo original, ou seja, o volume do cubo original foi multiplicado por oito.(NASCIMENTO, NASCIMENTO, 2010)

O problema então consiste em: dado um cubo, construir, com régua e compasso, outro cubo cujo volume do segundo seja o dobro do volume do primeiro.

[4]Um número transcendente é um número real ou complexo que não é raiz de nenhuma equação polinomial a coeficientes inteiros.

Figura 2: Duplicação do Cubo



Fonte: Próprio autor

Tentando resolver algebricamente o problema, consideremos a a aresta do primeiro cubo dado, logo seu volume seria $V_1 = a^3$, e seja x a aresta do segundo cubo, o qual queremos que o $V_2 = 2 \cdot V_1$. Assim teríamos:

$$V_2 = 2 \cdot V_1$$

$$x^3 = 2a^3$$

$$x = \sqrt[3]{2a^3}$$

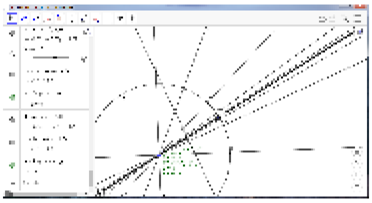
$$x = a\sqrt[3]{2}$$

Mas $\sqrt[3]{2}$ não é raiz de um polinômio irredutível de grau 2^n, logo $\sqrt[3]{2}$ não é construtível.

TRISSECÇÃO DO ÂNGULO

O problema consiste em, dado um ângulo qualquer, dividir o ângulo dado em três ângulos congruentes.

Figura 3: Trissecção do Ângulo



Fonte: Próprio autor

Este problema, assim como os outros dois apresentados, ficou definitivamente resolvido e pela negativa, ou seja, é impossível encontrar um processo que, utilizando apenas um compasso e uma régua não graduada, permita dividir qualquer ângulo em três partes iguais.

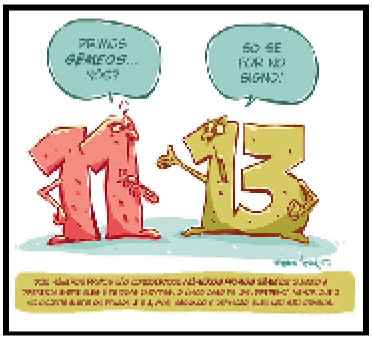
NÚMEROS PRIMOS GÊMEOS

Números primos gêmeos, na teoria dos números, são dois números primos cuja diferença é igual a dois. De acordo com Viana (2018) "esta denominação foi usada pela primeira vez em 1916, pelo matemático alemão Paul Stäckel (1862 – 1919), mas o problema é muito mais antigo."

Ainda segundo Viana (2018) "Os matemáticos britânicos Godfrey Hardy (1877 – 1947) e John Littlewood (1885 – 1977) propuseram uma fórmula para calcular o número de primos gêmeos até um dado número n. Essa fórmula parece funcionar muito bem, mas até hoje não foi provada matematicamente."

Considerando um número real, par, representado por $2x$ baseando-se na fórmula tem-se que $2x = p_1 + p_2$

Figura 4: Números primos gêmeos



Fonte: https://www.obaricentrodamente.com/2012/11/sobre-os-primos-gemeos.html

onde p_1 e p_2 representam números primos quaisquer. Decompondo a fórmula temos que $x+x=p_1+p_2$ uma vez que $x+x=2x$, reorganizando a equação temos que:

$$x-p_1=p_2-x \tag{1}$$

Exemplo: Seja $p_1=1$ e $2x=14$ substituindo em (1):

$$x-p_1=p_2-x$$

$$7-1=p_2-7$$

$$6=p_2-7$$

$$p_2=13$$

13 é o número primo gêmeo do número primo 11, pois:

$$13-y=2$$

$$y=13-2$$

$$y=11$$

Considerações finais:

Estar na universidade para participar do grupo de pesquisa e das reuniões de orientação me aproximou aos alunos da UFTM possibilitando novas amizades e vontade de estar numa universidade, além do contato com técnicas e métodos científicos da Matemática.

Vejo que desenvolver essa pesquisa contribui com o estímulo ao pensamento científico e a difusão do conhecimento em diferentes esferas da sociedade.

No decorrer do projeto, tive algumas dificuldades, tais como a utilização do programa *GeoGebra*, usado pelos alunos e professores do curso de matemática da UFTM, mas depois que aprendi a usar esta ferramenta, a mesma me auxiliou a compreender os problemas clássicos da antiguidade e a sua impossibilidade de resposta.

Referências:

KILHIAN, Kleber. **PRIMOS GÊMEOS** . Disponível em: https://www.obaricentrodamente.com/2012/11/sobre-os-primos-gemeos.html Acesso em: 25/05/2019

NASCIMENTO, Mauri Cunha do; NASCIMENTO, Hércules de Araújo Feitosa. **OS TRÊS PROBLEMAS CLÁSSICOS DA ANTIGUIDADE.** Disponivel em file:///C:/Users/LG/Downloads/18-1-113-1-10-20100114.pdf Acesso 15 de maio de 2019.

PITOMBEIRA, João. **OS TRÊS PROBLEMAS CLÁSSICOS DA MATEMÁTICA GREGA**. Disponivel em: http://www.bienasbm.ufba.br/M20.pdf . Acesso em: 01/03/2019

VIANA, Marcelo. **Primos gêmeos constituem um dos mistérios mais intrigantes da aritmética**. Disponivel em https://www.sbm.org.br/noticias/primos-gemeos-constituem-um-dos-misterios-mais-intrigantes-da-aritmetica. Acesso em 05 de abril de 2019.

A PARTICIPAÇÃO DAS MULHERES NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO

Área:(Educação Matemática)

RESUMO: Ao longo da história diversas mulheres contribuíram para o desenvolvimento das ciências, mas pouco se conhece sobre elas. Nos últimos anos tem se tornado recorrente os estudos e discussões sobre questões referentes à equidade de gênero e, em especial, nos espaços científicos. Segundo dados do Censo da Educação Superior de 2015, coletados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), o percentual de matrículas realizadas por mulheres nos cursos de ensino superior passa de 57%. Apesar disso, pesquisas como a de Brech (2013) e Cavalari (2010) apontam que as mulheres são minoria nos cursos de graduação na área de ciências exatas. O presente trabalho busca, através de pesquisa documental e bibliográfica, identificar as possíveis causas das diferenças de gênero nos cursos de exatas, além de identificar de que forma se dá a participação das mulheres no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Utilizaremos para tanto os dados fornecidos pela instituição referente a quantidade de alunos ingressantes e concluintes no curso, separados por gênero.

PALAVRAS-CHAVE: Mulheres na Matemática; História da Educação Matemática; Universidade Federal do Triângulo Mineiro.

Introdução

Ao longo da história, pouco se tem conhecimento da participação de mulheres no desenvolvimento científico, o que nos faz questionar as razões pelas quais isso ocorre. No que tange a matemática, podemos citar algumas mulheres cujos trabalhos e estudos foram relevantes para diversas áreas, dentre as mais conhecidas temos Hipátia de Alexandria (370-415), considerada a primeira mulher matemática da história, que se dedicou a diversas áreas do conhecimento, tais como Filosofia, Matemática, Astronomia e Poesia; Maria Gaetana Agnesi (1718-1799), matemática italina que desenvolveu estudos na área de análise algébrica e infinitesimal; Emmy Noether (1882-1935), considerada a "mãe da álgebra moderna", se aprofundou na teoria das estruturas de anel, ideais e álgebra não-comutativa, além de introduzir as estruturas algébricas na teoria da topologia desenvolver estudos em física teórica. Mesmo considerando que essas são de bastante relevância para a matemática e estão entre as mais conhecidas das mulheres, ainda assim o reconhecimento é menor se comparado a homens que contribuíram para o desenvolvimento das ciências.

O pouco reconhecimento dado a essas e outras mulheres cientistas reflete aspectos da sociedade na qual estamos inseridos no que se refere às questões de gênero. De acordo com Brech (2013, p.4), "Os papéis sociais impostos pela sociedade, as diferentes expectativas das famílias com relação aos meninos e às meninas e uma educação básica com viés de gênero, estão provavelmente entre as causas para que nós mulheres sejamos menos de 50% já no ingresso da graduação".

No Brasil, apenas em 1827 surge uma lei sobre educação das mulheres em escolas elementares e só 1879 esse direito é estendido ao ensino superior. A partir de então, as mulheres poderiam ingressar no ensino superior, apesar de outros obstáculos enfrentados por estas nesse percurso. Atualmente, a maioria do corpo discente nas universidades brasileiras é do sexo feminino. "Dados do último Censo da Educação Superior, de 2012, coletados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), confirmam "que o universo acadêmico registra maior número de matrículas de mulheres, em cursos de graduação presenciais" (Motta, 2014). Apesar dos altos índices de mulheres matriculadas em cursos de graduação, trabalhos como o de Cavalari (2010) e Rezende e Quirino (2017) nos mostram que esses índices não são tão altos entre os cursos de Ciências Exatas e sobretudo nos cursos de pós-graduação dessa área.

Objetivos

O objetivo da pesquisa é analisar a participação das mulheres no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Triângulo Mineiro, utilizando para isto os dados cedidos pela instituição no que diz respeito aos alunos ingressantes e concluintes, no período de 2009 a 2019. Além disso, espera-se através de pesquisa bibliográfica, identificar as possíveis razões para que as mulheres sejam minoria nos cursos de exatas.

Metodologia

A pesquisa em História da Matemática nos leva a descobrir fatos que poderão providenciar maior compreensão e significado de eventos passados para explicar a situação presente ou estado atual do fenômeno estudado, além da possibilidade de relacionar o estudo em História com questões sociais, possibilitando melhor entendimento da sociedade.

Para realizarmos a pesquisa, usamos a metodologia da análise histórica documental. Essa técnica visa identificar, por meio de catálogos e/ou centros de documentos históricos relevantes para a pesquisa, que servirão como fontes.

> A pesquisa documental trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão, etc. (FONSECA, 2002, p. 32).

Para esta pesquisa, buscamos os documentos na Universidade Federal do Triângulo Mineiro, através do DRCA, o qual disponibilizou os dados referente a quantidade de ingressantes e concluintes no curso de Licenciatura em Matemática, separados por sexo e espera-se identificar como se dá a participação das mulheres no curso.

De acordo com Bloch (apud Mariotto, 2009, p.13), "há dúvidas em relação às etapas do desenvolvimento de uma pesquisa histórica. O mesmo se aplica ao trabalho, ou aos detalhamentos anteriores ao trabalho, que são exigidos do historiador." Ainda sobre a metodologia de pesquisa, Bloch (apud Mariotto, 2009) ressalta que muitos não se dão conta das dimensões dessa empreitada pois o historiador reúne os documento, os lê, e

> esforça-se por lhes pesar a autenticidade e a veracidade. Depois do que, e só então, põe mãos à obra. Só há nisto um contratempo: é que jamais historiador algum procedeu desta maneira. [...] Porque os textos, ou os documentos arqueológicos, mesmo os mais claros na aparência e os mais condescendentes, só falam (verdadeiramente) quando se sabe interrogá-los.

Aprender a interrogar os documentos é uma tarefa árdua, e pode tomar vários caminhos, não podendo, assim, prevermos qual o caminho que será seguido, ou qual o procedimento que será utilizado. Independente do caminho que seguiremos, será necessário arguirmos os documentos encontrados, além de os interpretar à luz dos conhecimentos sociais em questão.

Revisão Bibliográfica:

Rezende e Quirino (2017) problematizam a inserção das mulheres nas áreas de ciências e tecnologia, considerando a crescente presença feminina nas universidades e a reduzida participação em produção científica. Segundo Cavalari (2010), "as mulheres conquistaram seu espaço no nível superior, chegando, inclusive, a serem responsáveis pela maioria das matrículas, nas últimas décadas do século XX". Mas ao mesmo tempo em que se verifica a crescente participação das mulheres em diversos cursos de graduação, pesquisas como a de Cavalari (2010) afirmam que esses números não são tão grandes ao considerar altos níveis na carreira científica.

Dados trazidos no trabalho de Araújo (2018) nos apontam que dentre os bolsistas de produtividade em pesquisa do CNPq em matemática, menos de 15% são mulheres.

> "As estatísticas do último Colóquio Brasileiro de Matemática [...] confirmam esse cenário: dos 888 participantes da edição de 2017 do colóquio, 23,5% eram mulheres, enquanto apenas 16,8% das palestras foram proferidas por mulheres. Dentre os 50 pesquisadores do corpo científico do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa) [...], apenas uma é mulher." (Araújo, 2018)

Segundo Tabak apud Rezende e Quirino (2017), "mesmo não existindo uma discriminação formal ao acesso das mulheres à comunidade científica, a participação delas na produção da ciência e da tecnologia é limitada." São vários os fatores sociais associados à essa discriminação.

Brech (2013) nos traz em sua pesquisa alguns motivos associados aos baixos índices de mulheres na matemática e na produção científica. Já ao iniciar a graduação, podemos nos deparar com a ausência de modelos nos quais inspirar-se, uma vez que pesquisas apontam que a maior parte do corpo docente dos cursos de Matemática é composto por homens. Quando essa discrepância é alta, essa falta de representatividade feminina pode culminar na sensação de não pertencimento ao espaço universitário e a sensação de "ocupar um território alheio" (Brech, 2013, p.5).

Henrion (1997) apud Cavalari (2010) afirma que 44% dos matemáticos estadunidenses são mulheres, no entanto, a maioria das pessoas não as conhecem. Esses dados permitem pensar que não só o baixo índice de mulheres na ciência e na matemática contribuem para o pouco conhecimento destas, mas a falta de reconhecimento das mesmas. Além disso, o reduzido número de mulheres que receberam prêmio de reconhecimento de mérito científico é outro aspecto de bastante relevância ao se pensar na invisibilidade dessas mulheres na matemática.

> Dos 512 prêmios Nobel concedidos, até 2006, nas áreas de Física, Química e Medicina/Fisiologia, somente 12 mulheres foram laureadas; nenhuma matemática foi premiada com a Medalha Fields (equivalente ao premio Nobel em Matemática) e no Brasil, somente 4 mulheres são membros da Academia Brasileira de Ciências na área de Matemática. (CAVALARI, 2010, p. 96)

Outro fator a se considerar quando se pensa nas causas que levam a esse distanciamento, é a dificuldade de se conciliar as vidas pessoal e profissional. Brech (2013) e Cavalari (2010) estão de acordo ao apontar o fato de que a carreira do homem geralmente é priorizada em relação à da mulher, o que dificulta a ascensão da mulher na carreira científica.

> A divisão social do trabalho destinou as mulheres ao espaço doméstico, responsáveis pelos cuidados da casa e dos filhos e "liberou"o homem para o trabalho remunerado no espaço público. A cultura profissional se estruturou pressupondo que um profissional tem uma esposa que é responsável pelos cuidados da casa e dos filhos. A entrada da mulher no mercado de trabalho modificou as relações sociais deste, no entanto, a esfera doméstica não foi modificada, em nenhum momento redistribuiu-se a responsabilidade com os cuidados da casa. Ainda hoje, no Brasil, não é comum a divisão do trabalho doméstico. (CAVALARI, 2010, p. 95)

Outro problema diz respeito ao estereótipos sexuais e preconceitos acerca do profissional de matemática, além da diferença educacional dada a meninos e meninas. A imagem do cientista e do matemático é frequentemente associada à homens, além do fato de que a maior parte dos teoremas vistos durante a educação básica ser associada à homens (Teorema de Pitágoras, de Tales, Fórmula de Euler, dentre outros). Associar os espaços científicos à homens pode ser um obstáculo para que meninas se vejam como sujeitos capazes de produzir ciência.

Conforme visto, são várias as causas para a pouca participação das mulheres nas ciências e em especial na matemática e esse é um padrão observado em âmbito mundial. Espera-se com a o trabalho de revisão bibliográfica, identificar os possíveis problemas enfrentados também pelas mulheres nas universidades do Triângulo Mineiro, caso estas reflitam o cenário nacional.

Resultados parciais:

Em 1953 é fundada na cidade de Uberaba a Faculdade de Medicina do Triângulo Mineiro, que oferecia curso de formação superior em medicina e era mantida pela Sociedade de Medicina do Triângulo Mineiro e era custeada através de anuidades pagas pelos alunos, até que em 1960 a instituição é federalizada.

Com a necessidade de profissionais para trabalharem no hospital universitário, vinculado a faculdade de medicina, surgem os cursos de enfermagem/obstetrícia (1989) e a implementação da Escola Técnica, onde eram oferecidos cursos profissionalizantes, técnicos e tecnólogos (1990). Além disso, 1999 é criado o curso de Biomedicina, vinculado ao departamento de ciências biológicas da faculdade.

Em 2005 é criada a Universidade Federal do Triângulo Mineiro, pela lei nº 11.152 de 29 de julho de 2005. No momento foram iniciados os cursos de Fisioterapia, Nutrição, Terapia Ocupacional, e Licenciatura em Letras Português-Inglês e Letras Português-Espanhol. Em 2008 é criado o curso de Psicologia e, em 2009, surgem os cursos de Licenciatura em Ciências Biológicas, Química, Física, Matemática, História, Geografia, Educação Física e Serviço Social. No ano seguinte surgem os 7 cursos de engenharia e em 2011 a criação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

A seguir apresentamos alguns dados referentes às matriculas efetuadas ao longo de 10 anos no curso de Licenciatura em Matemática da UFTM.

Tabela 1: Número de Ingressantes do Curso de Graduação - Licenciatura em Matemática de 2009-1 a 2019-1 por sexo.

Sexo	Quantidade de Ingressantes
Feminino	279
Masculino	339

Fonte: UFTM/PROENS/DRCA/DCA (2019)

Tabela 2: Número de Concluintes do Curso de Graduação - Licenciatura em Matemática de 2009-1 a 2018-2 por sexo.

Sexo	Quantidade de Concluintes
Feminino	30
Masculino	21

Fonte: UFTM/PROENS/DRCA/DCA (2019)

Os dados coletados referente a quantidade de alunos ingressantes no curso de licenciatura em matemática, desde a primeira turma em 2009-1 até 2019-1, apontam que do total de alunos ingressantes, 45,15% são mulheres. Já nos dados obtidos referente ao número de alunos concluintes de 2009-1 a 2018-2, um fato nos chama a atenção: apenas 8,25% do total de ingressantes concluiu o curso. E dos que concluíram, temos que 58, 82% são mulheres. Os dados apontam que as mulheres são minoria no ingresso do curso, o que confirma os dados analisados a nível nacional em diversas pesquisas. Apesar disso, somos maioria na conclusão do curso.

Considerações finais:

Os dados analisados referente a quantidade de ingressantes e concluintes em matemática na UFTM confirmou a hipótese inicial do trabalho, que seguiria o padrão analisado em diversas pesquisas, que as mulheres são minoria no ingresso do curso. Para fazermos uma análise mais precisa, será necessário continuar as investigações em outras universidades.

Além disso, serão analisados os dados referentes aos cursos de graduação e pós-graduação na área de exatas, para além dos cursos de licenciatura em matemática. Acreditamos que para ter uma visão mais ampla da realidade das mulheres nas universidades em questão, é necessário refletirmos a participação destas em outras áreas das ciências exatas.

Referências

[1] ARAUJO, Carolina. **A matemática brasileira sob a perspectiva de gênero.** Cienc. Cult. vol.70 no.1 São Paulo Jan./Mar. 2018. Disponível em: http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0009-67252018000100010 Acesso: 30 nov. 2018.

[2] BRECH, Christina. **O "Dilema Tortines" das mulheres na matemática.** Matemática Universitária, nº 54. São Paulo, 2013.

[3] CAVALARI, Mariana F. **Mulheres matemáticas:** presença feminina na docência no Ensino Superior de Matemática das Universidades Estaduais Paulistas - Brasil. Revista Brasileira de História da Matemática, vol. 10, no. 19, pág.89-102. Itajubá, 2010.

[4] FAVERO, Maria de Lourdes de Albuquerque. **A Universidade no Brasil:** das origens à Reforma Universitária de 1968. Educar, Curitiba, Editora UFPR., n. 28, p. 17-36, 2006.

[5] HENRION, C. **Women in Mathematics:** The Addition of Difference. Bloomington: Indiana University Press, 1997.

[6] MARIOTTO, Rachel. **A imersão em um mundo mágico e maravilhoso:** um estudo sobre a obra literário - educacional de Mario Tourasse Teixeira. Dissertação de Mestrado, Rio Claro : [s.n.], 2009.

[7] MENEZES, Márcia B. de. SOUZA, Ângela M. F. de Lima e. **Escolhas marcadas pelo gênero:** sobre o ingresso de jovens mulheres e homens nos cursos de graduação da área de exatas na UFBA. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL ENLAÇANDO SEXUALIDADES, 2013, Salvador – BA.

[8] MOTTA, Débora. **Pesquisa analisa a trajetória de inserção das mulheres no ensino superior.** FAPERJ, 2014. Disponível em: <http://www.faperj.br/?id=2748.2.6>. Acesso em: 14 jun. 2019.

[9] MULHERES na Matemática: Biografias. Universidade Federal Fluminense. Disponível em: http://mulheresnamatematica.sites.uff.br/biografias/ Acesso em: 30 nov. 2018.

[10] REZENDE, D. T. QUIRINO, R. **Mulheres na ciência e tecnologia - Porque tão poucas?**. Seminário Internacional de Gênero e 13th Women?s Worlds Congress (Anais Eletrônicos), Florianópolis, 2017.

[11] ROSA, E. C. **Universidade e sociedade:** um estudo descritivo da inserção universitária em especial das mulheres no Brasil. Revista Iniciação e formação docente, Dossiê do X Seminário de Leitura e Produção no Ensino Superior, v. 2 n. 1. Jul. 2015 - jan. 2016.

RELATO DA UTILIZAÇÃO DE METODOLOGIAS ALTERNATIVAS NO ENSINO-APREDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS

THAIS EDUARDA RAMOS DE OLIVEIRA 1[33]

JHONATHAN FELIPE ALVES 2[34]

ROBERTA COSTA 3[35]

VANESSA DE PAULA CINTRA 4[36]

Área: Educação Matemática

RESUMO: O objetivo do estudo consiste em apresentar um relato de experiência adquirido pelos alunos bolsistas atuantes no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) sobre Ensino-Aprendizagem de Matemática com relação ao conteúdo de Números Inteiros, realizado no 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Santa Terezinha localizada no município de Uberaba – MG. O relato tem por finalidade mostrar os processos de estruturação do plano de aula, as etapas de aplicação em sala e a análise dos recursos utilizados no desenvolvimento das atividades de Números Inteiros. De acordo com os resultados obtidos foi possível de promover o interesse dos alunos na aprendizagem de tal assunto. Apesar das dificuldades no decorrer do processo de elaboração, o uso de metodologias alternativas auxiliou na aprendizagem dos alunos e na capacitação profissional dos bolsistas.
.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino-aprendizagem; Números Inteiros; Metodologias.

Introdução

Os processos de ensino-aprendizagem em Matemática compõem-se de muitas dificuldades e limitações para os estudantes, e quando se trata do tema Números Inteiros não poderia ser diferente essa concepção. Mas a presença de obstáculos no ensino de Matemática faz parte do processo de aprendizagem do aluno. (BARBOSA, 2008, p. 55)

De maneira geral, muitos alunos apresentam dificuldades em compreender as Operações que envolvem Números Inteiros, e uma maneira de amenizar este problema recorrente no ensino é aplicabilidade de novas metodologias, buscando alternativas de ensino, como jogos e materiais concretos possibilitando assim uma melhor compreensão dos estudantes. (ONETTA, 2002)

[33] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) thais10duda@gmail.com.

[34] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) jhonathansilva@uberabadigital.com.br

[35] Escola Estadual Santa Terezinha (EEST), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), roberta.costa@uberabadigital.com.br .

[36] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) vanessacintra@yahoo.com.br

Em consoante com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's temos que:

> O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de uma área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem [...]. A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama (BRASIL, 1997 p. 12).

Para a elaboração do plano de aula, os alunos bolsistas recorreram ao documento da Base Nacional Comum Curricular – BNCC se atentando aos objetos de conhecimento e as habilidades relatadas no documento como uma diretriz de como se ensinar sobre Números Inteiros.

Objetivo se faz em relatar a experiência realizada, sendo assim apresentar uma análise sobre a aplicação de metodologias alternativas e com isso apresentar os resultados obtidos, por meio de observações das aulas ministradas.

Metodologia

Trata-se de um estudo relato de experiência de caráter exploratório e de forma descritiva (OLIVEIRA, 2008). Por meio da experiência vivenciada em sala de aula possibilita ações-reflexões sobre o ensino de Matemática na Educação Básica. Participaram deste trabalho dois alunos bolsistas do PIBID responsáveis por ministrarem as aulas sobre o conteúdo de Operação com Números Inteiros, alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Santa Terezinha, em parceria com a professora supervisora responsável por esta turma e a coordenadora do programa PIBID. As atividades foram realizadas, no mês abril de 2019.

O subprojeto do PIBID do Curso de Licenciatura em Matemática da UFTM é fomentado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. Apresenta o objetivo de uma melhoria no ensino tanto na formação de futuros professores quanto na formação continuada de professores, desta forma promovendo a oportunidades para que ocorra troca de saberes. (CAPES, 2008)

Realizou uma pesquisa com o intuito de adotar uma metodologia ativa no ensino-aprendizagem de Números Inteiros, e para desenvolver o processo de estruturação do plano de aula a metodologia constitui-se da estratégia de dinâmicas lúdico-pedagógicas.

Os alunos bolsistas elaboraram um plano de plano de aula sobre Números Inteiros contendo diferentes atividades para serem aplicadas em sala. Para a aplicação do plano de aula se fez necessário três encontros com os alunos totalizando seis aulas de 50 minutos cada uma.

No primeiro encontro apresentamos para os alunos o contexto histórico de como surgiu os Números Inteiros na Humanidade, utilizou-se um projetor multimídia para tal atividade que ocorreu no anfiteatro da EEST[37]. O propósito da atividade foi mostrar que os Números Inteiros surgiram a partir das necessidades humanas, visando ampliação do Conjunto dos Números Naturais (TEIXEIRA, 1993). Em seguida lemos uma história em quadrinhos que retratava a utilização dos Números Inteiros no cotidiano dos alunos, com o objetivo de aproximar o conteúdo com a realidade deles, que foi retirado da internet. (TURMA DA MÔNICA EM: NÚMEROS INTEIROS NOSSO DIA-A-DIA)

No segundo encontrou optamos por realizar uma atividade antes de apresentarmos os conceitos matemáticos do conteúdo, já que o mesmo era um reforço para os alunos que já tinham conhecimento do tema, mas ainda possuíam dúvidas. A atividade consistiu em resolver um Labirinto (IVETE, 2012) sobre Números Inteiros (Figura 1), como era possível mais de uma solução, organizamos os alunos em grupo com o objetivo de construírem um varal dos Números Inteiros (simbolizando a reta) através da resolução desta atividade.

No terceiro encontro apresentamos os conceitos e propriedades de Números Inteiros por meio de uma aula expositiva dialogada, em que os alunos deram sugestões e expuseram as dúvidas que ainda se faziam presentes, ou seja, foi uma aula cujo propósito era de identificar e esclarecer as dúvidas pendentes através de exemplos dos próprios alunos.

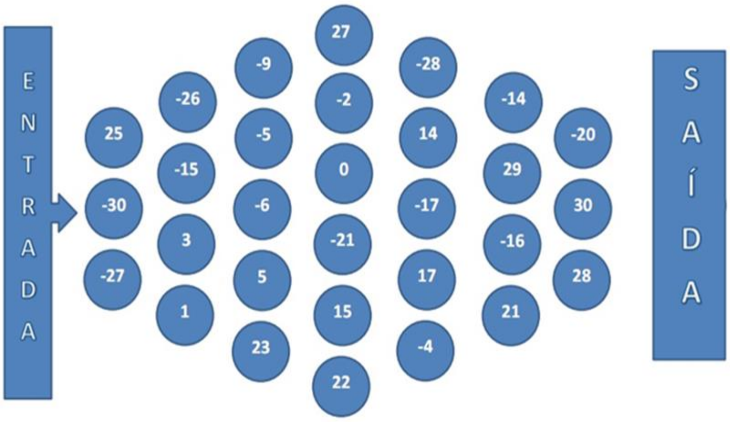
Realizou-se uma pesquisa com o intuito de encontrar um material para utilizar como método avaliativo, e com isso adquirimos um jogo Bingo dos Números Inteiros para a efetivação na aplicabilidade necessitou de adaptações. De modo a finalizar o plano de aula com um conceito diferente de avaliação, que objetivamos estimular os

[37] Escola Estadual Santa Terezinha, localizada no município de Uberaba - MG

alunos a realizarem Operações com Números Inteiros e sendo possível assim identificar suas dificuldades.

Para a realização do Bingo, o professor distribui uma cartela para cada aluno contendo números inteiros, que pode ou não serem os resultados das operações a serem sorteadas pelo professor. Ou seja, o aluno precisa resolver a operação corretamente para obter o resultado e logo após precisa verificar se na sua cartela tem o número. Vence aquele estudante que primeiro completar a cartela.

Figura 1. Modelo do Labirinto de Números Inteiros



Fonte: Autores (2019)

Figura 2. Aplicação do Bingo em sala de aula

Fonte: Autores (2019)

Resultados ou resultados parciais e discussões

O presente estudo se iniciou a partir da observação dos alunos bolsistas na monitoria, momento em que acontece o acompanhamento em sala de aula com a professora supervisora do subprojeto. Diante desse ato foi possível a elaboração de um plano de aula de acordo com as dificuldades dos alunos.

Ao utilizarmos o jogo, como um recurso didático para avaliar o entendimento dos alunos, foi possível de maneira lúdica diagnosticar se os alunos conseguiram adquirir conhecimento por meio das atividades elaboradas.

Segundo Grando (2004, p.18) afirma que

> [...] ao observarmos o comportamento de uma criança em situações de brincadeira e/ou jogo, percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas.

Desta forma, ao analisar as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao compreender o conteúdo, em diálogo com a professora da sala decidimos aplicar recursos didáticos, como jogo e um ensino direcionado em esclarecer as dúvidas dos alunos. Analisamos através das atividades aplicadas que este recurso didático resultou em uma maior interação dos alunos despertando o interesse em aprender sobre Números Inteiros sendo mostrado durante as aulas que faz parte do cotidiano deles, compreendendo assim a importância de se aprender sobre tal conteúdo.

Para os bolsistas a contribuição de planejar, elaborar e executar este plano de aula utilizando novas alternativas de ensino, se fez de grande importância visto que a junção da metodologia tradicional com metodologia alternativa auxiliou e estimulou o processo de ensino-aprendizado desta turma.

Considerações Finais

O relato uma experiência vivenciada em sala de aula, traz consigo reflexões sobre a aplicação das atividades elaboradas e a análise da compreensão dos alunos sobre determinado assunto, quando se trata do Ensino-Aprendizagem de Matemática.

Nesse sentido podemos perceber que o planejamento elaborado para esta sala de aula, contribui para estimular o interesse dos alunos em aprender sobre os conceitos e propriedades de Números Inteiros. A atividade foi concluída com sucesso, com o uso de jogos e materiais manipuláveis, de modo a incentivar a interação dos alunos auxiliando na aprendizagem matemática.

Para os bolsistas na perspectiva de futuro professor vivenciar esta experiência é enriquecedor para a capacitação profissional. Sendo possível assim, adquirir conhecimento em planejar aula, elaborar atividades, analisar e aplicar metodologias alternativas de ensino com a finalidade de auxiliar a aprendizagem dos alunos. O trabalho desenvolvido possibilitou trocas de experiências tanto para os graduandos quanto para os alunos do sétimo ano.

Referências

BARBOSA, Laura Monte Serrat. **Psicopedagogia:** Um diálogo entre a psicopedagogia e a educação. 2. ed. Curitiba: Bolsa nacional do livro, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília/ DF: MEC, SEF, 1997.

BINGO das Operações com Números Inteiros. 2017. Disponível em: <https://rodrigoeducar.files.wordpress.com/2017/04/bingo-das-operac3a7c3b5es>. Acesso em: 18 de mar. 2019.

CAPES. Coordenação De Aperfeiçoamento Pessoal De Nível Superior. **Programa institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID,** 2008. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid>. Acesso em: 8 set. 2019.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulus, 2004.

IVETE. **Atividades e Jogos referentes aos Números Inteiros.** 2012. Disponível em:<http://matematicainformaticauepr.pbworks.com/w/page/44011246/Oficina>. Acesso em: 18 de mar. de 2019.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como Fazer Projetos, Relatórios, Monografias, Dissertações e Teses.** 4. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

ONETTA, A. **Problema de Ensino doa Números Inteiros Dentro da Matemática e a Apresentação de um Propósito Alternativo Valorizando o Usos dos Jogos.** Florianópolis: fev. de 2002.

SILVA, A. D. da; PEREIRA, L. B. D. Algumas Contribuições do Jogo Vai e Vem das Equações no Ensino de Equações do 1º e do 2º Grau. In: SILVA, E. C. da (Org.). **Ensino Aprendizagem de Matemática.** Ponta Grossa: Editora Atena, 2019. cap. 6, p. 55-67.

TEIXEIRA, L. R. M. **Aprendizagem Operatória de Números Inteiros:** Obstáculos e Dificuldades. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1993. 13 p. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1759/10-artigos-teixeiralrm.pdf>. Acesso em: 31 de set. de 2019.

TURMA da Mônica em: Números Inteiros nosso Dia-a-Dia, 2012. Disponível em: <http://contecomigofaat.blogspot.com/2012/05/numeros-inteiros-em-nosso-dia-dia.html>. Acesso em: 29 de mar. de 2019.

ENSINANDO NÚMEROS INTEIROS POR MEIO DE JOGOS

CLEOMIR RIBEIRO DA CUNHA JUNIOR [38]

TIAGO NASCIMENTO LACERDA [39]

DAMARES CRISTINA FÁTIMA DA SILVA [40]

VANESSA DE PAULA CINTRA [41]

CARLA CRISTINA POMPEU [42]

Área: Educação Matemática

RESUMO: Esse trabalho tem como objetivo expor algumas experiências da aplicação de uma atividade sobre números inteiros por meio de jogos, em uma turma do sétimo ano do ensino fundamental na Escola Rural Municipal Totonho de Morais em Uberaba – MG. A aplicação foi realizada no segundo bimestre do ano letivo de 2019 e foi desenvolvida e elaborada por participantes do subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

PALAVRAS-CHAVE: Números inteiros; Jogos; PIBID-Matemática.

Introdução

Este trabalho aborda as problemáticas, objetivos, desafios, aprendizagem de um trabalho desenvolvido por participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), no subprojeto Matemática, em uma turma do 7° ano do ensino fundamental II da escola Rural Municipal de Uberaba, Minas Gerais.

[38] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Bolsista do Programa Institucional de Bolsas de iniciação à Docência (PIBID), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, (CAPES), juniorloscov@gmail.com

[39] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Bolsista do Programa Institucional de Bolsas de iniciação à Docência (PIBID), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), tnlacerda2000@gmail.com

[40] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), damarescristina@hotmail.com

[41] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), vanessacintra@yahoo.com.br

[42] Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), Instituto de Ciências Exatas, Naturais e Educação (ICENE), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ccpompeu@gmail.com

O PIBID é um programa que tem como objetivo aproximar os alunos da graduação da sala de aula durante a sua formação inicial, colaborando com uma formação mais capacitada e com mais experiência, evitando que o único contato com as salas de aula seja apenas nos estágios.

De acordo com o Ministério da Educação (2018), o objetivo do programa é antecipar o vínculo entre os futuros mestres e as salas de aula da rede pública. Com essa iniciativa, o PIBID faz uma articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais."

Sendo assim, buscando fugir dos métodos tradicionais de ensino, os pibidianos elaboraram atividades que trabalhassem com o conteúdo números inteiros de forma que os alunos aprendessem o assunto fazendo relação com outros conteúdos ou noções já conhecidas, desenvolvendo o conhecimento por meio de uma aprendizagem significativa.

Vale destacar que a aprendizagem significativa, é um processo de aprendizagem do qual o novo conteúdo aprendido ou apresentado tem relação com um conceito já conhecido pelo aluno, atuando como um facilitador na assimilação do conteúdo.

Sobre esse método, Moreira (1995, p. 158) enfatiza que

> A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos.

Neste aspecto, para as diversas ferramentas de ensino-aprendizagem na matemática, os jogos são os que vêm sendo apontados e debatidos por diversos autores como CABRAL (2006. p. 20) "...acredito que se utilizarmos jogos no ensino de matemática com a pretensão de resgatar a vontade das crianças em aprender e conhecer mais sobre essa disciplina, eliminando sua áurea de "bicho-papão". Também destacam que os jogos são instrumentos facilitadores e motivadores no ensino de ensino, não só da matemática, como no geral. Como,

> "o jogo pode ser utilizado como um facilitador para a aprendizagem, com diversas possibilidades, como a construção de conceitos e a memorização

> de processos, pois a sua repetição pode ser mais agradável do que a resolução de uma extensa lista de exercícios". (BAUMGARTEL, 2016, p. 4).

Ainda, os jogos matemáticos trazem diversas vantagens para a sala de aula, pois isso auxilia no processo de transmissão de informações, concomitante a este pensamento, Moura e Viamonte (2006, p. 4) retrata que

> A utilização de jogos em ambiente de sala de aula pode ser um recurso metodológico eficaz para consolidar conceitos e para promover a motivação para a Matemática. É importante o professor conhecer diversas possibilidades de trabalho para construir a sua prática e o jogo constitui uma dessas possibilidades pois proporciona o desafio aos alunos, motivando-os para conhecer os seus limites e as suas possibilidades de ir de encontro à vitória.

Pensando nisso e instigados a propor jogos que promovem a participação dos alunos, os pibidianos empenharam-se em apresentar a teoria dos números inteiros de uma forma mais divertida. Assim, de uma maneira lúdica, buscou-se estimular os alunos a serem os próprios descobridores dos resultados e promover o trabalho em equipe, para que possam se ajudar.

Para desenvolver a atividade, utilizou-se alguns jogos que serão apresentados a seguir, como método de fixação e para desenvolvimento racional do aluno. Consoante a Kishimoto (1994, p.22),

> "qualquer jogo empregado pela escola aparece sempre como um recurso para a realização das finalidades educativas e, ao mesmo tempo, um elemento indispensável ao desenvolvimento infantil".

Por fim, com base nessas afirmações desenvolvemos situações problemas por meio dos jogos que se relacionava com o cotidiano dos alunos.

Metodologia

Toda a estratégia e metodologia da atividade foi baseada na aplicação de jogos para estimular o pensamento dos alunos e para que começassem a desenvolver os conceitos de forma intuitiva e facilitar o aprendizado do conteúdo.

Partindo disso, o trabalho foi desenvolvido em quatro encontros, todos em sala de aula.

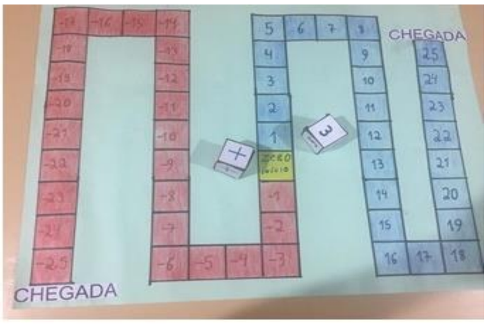
Inicialmente trabalhamos com o jogo da Roleta Monetária. O objetivo da atividade era fazer com que os alunos se deparassem com situações onde teriam ter que pagar um valor que não tinham em mãos, como: possuir 200 reais e ter que pagar 300. Assim os alunos registrariam na ficha, cada um de sua maneira, a sua dívida no jogo. Após o jogo os alunos compartilharam as formas como representaram e foi apresentado a eles os números negativos e como são escritos/representados. Com isso foi introduzido a noção de números inteiros e números opostos.

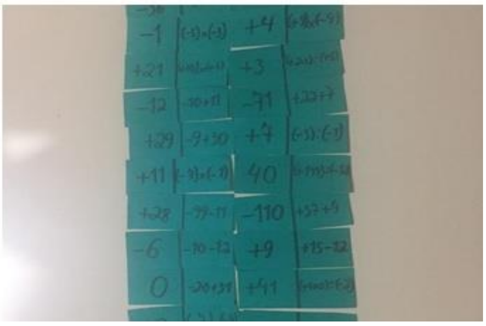
A segunda atividade utilizamos um jogo de tabuleiro que trabalhava a soma e subtração de números inteiros intuitivamente. Logo após foi demonstrado o comportamento dessas somas e subtrações na reta numérica, consolidando o conteúdo e fixando as regras dessas operações com os alunos.

O terceiro jogo, “Eu sei”, foi aplicado após a explicação e demonstração da multiplicação e divisão de números inteiros, que teve o intuito de fixar as regras de sinais e estimular o raciocínio lógico dos alunos e o cálculo mental de multiplicações e divisões.

Para a conclusão do trabalho utilizamos jogo de dominó de números inteiros, para avaliar o aprendizado dos alunos sobre os conteúdos trabalhados. O dominó possuía o padrão de 28 peças, onde um lado tinha uma conta e outro uma resposta. O jogo só fluiria se os alunos realmente soubessem realizar as expressões. Vale ressaltar que todos os jogos utilizados foram elaborados pelos pibidianos.

Figura 1 - ***Jogos aplicados durante o projeto***





Fonte: Autores

Foto 1: Roleta Monetária - Primeira atividade

Foto 2: Tabuleiro da Corridas dos inteiros - Segunda atividade

Foto 3: Cartas do "Eu sei" - Terceira atividade

Foto 4: Peças do dominó - Quarta atividade

Resultados

A avaliação de todo o trabalho desenvolvido foi feito por meio da observação e análise crítica dos pibidianos durante a aplicação dos jogos e, principalmente, na análise da atividade final do dominó por meio da folha de registro. Foi observado que os alunos compreenderam o conteúdo e conseguiam realizar as atividades propostas.

Destacamos que com os jogos os alunos tiveram uma maior interação e maior interesse do que quando utilizamos apenas a forma de ensino tradicional. Os alunos demonstraram evolução durante a aplicação das atividades. Um fator recorrente foi a confusão das regras de multiplicação e divisão que eles acabavam aplicando na adição e subtração, mas foi rapidamente resolvido.

Os pontos negativos observados não foram da aplicação, mas sim da defasagem já carregada de alguns alunos na tabuada. Eles não conseguiam efetuar os cálculos de multiplicação e divisão corretamente por não lembrarem alguns elementos das tabuadas. Isso prejudicou um pouco a aplicação das atividades, contudo foi também um bom momento para que fosse reforçado a importância de saberem a tabuada.

Consideramos que os objetivos foram atingidos, pois os alunos conseguiram aprender o conteúdo de forma lúdica, relacionar com situações no mundo real, levar a noção para o abstrato e algébrico, e realizar as operações e contas propostas. De maneira geral os alunos compreenderam os conceitos de números negativos, conjunto dos inteiros e também as operações realizadas com eles.

Considerações Finais

A experiência de estar em sala de aula é sempre incrível para os alunos que estão em sua formação inicial, pois é um momento em que eles têm contato com o seu futuro ambiente de trabalho.

O trabalho desenvolvido possibilitou desenvolver o de números inteiros de forma lúdica, divertida e estabelecendo relação dos conteúdos matemáticos com o cotidiano.

Deste modo, os pibidianos mostraram e relacionaram o conteúdo de números inteiros com realidade, trabalhando com temperaturas negativas em graus celsius, elevadores com subsolo e retratando em saldo financeiro, dívida e prejuízo, débito e crédito, saques e depósitos. O trabalho desenvolvido possibilitou trocas de experiências, tanto para os graduandos tanto para os alunos do sétimo ano.

Referências

BAUMGARTEL, Priscila. **O uso de jogos como metodologia de ensino Matemática.** Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Curitiba-PR, v. 1, n. 1, p. 1-8, nov. 2016.

CABRAL, M. A. **A utilização de jogos no ensino de matemática.** Florianópolis, 2006.

KISHIMOTO, Tizuco M**. O jogo e a Educação infantil**. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1994.

KISHIMOTO, Tizuco M. **Jogos Tradicionais Infantis:** O jogo, a criança e a educação. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 1993.

MOREIRA, M. A. **Ensino e aprendizagem:** enfoques teóricos. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, São Paulo, 1985.

MOURA, P. C.; VIAMONTE, A. J. **Jogos Matemáticos Como Recurso Didático**. Revista da Associação de Professores, 2006, Universidade Portucalense.

Ministério da Educação. **PIBID -** apresentação. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/pibid/pibid. Acesso em: 29 jul. 2019.

SeMat

Realização:

Universidade Federal
do Triângulo Mineiro

Apoio:

PROFMAT

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

GOVERNO FEDERAL

CAPES

UNEPU

Licenciatura em Matemática

Instituto de Ciências Exatas,
Naturais e Educação
ICENE