

IX Semana da Matemática (IX SeMat)

Anais

ISSN: 2238-5908



Apresentação

A Semana da Matemática (SeMat) é um evento científico anual, de caráter regional, que tem como objetivo propiciar a interação entre discentes, professores, pesquisadores e comunidade em geral.

Esta nona edição aconteceu no período de 24 a 26 de outubro de 2018, promovida pela Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM).

Neste evento serão tratados temas relativos à formação do professor de Matemática em atividades tais como: palestras, mesa redonda, minicursos, comunicações orais, com ênfase na socialização do conhecimento produzido e do pensamento elaborado sobre a formação do educador, de forma a dar visibilidade aos estudos e às experiências relevantes que subsidiam a prática de educadores e profissionais tanto da Educação Básica, quanto do Ensino Superior.

Além disso, serão abordados temas relativos ao espaço escolar pensado como um ambiente privilegiado que deve ser integrado e reconstituído pelos sujeitos da educação. Espera-se como público para o evento, Pesquisadores em Matemática, Educação Matemática e áreas afins, Professores e Profissionais da Educação Básica; alunos de Graduação e Pós-Graduação em Matemática, Educação Matemática e áreas afins.

A Comissão

ISSN: 2238-590

**Comissão Organizadora:
Docentes**

- Ana Carolina Vieira
- Carla Cristina Pompeu
- Nelson Fernando Inforzato
- Osmar Aléssio
- Rafael Peixoto
- Rafael Rodrigo Ottoboni
- Raquel Oliveira Bodart.

Comissão Científica**IFTM**

- Elisa Norberto Ferreira Santos
- José Ricardo Gonçalves Manzan

ICENE/UFTM

- Ana Carolina Vieira
- Marcela Luciano Vilela de Souza
- Michelli Maldonado Carretero de Oliveira
- Renato Vieira Fundão
- Váldina Gonçalves da Costa
- Vanessa de Paula Cintra

ICTE/UFTM

- Camila Mariana Ruiz
- Daniel Oliveira Veronese

PROGRAMAÇÃO 24 de Outubro de 2018 Quarta-Feira 18:00 às 19:00 - <i>Credenciamento</i> Local: Auditório Rubi UFTM 19:00 às 19:20 - <i>Abertura Solene</i> Local: Auditório Rubi UFTM 19:20 às 20:40 - <i>Palestra: "Contribuições e desafios da abordagem Etnomatemática no Ensino de Matemática"</i> Profa. Dra. Maria Cecília de Castello Branco Fantinato - UFF Local: Auditório Rubi UFTM 20:40 às 21:00 - <i>Coffee Break</i> 21:00 às 22:20 - <i>Palestra: "Aula de Matemática: o que cabe dentro da caixa"</i> Prof. Dr. Marco Antônio Escher-UFJF Local: Auditório Rubi UFTM	19:00 às 20:30 - <i>Parte 1 do Minicurso 2:</i> "Introdução ao LaTeX" PET Matemática Local: Laboratório de Informática sala C103 19:00 às 20:30 - <i>Parte 1 do Minicurso 3:</i> "Produção de Stop-Motion para o Ensino de Matemática" PET Conexões Local: LabMat 19:00 às 20:30 - <i>Parte 1 do Minicurso 4:</i> "Polinômios e Contagem, como isso funciona?" Prof. Dr. Jorge Ferreira Alencar Lima - IFTM Local: sala B 201 20:40 às 21:00 - <i>Coffee Break</i> 21:00 às 22:30 - <i>Parte 2 do Minicurso 1:</i> "Da Teoria à Prática" Empresa Júnior da Matemática Local: Laboratório de Informática C 102 21:00 às 22:30 - <i>Parte 2 do Minicurso 2:</i> "Introdução ao LaTeX" PET Matemática Local: Laboratório de Informática sala C103	26 de Outubro de 2018 Sexta-Feira 9:00 às 12:00 - <i>Parte Única do Minicurso 5:</i> "Utilizando Conceitos Básicos de Lógica de Programação para Desenvolver Soluções Educacionais" Prof. Me. Warlisson Miranda Local: Laboratório de Informática sala C103 14:00 às 15:20 - <i>Palestra: "Desafios da Interdisciplinaridade na Escola"</i> Profa. Dra. Natalia Aparecida Morato - UFTM Local: : Auditório Rubi UFTM 15:20 às 15:40 - <i>Coffee Break</i> 15:40 às 18:40 - <i>Parte Única do Minicurso 6:</i> "Modelagem Matemática para Poluição Hídrica" Profa. Ma. Ana Carolina Vieira - UFTM Local: Laboratório B1/B2 19:00 às 20:00 - <i>Apresentação de Trabalhos e Exposição de Produtos Educacionais</i> Local: Salas N 103, N 104 e N 105 20:00 às 20:20 - <i>Coffee Break</i>
25 de Outubro de 2018 Quinta-Feira 19:00 às 20:30 - <i>Parte 1 do Minicurso 1:</i> "Da Teoria à Prática" Empresa Júnior da Matemática Local: Laboratório de Informática C 102	21:00 às 22:30 - <i>Parte 2 do Minicurso 3:</i> "Produção de Stop-Motion para o Ensino de Matemática" PET Conexões Local: LabMat 21:00 às 22:30 - <i>Parte 2 do Minicurso 4:</i> "Polinômios e Contagem, como isso funciona?" Prof. Dr. Jorge Ferreira Alencar Lima - IFTM Local: Sala B 201	20:20 às 20:30 - <i>Apresentação do Projeto Caneco</i> Local: Auditório Rubi UFTM 20:30 às 22:00 - <i>Mesa Redonda "O impacto da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no currículo da Matemática"</i> Participantes: Profa. Dra. Váldina Gonçalves da Costa - UFTM (Mediadora) / Profa. Dra. Carmem Passos - UFSCAR/ Prof. Me. Sérgio Augusto Amaral Lopes- Representante da Rede Estadual de Minas Gerais/ Profa. Ma. Denise Cristina Ferreira - Representante da Rede Municipal de Uberaba-MG Local: Auditório Rubi UFTM

**Catálogo na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do
Triângulo Mineiro**

S47a

Semana da Matemática (9.: 2018: Uberaba, MG)
Anais da IX Semana da Matemática: IX SeMat / Ana Carolina
Vieira ... [et al.] (organizadores). -- Uberaba: UFTM, 2018.
104 p. : il., fig., graf. tab.

Evento realizado na UFTM nos dias 24 a 26 de outubro de 2018
ISSN: 2238-5908

1. Matemática - Congressos. I. Vieira, Ana Carolina. II. Título.

CDU 51(063)

Sumário

COMUNICAÇÕES ORAIS

- A MEDIDA DO “RAIO” E DA “CIRCUNFERÊNCIA” TERRESTRE POR AL-BIRUNI-----07-15
- A CATENÁRIA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA-----16-23
- UM OLHAR SOBRE A PROP. XXXII DE JAMES GREGORY-----24-32
- FILÓSOFO DO SÉCULO XI – OMAR KHAYYAM -----33-40
- ANÁLISE DOS TRABALHOS DO ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), ENTRE 2010 E 2016, REFERENTE AO USO DE TECNOLOGIAS COMO RECURSO PARA A PRÁTICA DOCENTE, NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA -----41-48
- EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS JOVENS E ADULTOS: um estudo nos GT18 e GT19 da ANPEd -----49-56
- MATEMÁTICA CHINESA DO SÉCULO XI: UM BREVE RECORTE SOBRE JIA XIAN E O MÉTODO ADITIVO-MULPLICATIVO PARA EXTRAÇÕES DE RAIZ -----57-64
- PRODUTOS NOTÁVEIS E QUADRILÁTEROS: UMA EXPERIÊNCIA A PARTIR DO PIBIB/UFTM -----63-72
- AL-BIRUNI E A DEMONSTRAÇÃO DE UM DE SEUS TEOREMAS-----73-79
- A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS MATEMÁTICOS NO ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL -----80-88
- RELAÇÃO ENTRE IMAGEM E ESCRITA PARA AS CIÊNCIAS EXATAS. -----89-96
- O PIBID E OS PROFESSORES SUPERVISORES DE MATEMÁTICA NOS TRABALHOS PUBLICADOS NA ANPED DE 2010 A 2017 -----97-103

COMUNICAÇÕES ORAIS

A MEDIDA DO “RAIO” E DA “CIRCUNFERÊNCIA” TERRESTRE POR AL-BIRUNI

OLIVEIRA, Artur Almeida Moura de¹

SILVA, Mariana Santana²

Área: História da Matemática

RESUMO: Este trabalho foi elaborado e apresentado à disciplina de História da Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), sob a avaliação do professor responsável, sem a presença de um orientador. Com o intuito de criar situações que tornem a aprendizagem significativa, o objetivo do trabalho é apresentar um resultado matemático de qualquer lugar do mundo datado do século XI da Era comum. Além disso, desejamos mostrar como o matemático demonstrou o resultado na época e como ele é demonstrado hoje em dia. Escolhemos um matemático do Oriente Médio, cujo resultado teve uma importante relevância para a Matemática da época. Com a metodologia de cunho bibliográfico, pudemos ter uma experiência como pesquisadores históricos, podendo relatar o quão difícil pode ser buscar as fontes históricas mais próximas das originais.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática; al-Biruni; Século XI; Raio da Terra.

Introdução

Abu Arrayhan Maomé ibn Ahmad al-Biruni é uma das principais figuras da Matemática islâmica, conhecido como al-Biruni. Ele contribuiu para a Astronomia, Matemática, Física, Medicina e História.

Figura 1: Retrato de al-Biruni



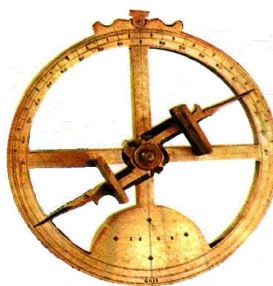
¹ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, FNDE/SESu, arturcurumim@hotmail.com

² Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, FNDE/SESu, mariana_silva96@hotmail.com.br

Fonte: Google Imagens³

Al-Biruni também queria saber como era o tamanho do mundo, outro assunto importante, pois o Império Muçulmano era vasto e seus governantes precisavam saber quão grande era este mundo. Al-Biruni conhecia o trabalho de Erastóstenes, só que nada é tão bom que não possa ser melhorado. Assim, enquanto Arquimedes só precisava de um ponto de apoio para levantar a Terra, Al-Biruni precisou “apenas” de um astrolábio para isso. Um astrolábio é uma seção de uma esfera armilar⁴ e sua função é medir ângulos e elevações.

Figura 2: Astrolábio



Fonte: Google Imagens⁵

Uma introdução à vida de Abu Arrayhan Maomé ibn Ahmad al-Biruni

Al-Biruni nasceu em 15 de setembro de 973 E.C. em Khwarazm (atualmente KaraKalpakskaya, Uzbequistão), uma região adjacente ao Mar de Aral, hoje conhecida como Karakalpakstan e faleceu em 13 de dezembro de 1048 E.C. As duas principais cidades da região eram Kath e Jurjaniyya. Al-Biruni nasceu perto de Kath e a cidade onde nasceu, hoje, é chamada de Biruni, em homenagem ao grande erudito. Ele viveu tanto em Kath quanto em Jurjaniyya e sabemos que ele começou a estudar muito cedo sob os conhecimentos do famoso astrônomo e matemático Abu Nasr Mansur. Embora somente 31 dos seus textos tenham sobrevivido ao tempo, seria o autor de nada menos de 150. Certamente, com a idade de dezessete anos,

³ Disponível em <<https://madrascourier.com/wp-content/uploads/2017/11/Al-Biruni-Madras-Courier-01.jpg>>.

⁴ Instrumento de astronomia aplicado em navegação que consta de um modelo reduzido do cosmo. Estima-se que foi desenvolvido ao longo do tempo, através de observações minuciosas do movimento aparente dos astros em torno da Terra. A esfera é mostrada através de conjunto de armilas, vocábulo que designa anéis, braceletes ou argolas e de onde deriva o nome. Essas armilas são articuladas e indicam os [polos](#), os [trópicos](#), os [meridianos](#) e o [equador](#). A esses acrescenta-se uma banda diagonal, inclinada 23,5° entre trópicos mostrando o caminho do Sol nos 365 dias do ano, mas que muitas vezes se apresenta com outras inclinações, por motivos puramente estéticos.

⁵ Disponível em <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2003/icm11/images/astrolabio.gif>>

al-Biruni estava envolvido em um trabalho científico sério, pois em 990 ele calculou a latitude de Kath, observando a altitude máxima do sol.

Figura 3: Região do Mar de Aral



Fonte: Google Imagens⁶

Outro trabalho que al-Biruni empreendeu quando jovem foi mais teórico. Antes de 995, ele escreveu vários trabalhos curtos. Um que sobreviveu é a sua cartografia, o qual é um trabalho sobre projeções de mapas. Além de descrever sua própria projeção de um hemisfério em um plano, al-Biruni mostrou que, aos 22 anos, ele já era extremamente bem lido por ter estudado uma ampla seleção de projeções de mapa inventadas por outros e ele as discute no tratado. A vida comparativamente calma que al-Biruni levou até este ponto foi chegar a um fim repentino. É interessante especular sobre o quão diferente sua vida e contribuição para a erudição poderia ter sido senão pela mudança em sua vida forçada pelos eventos políticos de 995.

No final do século X e início do século XI foi um período de grande agitação no mundo islâmico e havia guerras civis na região em que al-Biruni estava vivendo. Khwarazm era neste momento parte do Império Samanid que governou de Bukhara. Outros estados da região eram o estado de Ziyarid, com sua capital em Gurgan, no mar Cáspio. Mais a oeste, a dinastia Buwayhid dominava a área entre o mar Cáspio e o Golfo Pérsico e sobre a Mesopotâmia. Outro reino que estava crescendo rapidamente em influência eram os Ghaznavids, cuja capital estava em Ghazna, no

⁶ <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a1/Khwarazm.jpg/300px-Khwarazm.jpg>

Afeganistão, um reino que deveria desempenhar um papel importante na vida de al-Biruni.

Os Banu Iraque eram os governantes da região de Khwarazm e Abu Nasr Mansur, o professor de al-Biruni, era um príncipe daquela família. Em 995, o governo dos Banu Iraque foi derrubado em um golpe. Al-Biruni fugiu com a eclosão da guerra civil, mas é menos claro o que aconteceu com seu professor Abu Nasr Mansur neste estágio.

O número total de obras produzidas por al-Biruni durante a sua vida é impressionante. Kennedy, estima que ele escreveu cerca de 146 trabalhos com um total de cerca de 13.000 fólhos (um fólho contém aproximadamente a mesma quantidade que uma página impressa de um livro moderno). A gama de trabalhos de al-Biruni abrange essencialmente toda a ciência do seu tempo.

Finalmente, devemos dizer um pouco sobre a personalidade deste grande estudioso. Em contraste com as obras de muitos outros, descobrimos muito sobre al-Biruni a partir de seus escritos. Apesar do fato de que não mais do que um quinto de seus trabalhos sobreviveram, obtemos uma imagem clara do grande cientista. Vemos um homem que não foi um grande inovador de teorias originais, matemáticas ou outras, mas sim um observador cuidadoso que era um dos principais expoentes do método experimental. Ele foi um grande linguista que foi capaz de ler em primeira mão um número surpreendente dos tratados que existiam e ele viu claramente o desenvolvimento da ciência como parte de um processo histórico que ele sempre tem o cuidado de colocar no contexto apropriado. Seus escritos são, portanto, de grande interesse para os historiadores da ciência.

Parece claro que, apesar de seus muitos trabalhos em astrologia, al-Biruni não acreditava na "ciência", mas usava-a como um meio para apoiar seu trabalho científico sério. Um muçulmano devoto, ele escreveu textos religiosos para atender a sua seita particular de seus patronos.

Com o intuito de criar situações que tornem a aprendizagem significativa, o objetivo do trabalho é apresentar um resultado matemático de qualquer lugar do mundo datado do século XI da Era comum. Vamos mostrar de forma simples o resultado para que o leitor possa se situar e, depois, da forma mais próxima do original.

Metodologia

Pesquisa de cunho bibliográfico usando a internet como suporte através das enciclopédias online confiáveis. Traduzimos grande parte do material pesquisado através de tradutores automáticos online. Também interpretamos o resultado na sua forma da época para entendermos seu significado atual.

Resultados e discussões

Al-Biruni deixou importantes contribuições também em Geodesia e Geografia, introduzindo técnicas para medição de distâncias usando triangulação. Ele determinou o raio da Terra como sendo igual a 6339,6 Km, antecipando em séculos os ocidentais.

Al-Biruni aplica medições para o estudo da Natureza, de muitas maneiras; na astronomia como exemplificado em al-Qanun al-mas' udi, bem como em Geografia e Física. Em Geografia, particularmente, ele usa a Matemática de muitas maneiras inovadoras e pode ser considerado o fundador da ciência da geodesia.

Em al-Kitab fi'l-usturlab, por exemplo, al-Biruni descreve seu próprio método para determinar a circunferência da Terra. Vamos mostrar, primeiramente de modo simplificado e depois, a primeira tradução (alemã) do documento original.

“A circunferência é medida escalando uma montanha perto do mar e observando o pôr-do-sol e o seu mergulho no horizonte. Em seguida, é determinado o valor da perpendicular a partir da montanha. A partir deste valor é possível determinar o comprimento da circunferência da Terra multiplicando a altura da montanha pelo seno do ângulo complementar de mergulho, para usar a própria descrição, e dividindo o resultante pelo seno verso ⁷do ângulo de mergulho e, finalmente, multiplicando-se esse quociente por 2π ⁸.”

Em seguida, ele acrescenta que “tais questões, no entanto, precisam de experiências reais, e só poderiam ser verificadas por meio de testes”. Al-Biruni teve a oportunidade de experimentar este método no Norte de Dabistan na província de Jurjan, mas devido à falta de assistentes e outras dificuldades não obteve quaisquer resultados satisfatórios. Ele não se desesperou, no entanto, e no Kitab al-tahdid nihdyat al-amakin descreve uma outra tentativa que fez na Índia para usar este método e no qual foi muito bem-sucedido. Chegando ao cume da montanha, Al-Biruni usou seu astrolábio para medir a inclinação de onde ele estava até o ponto no

⁷ O seno verso é uma função trigonométrica pouco utilizada hoje em dia:

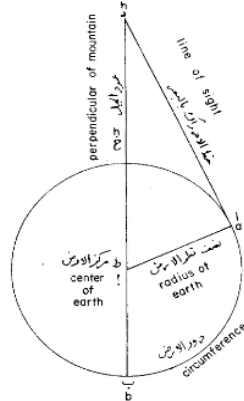
$$\text{seno verso}(\theta) := 1 - \cos(\theta) = 2\sin^2 \frac{\theta}{2}$$

⁸ O valor de “pi” foi considerado como $\pi = \frac{22}{7}$, aproximação constantemente usada na época.

horizonte mais longe que ele conseguia observar. Fazendo suas continhas, Al-Biruni chegou à impressionante marca de 39.835 km para a circunferência da Terra! Hoje, o valor da circunferência da Terra, no equador é de 40.075,16 km. Veja a passagem traduzida de alemã (primeira tradução) para o inglês de

When

and
the
my



Terra, no equador é de 40.075,16 traduzida de alemã (primeira sua demonstração:

in the country of India, I found a mountain adjacent to a level-faced plain; I first ascertained its height at sea-level. I then imagined the sight line passing on its peak connecting the earth with the sky, that is, horizon (da' irat al-ufuq). I found through instrument that its horizon inclined from the Eastern and Western lines a little less than $\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{4}$ degrees. So I took the dip of the horizon as 34 minutes. I then ascertained the altitude of the mountain by taking the heights of its peak in two different places, both of which were in a line with the bottom of the mountain's perpendicular. I found it 652 $\frac{1}{20}$ cubits. Now the mountain's perpendicular (hh) stands erect on (abh), the Earth's sphere; we carry it straight down to (htb), which would necessarily pass through the Earth's center (t) on account of the attraction of the heavy weight on it. Now the tangent touching the Earth from the peak of the mountain (h) passing to the horizon is (ha). We join (t) and (a), and thus is formed the right-angled triangle (hta), of which the angle at (a) is known to be the right angle and the values (of the other two angles) are also known; the angle (aht) being equal to the complementary angle of the dip of the horizon having 89 degrees and 26 minutes, with a sine of 0 p , 59', 59" 49"', 2"', and the angle (hta) being equal to the dip of the horizon itself, that is, 34', with a sine of 0 p , 0', 35", 36". And thus this triangle will also be of known sides in the proportion in which (th) will be sine 1 (that is, 90°) and (ta) (half-chord) will be sine for the complementary angle to the dip of the horizon. Therefore (hh) would be the excess in the sine 1 over the sine for the complementary angle to the dip of horizon, and would come to 0 p , 0', 0", 10"', 57"', 32"', and its ratio to (ta), the sine for the complementary angle to the dip, would be the same as the ratio of the cubits of (hh), the perpendicular of the mountain (that is, 652 $\frac{1}{20}$ cubits) to the cubits of (ta), the radius of the Earth. In this manner the radius of the Earth would be 12,851,359 cubits 50', 42", and the circumference 80,780,039 cubits 1', 38", and a single one of the 360 degrees 224,388 cubits 59' 50". (Esta passagem foi traduzida e completamente explicada por Barani em "Muslim researches in geodesy", pp. 35-41. Extraído de *An Introduction to Islamic Cosmological Doctrines* – Seyyed Hossein Nasr, Thames and Hudson Ltd, 1978, pág. 129-130)

Figura 4: Imagem original do trabalho de Al-biruni

Fonte: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1312/1312.7288.pdf>

Após a descoberta deste método, ele se preocupou com a determinação meticulosa das coordenadas para definir a direção de Meca de todos os lugares para os quais viajou, visando as orações islâmicas, notadamente na Eurásia.

Depois de marcar o conhecido num globo, descobriu que três quintos da superfície da Terra não tinham sido explorados. Ele concluiu que uma ou mais massas de terra deveriam estar entre a Europa e a Ásia, não havendo nada para impedir a existência de terras habitadas, suspeitando do que seriam as futuras Américas, assunto que desperta muitas disputas.

Considerações Finais

Podemos ter como hipótese pela diferença nos valores da época e o atual pelo fato de ele ter tomado como $\pi = \frac{22}{7}$, além de ter-se considerado que a Terra é uma esfera e, na verdade, a Terra é da forma geoide.

Na trigonometria, no estudo dos triângulos e ângulos, os geômetras islâmicos introduziram algumas funções muito úteis, ainda hoje usadas. Conhecia-se anteriormente o seno e sabe-se que eles e os chineses usavam já a função tangente. Mas os islâmicos introduziram as funções cosseno, cotangente, secante e cossecante, que aparecem plenamente estudadas nos trabalhos de alBiruni (973-1055), nomeadamente no seu Tratado Completo Sobre as Sombras. Este geômetra e os seus seguidores conseguiram igualmente construir tabelas trigonométricas de grande precisão, o que tornou estas funções um instrumento prático precioso para a topografia, a arquitetura e a astronomia.

Assistindo a um vídeo de reportagem sobre a ciência produzida no oriente médio por volta do tempo abordado neste trabalho, podemos constatar que as contribuições matemáticas dessa civilização foram no ramo da topologia e geografia, pois a nação se preocupava muito com invasões e a religião interferia muito nesse processo, no sentido de impulsionar a Matemática nesse ramo, com a intenção de acertar a direção para as orações ao deus cultuado lá. O que mais queriam eram orar na direção mais precisa o possível. O vídeo se encontra no link: <https://youtu.be/DmEoHr0kWWU>.

Referências

André. **Grandes Nomes da Ciência: Al-Biruni**. Disponível em: <<https://ceticismo.net/2011/01/15/grandes-nomes-da-ciencia-al-biruni/>>. Acesso em: 2 de out. de 2018.

Autor desconhecido. A casinha da matemática. **Al-biruni e a medida da circunferência da Terra**. Disponível em: <<http://www.amma.com.pt/?p=12381&cpage=1>>. Acesso em: 2 out. 2018.

DOCUMENTÁRIOS REVOLUÇÃO CIENTÍFICA. A Ciência e o Islã - Episódio 2/3 (Documentário). 2013. (59m02s). Disponível em: <<https://youtu.be/DmEoHr0kWWU>>. Acesso em: 02 out. 2018.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, F. E. Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni. Baseado em um projeto de honras por Jessica Daniell (University of St Andrews). (2005). Disponível em: <<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Al-Biruni.html>>. Acesso em: 2 de out. 2018.

SPARAVIGNA, Amelia Carolina. **The Science of al-Biruni**. Departamento Politécnico de Ciências Aplicadas e Tecnologia di Torino, Itália. Disponível em: <<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1312/1312.7288.pdf>>. Acesso em: 2 de out. 2018.

Esfera Armilar. Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Esfera_armilar>. Acesso em: 22 de out. 2018.

A CATENÁRIA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA

GABRIEL FARIA VIEIRA⁹

MÔNICA DE CÁSSIA SIQUEIRA MARTINES¹⁰

Área: Educação Matemática

RESUMO: O objetivo deste trabalho é apresentar alguns personagens (cientistas) históricos envolvidos com o problema e, com a solução, da catenária, curva que durante os séculos XVII e XVIII chamou a atenção por ser um dos tipos de problemas que surgiram a partir da observação de simples processos cotidianos ou de processos mecânicos e rendeu vários trabalhos para encontrar sua equação e a área abaixo da curva. Mais especificamente iremos trabalhar com a biografia dos irmãos Johann (1667 - 1748) e Jakob Bernoulli (1655 - 1705), por terem sido estes, os primeiros a publicar uma solução ao problema da catenária usando o novo cálculo infinitesimal, cálculo este que começou a ser difundido a partir de 1684, quando Leibniz publicou seu artigo sobre essa ciência na *Acta Eruditorum*, revista alemã fundada em 1682. O método de pesquisa utilizado é a análise documental, que passou de fontes secundárias a fontes primárias como aprimoramento da pesquisa.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática. Catenária. Irmãos Bernoulli.

Introdução

A proposta de iniciação científica iniciada em maio de 2017 na Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM) teve como objetivo principal compreender historicamente o problema da Catenária e, como objetivos específicos, aprender a interrogar os documentos, entender a diferença entre as fontes originais e as fontes secundárias, além de explorar a matemática que existe nos vários documentos ao longo da história da curva Catenária. O objetivo deste trabalho é apresentar alguns personagens (cientistas) históricos envolvidos com o problema e, com a solução, da catenária. Mais especificamente iremos trabalhar com a biografia dos irmãos Johann e Jakob Bernoulli, por terem sido estes, os primeiros a publicar uma solução ao problema da catenária usando o novo cálculo infinitesimal, cálculo este que começou a ser difundido a partir de 1684, quando Leibniz o publicou na *Acta Eruditorum*, revista alemã fundada em 1682 por Leibniz.

Metodologia

⁹ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, FNDE, e-mail: gabriel170898123@gmail.com.

¹⁰ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, e-mail: monica.siqueiramartines@uftm.edu.br

Segundo Baroni, Nobre e Teixeira (2004, p.166) “a inserção formal da História da Matemática no âmbito educacional concretiza e fortalece sua relação com a Educação Matemática, abrindo perspectivas de pesquisas em várias frentes.”

Compreendemos assim, que a iniciação científica, teve como metodologia a pesquisa de análise documental, o que fortaleceu a relação com a educação matemática quando esta nos permitiu várias frentes. A primeira frente possibilitada pela pesquisa documental foi a busca dos documentos originais em sites confiáveis (*Gallica, Mac Tutor, ...*), uma vez que, a porção da história que queríamos contar situa-se na Europa. Esta análise documental contou com fontes não primárias, uma vez que, os originais estão escritos em latim, os quais foram traduzidos para o inglês e, neste trabalho, usamos a versão em português. Em seguida buscamos a obra original de Johann Bernoulli sobre a Catenária para identificarmos alguns procedimentos matemáticos que a obra terciária mencionou, mas que devido aos nossos conhecimentos matemáticos atuais, pareciam estar equivocados. Encontramos a obra *Lectiones Mathematicae de Calculo Integralium in Opera Omnia* de 1742 e passamos a utilizá-la.

A segunda frente foi de acordo com Pinsky et al (2008, p.7), a possibilidade de refletirmos sobre o modo de trabalharmos com fontes, apropriando-se delas por meio de abordagens específicas, métodos diferentes e técnicas especializadas. Também segundo Saviani (2006, p.29), devemos nos atentar ao fato que na história todas as fontes são construídas, ou seja, são produções humanas. Nesse sentido, essas não são exatamente a origem de certo fenômeno histórico, mas sim um registro sobre este. Há também uma analogia sobre as fontes de água, das quais brotam água infinitamente, com as fontes históricas, das quais brotam infinitas informações, no sentido de que, sempre que se retorna à uma fonte, percebe-se detalhes, significados e informações que não haviam sido percebidos antes

Dessa forma, a pesquisa realizada e aqui, parte apresentada, fez com que aprendêssemos a realizar pesquisas em documentos históricos ao mesmo tempo em que aprendemos a dar importância a estes e aos conteúdos de Matemática vistos em todo o percurso acadêmico, seja nas aulas da graduação, nas reuniões de iniciação científica, nos cursos oferecidos extracurriculares, e em demais atividades promovidas por instituições de ensino.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Um relato sobre a vida de Jakob Bernoulli

Jakob Bernoulli nasceu em janeiro de 1655, na cidade de Basel. Filho de um comerciante de especiarias. Pressionado por seus pais, estudou filosofia e teologia, obtendo mestrado em filosofia no ano de 1671 e licenciatura em teologia em 1676. Entretanto, Jakob mostrava-se interessado nas áreas da matemática e astronomia, tendo estudado ambas enquanto fazia suas outras graduações.

De acordo com O'Connor e Robertson (1998a), Jakob estudou com alguns dos principais matemáticos e cientistas de sua época, dentre eles os seguidores de Descartes (1596-1650), Hudde (1628-1704), Boyle (1627-1691) e Hooke (1635-1703), enquanto viajava pela Europa. Posteriormente, retornou à Basel, quando começou a lecionar na Universidade de Basel, e a publicar na revista *Acta Eruditorum*, na qual Leibniz também publicava. Foi nomeado professor de matemática na Universidade em 1687, e, juntamente com seu irmão Johann Bernoulli, começou a estudar as publicações sobre o cálculo apresentado por Leibniz, que havia sido publicado na *Acta* em 1684.

Ainda de acordo com O'Connor e Robertson (1998a), Jakob escreveu muitos trabalhos sobre matemática, como um trabalho sobre probabilidade, publicado em 1685, sendo alguns dos mais importantes seu trabalho sobre séries infinitas e a Lei dos Grandes Números, o qual diz que quanto mais vezes um experimento for repetido, maior a probabilidade das médias aritméticas da média aritmética dos resultados observados se aproximar da probabilidade real. Ele também publicou cinco tratados sobre séries infinitas, dentre os quais ele achou que o resultado da série harmônica $\sum \frac{1}{n}$ não convergia; entretanto, Mengoli já havia achado esse resultado 40 anos atrás.

Jakob Bernoulli também resolveu o problema conhecido como isócrona, o qual hoje consiste em achar a curva cujo tempo gasto por um objeto para deslizar sem fricção em gravidade uniforme até seu ponto de mínimo é independente de seu ponto de partida. Em 1696, ele também resolveu uma equação, a qual levou seu nome: “equação de Bernoulli”, dada pela fórmula $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y(x) = Q(x) \cdot y^n(x)$, a qual ainda é utilizada para resolver equações diferenciais. O livro *Ars Conjectandi*,

publicado após sua morte, embora não estivesse completo, continha importantes teorias no campo da probabilidade e analisava também o trabalho de outros no mesmo campo. Jakob continuou a ocupar a cadeira de Basel até sua morte, em 1705, aos 50 anos. (O'Connor e Robertson).

Johann Bernoulli: uma história de sua vida

De acordo com O'Connor e Robertson (1998b), Johann Bernoulli nasceu 12 anos depois de seu irmão Jakob, em 1667. Ele cursou medicina na Universidade de Basel. Enquanto estava no curso, seu irmão ministrava aulas na mesma universidade, e ele passou a estudar matemática e física com ele, tendo demonstrado grande inclinação para ambas as áreas. Ambos estudaram juntos as publicações de Leibniz sobre o cálculo, e ajudaram a difundi-lo. A partir de 1690, Johann passou a dar palestras sobre o cálculo infinitesimal.

De acordo com O'Connor e Robertson (1998b), Johann viajou para a França, onde conheceu o marquês de L'Hôpital (1661-1704). Este ficou maravilhado ao saber que Johann havia entendido as publicações de Leibniz, e pediu para que ele lhe ensinasse, o que Johann aceitou mediante pagamento. Posteriormente, L'Hôpital publicou um livro sobre cálculo. O livro era praticamente idêntico as aulas que Johann ministrara, apenas com algumas correções. E isso irritou muito Johann, visto que L'Hôpital não lhe deu o devido crédito, tendo apenas o mencionado no prefácio e nada dito sobre as lições que ele lhe dera. No entanto, poucos acreditaram em Bernoulli, pois não havia prova concreta que ele dera as aulas. Esse fato foi alterado a partir de 1922, quando documentos puderam ser revisitados e informações detalhadas das aulas vieram à tona.

Em 1691, resolveu o problema da Catenária sendo essa resolução a resposta para um problema lançado por seu irmão à comunidade matemática. A resolução da Catenária foi seu primeiro trabalho importante produzido independentemente do seu irmão, Jakob, embora eles estivessem estudando curvas cáusticas juntos.

O'Connor e Robertson (1998b) citam que, em 1694, ele estudou a curva $y = x^2$, além de investigar séries usando o método de integração por partes. Descobriu teoremas de adição para funções trigonométricas e funções hiperbólicas, utilizando-

se de equações diferenciais. Johann chamou a atenção dos acadêmicos, e então lhe foi oferecida uma cadeira na Universidade de Groningen, nos Países Baixos. Johann casou-se e seus três filhos, Nicolaus (II) Bernoulli, Daniel Bernoulli e Johann (II) Bernoulli, também vieram a se tornar matemáticos.

Johann permaneceu em Groningen por 10 anos, lecionando na universidade e continuando seus estudos em matemática. Ao fazer uma viagem para Basel por motivos pessoais, ele descobriu que seu irmão havia morrido de tuberculose há pouco tempo, então havia uma cadeira vazia na universidade, a qual Johann ocupou até sua morte. (O'Connor e Robertson, 1998b).

O problema da Catenária: uma interpretação

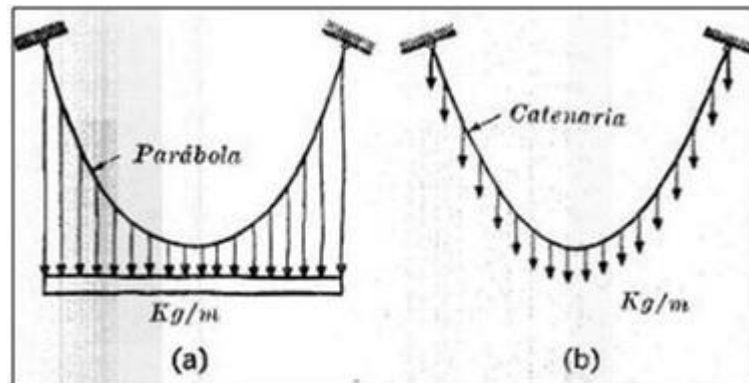
O problema da Catenária consiste em definir a curva formada por um fio flexível e de densidade uniforme, pendurado por dois pontos, somente sob a ação da gravidade, descartando-se todos os demais processos físicos, tais como expansão ou dilatação.

Este problema é antigo e, de acordo com Baron e Bos (1974, p.38), o primeiro a publicar algo no sentido de resolver o problema foi Galileu Galilei (1564-1642). Ainda de acordo com os autores citados, em 1636 Galileu chegou à conclusão que a curva, com a propriedade descrita no primeiro parágrafo, seria uma parábola, o que na figura abaixo fica geometricamente falando, evidenciado como as duas são próximas, porém diferentes. Em 1647, Huygens (1629-1695) publicou uma conjectura baseada em um rigoroso raciocínio geométrico, demonstrando que a catenária não seria uma parábola, embora este, segundo Baron e Bos (1974, p.38), não tenha conseguido determinar sua verdadeira forma.

Em maio de 1690, Jakob Bernoulli (1655-1705) relançou o problema à comunidade científica, publicando-o na revista *Acta Eruditorum*. Neste artigo, Jakob desafiou outros matemáticos para resolvê-lo. As respostas que chegaram à *Acta* foram as do próprio Jakob Bernoulli junto com seu irmão Johann Bernoulli, Huygens e Leibniz. Dessas, apenas a de Huygens usava o estilo arquimediano clássico, ou seja, era uma resolução geométrica, e, as outras, foram resolvidas utilizando o “novo” cálculo infinitesimal. As resoluções usando o cálculo infinitesimal foram um sucesso

público do novo método matemático. Após a apresentação pública da resolução deste problema, muitas outras resoluções de curvas utilizaram-se do cálculo infinitesimal. (Baron e Bos, 1970, p.39)

Figura 7: A Catenária comparada com a Parábola



FONTE 7: Galera Cult

A Resolução apresentada por Johann Bernoulli: uma visão

Três resoluções chegaram à *Acta*, sendo uma do próprio Johann Bernoulli, uma de Leibniz e outra de Huygens. Enquanto que Huygens resolveu o problema utilizando apenas geometria, Leibniz e Johann utilizaram o cálculo infinitesimal. Porém, é válido ressaltar que, durante a época, resoluções puramente algébricas não eram aceitas, fazendo com que os matemáticos tivessem que provar suas resoluções geometricamente. Entretanto, nenhuma dessas resoluções continha o método pelo qual foram deduzidas. O método de Johann, que foi o estudado, é hoje conhecido por meio das aulas que ministrou ao marquês de L'Hôpital. (Baron e Bos, 1974, p.39)

Johann Bernoulli, em sua resolução, primeiramente considerou algumas hipóteses físicas, relacionadas ao equilíbrio de corpos estáticos, e com base nestes construiu então uma equação diferencial, $s = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2} dy$ onde s é o comprimento do arco e a uma constante. No entanto, como a equação possuía as variáveis x e y implicitamente, não era possível um cálculo direto desta. Então, Johann manipulou algebricamente a equação de modo a transformá-la numa que envolvia x e y explicitamente, $dy = \frac{adx}{s}$. Bastava então integrá-la. Porém não havia ainda um meio de calcular integrais de funções que resultassem em logaritmos.

Johann montou então um sistema formal de construção dos pontos da curva, publicando seu resultado na *Acta*. (Baron e Bos, 1974, p.40). Sobre esse resultado estamos o estudando e será assunto de um próximo trabalho.

Considerações Finais

O trabalho de iniciação científica ainda está em andamento. Estamos investigando o método geométrico de Johann Bernoulli empregou na solução da curva, usando para isso suas aulas de cálculo integral. Investigar sobre sua vida nos auxiliou a compreendermos como os Bernoulli trabalharam em tantos problemas e foram tão bem-sucedidos em suas carreiras, de acordo com Nobre (2004, p.539)

A forma como a história é apresentada, muitas vezes, isola o grande pensador do mundo do qual ele fez parte, mas não se pode esquecer que, nesse mundo, estavam presentes a família, o ambiente social, os amigos, a escola e seus professores. Caracteriza-se como ingenuidade histórica a afirmação de que nada disso teria contribuído para que o grande gênio chegasse aos seus resultados.

O apoio que Jakob deu a seu irmão Johann no início de sua carreira foi essencial para que o segundo permanecesse no ramo da matemática e pode nos presentear com seus inúmeros trabalhos bem-sucedidos. Assim, estudar a biografia dos cientistas favorece a escrita do historiador e auxilia a compreensão de que a matemática é produzida na sociedade e como tal não pode estar desvinculada dela.

Referências

BARON, Margaret E.; BOS, H. J. M. **Curso de História da Matemática: Origens e Desenvolvimento do Cálculo**. Brasília: Universidade de Brasília, 1985.

BERNOULLI, Johannis; HOFMANN, J.E. (ed.). 1727 ad hanc usque diem. Accedunt lectiones mathematicae de calculo integralium. **Volume 3 de Johannis Bernoulli opera omnia: tam antea sparsim edita, quam hactenus inedita**. Paris: G. Olms, [1742]. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=bDmpnQEACAAJ>>. Acesso em: 28 maio 2018.

PINSKY, Carla Bassanezi et al. **Fontes Históricas**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2008. Disponível em: <<https://teoriografia.files.wordpress.com/2015/08/pinsky-carla-fontes-histc3b3ricas.pdf>>. Acesso em: 24 maio 2018

MACHADO, Lígia Cordeiro. **A Braquistócrona**. 2011. 22 f. Monografia (Especialização) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Minas Gerais,

Belo Horizonte, 2011. Disponível em:
<http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUOS-94QM4F/a_braquistocrona.pdf?sequence=1>. Acesso em: 24 maio 2018.

NOBRE, Sérgio Roberto. **Leitura Crítica da História: Reflexões sobre a História da Matemática.** In: Ciência & Educação, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F.. **Jacob Bernoulli.** (1998a). Disponível em:
<http://www-history.mcs.standrews.ac.uk/Biographies/Bernoulli_Jacob.html>.
Acesso em: 24 maio 2018.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F.. **Johann Bernoulli.** (1998b). Disponível em:
<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Bernoulli_Johann.html>.
Acesso em: 24 maio 2018.

Um olhar sobre a Prop. XXXII de James Gregory

COSTA, Thais de Souza¹

Martines, Mônica de Cássia Siqueira²

Área: Educação Matemática/História

RESUMO: O trabalho tem como objetivo compreender os métodos utilizados por James Gregory, matemático escocês do século XVII, no desenvolvimento do que hoje conhecemos por Teorema Fundamental do Cálculo. Para isso, utilizamos como fonte de pesquisa a obra *Vera circuli et hyperbolae quadratura*, de 1668, em especial a Proposição XXXII da mesma, na qual o autor, de acordo com Baron e Bos (1985), apresenta uma demonstração do que compreendemos hoje serem as funções inversas derivada e integral, ou o Teorema Fundamental do Cálculo. Para tanto ele utiliza uma linguagem verbal e geométrica, com estruturas de demonstração baseadas no método de exaustão. No decorrer da pesquisa, tratamos algumas informações referentes às fontes em história da matemática, uma breve biografia de James Gregory e a tradução da proposição estudada, na qual apresentamos uma interpretação de caráter mais algébrico, com o objetivo de tornar mais compreensível para a linguagem matemática atual e verificar as contribuições do autor para o Cálculo Diferencial e Integral.

PALAVRAS-CHAVE: História do cálculo diferencial e integral; História da matemática; Teorema fundamental do cálculo; James Gregory.

1 Introdução

O século XVII foi marcado por atividades científicas que se tornaram significativas, em especial, ao que tange à matemática, tivemos contribuição de matemáticos de diversos países Itália, França, Inglaterra e Países Baixos. Questões relacionadas ao cálculo de áreas, volumes e comprimentos de arcos instigavam os estudiosos da época e em especial dois grandes problemas: o problema das tangentes (determinar as retas tangentes a uma curva dada) e o problema da quadratura (determinar a área sob uma curva dada).

Matemáticos como Leibniz (1646-1716) e Newton (1643-1727) tiveram muita influência no desenvolvimento do cálculo diferencial e integral, mas é evidente que ambos se apoiavam em resultados e métodos desenvolvidos por outros matemáticos antes deles. Um desses foi James Gregory (1638-1675), matemático escocês que foi professor na universidade de St Andrews e na universidade de Edimburgo.

Gregory é autor de várias obras, entre elas destacamos *Vera circuli* e *Geometriae*, nas quais preocupou-se em estender e generalizar o método da exaustão³. Também se interessou em tentar provar a impossibilidade da quadratura do círculo, da elipse e da hipérbole. *Geometriae* continha tratados contendo todas as operações para determinar arco, tangente, área e volume, razão pela qual tenha influenciado diretamente no desenvolvimento do Cálculo. Segundo Baron e Bos (1985b, p.44) Gregory “tinha clara compreensão da relação inversa entre tangente e quadratura.”

A questão central deste trabalho é compreender os métodos utilizados por James Gregory no desenvolvimento do que hoje conhecemos por Teorema Fundamental do Cálculo. Para isso, foi realizada pesquisa em fontes históricas que os levassem a compreender seu método de demonstração, afim de torná-la mais compreensível para a linguagem matemática atual e verificar suas contribuições para o Cálculo Diferencial e In-

¹UFTM,DEMAT/ICENE, FNDE, thaiscosta-@live.com

²UFTM,DEMAT/ICENE,monica.siqueira@uftm.edu.br

³Método da Exaustão foi um dos métodos mais utilizados para demonstrar a quadratura do círculo (A_c área do círculo), o qual consistia em inscrever (I_n) e circunscrever (C_n) polígonos ao círculo dado, afim de que quanto maior a quantidade de lados (n) dos polígonos inscritos e circunscritos, mais a área do círculo se aproximava, por exaustão, da área destas figuras: $I_n \leq A \leq C_n$.

tegral. Utilizamos como fonte principal a obra *Vera circuli et hyperbolae quadratura*, de 1668, em especial a Proposição XXXII da mesma.

2 Metodologia

Para realizarmos a pesquisa fizemos uma busca bibliográfica. Encontramos uma fonte terciária, Baron e Bos (1985), que nos fez seguir a busca pela fonte primária a fim de analisarmos o documento original.

Assim, a pesquisa documental teve início na obra *Vera circuli et hyperbolae quadratura*, a qual está escrita em latim e, por este motivo, se tornou interessante.

3 Resultados ou resultados parciais e discussões:

3.1 Uma biografia de James Gregory

A biografia de James Gregory (1638-1675) que aqui trazemos, foi baseada na tradução de O'Connor e Robertson (2000). De acordo com estes autores, Gregory nasceu em uma pequena paróquia no rio Dee, a cerca de quinze quilômetros a oeste de Aberdeen, na Escócia, como pode ser visto na imagem ??(b). Pertenceu a uma família instruída, com a qual aprendeu matemática e tinha conhecimento da obra *Os Elementos*, de Euclides. Estudou durante quatro anos na Itália, onde conheceu os métodos italianos sobre indivisíveis, e foi professor na universidade de St Andrews e na universidade de Edimburgo.

Em 1664, Gregory foi para a Itália, onde passou os próximos três anos, e se instalou em Pádua, onde Galileu havia lecionado. Foi durante esse tempo que Gregory entrou em contato com a escola dos geometras italianos, particularmente a de Cavalieri, cujo método de indivisíveis o levaria para o Cálculo Integral. Em Pádua, ele trabalhou com Angeli⁴, que o influenciou profundamente. (O'Connor e Robertson, 2000).

Seus principais trabalhos, publicados enquanto ainda estava em Pádua, são a *Vera circuli et hyperbolae quadratura*⁵ (1667) e *Geometriae pars universalis*⁶ (1668). Em *Vera Circuli*, pretendia provar uma propriedade sobre a natureza transcendental⁷ dos números π e e . Apesar de seus argumentos conterem erros sutis, isso não diminui o trabalho e a coleção de ideias contidas na obra, tais como: convergência, funcionalidade, funções algébricas, funções transcendentais, etc. Em *Geometriae pars universalis*, Gregory afirma ser "[...] uma primeira tentativa de escrever um livro-texto de forma sistemática sobre o que devemos chamar de cálculo" e o mesmo continha resultados muito significativos em análise infinitesimal. (O'Connor e Robertson, 2000).

Este livro contém a primeira prova conhecida de que o método de tangentes (diferenciação) é inverso ao método de quadraturas (integração). Gregory mostra como transformar uma integral por uma mudança de variável e apresenta a $x \rightarrow x - 0(x)$, ideia que é base das fluxões de Newton. Newton e Gregory estavam trabalhando as ideias básicas do cálculo ao mesmo tempo, assim como outros matemáticos. (O'Connor e Robertson, 2000).

James Gregory também foi responsável por fazer a expansão em série infinita de $\arctg(x)$, $tg(x)$ e $\operatorname{arcsec}(x)$ em 1667 e tentou demonstrar que a quadratura euclidiana do círculo era impossível pela série

$$\arctg(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

⁴Stephano degli Angeli era um matemático italiano que estudava sobre infinitesimais, com ênfase na quadratura de espirais generalizadas, parábolas e hipérbolas.

⁵Quadratura e hiperbole do círculo

⁶"Geometria Universal"

⁷Um número α é algébrico quando é possível encontrar uma equação polinomial com coeficientes inteiros, da qual α seja raiz. Um número que não é algébrico é denominado transcendente.

que desenvolveu um importante papel no cálculo do valor do π .

Apesar da sua relutância em publicar seus métodos, suas contribuições para a matemática são notáveis. Afirma-se que Gregory antecipou Newton ao descobrir a fórmula de interpolação e o teorema binomial em 1670; descobriu a série de Taylor mais de 40 anos antes de Taylor; resolveu o famoso problema de Kepler de como dividir um semicírculo por uma linha reta através de um determinado ponto do diâmetro em uma proporção dada (seu método era aplicar séries de Taylor ao cicloide geral); dá um dos primeiros exemplos de um teste de comparação para a convergência, essencialmente dando o teste de proporção de Cauchy, juntamente com a compreensão do restante; ele deu uma definição da integral que é essencialmente tão geral quanto a dada por Riemann; a compreensão de todas as soluções para uma equação diferencial, incluindo soluções singulares, é impressionante; ele parece ser o primeiro a tentar provar que π e e não são a solução de equações algébricas; ele sabia como expressar a soma dos n -ésimos termos das raízes de uma equação algébrica em termos dos coeficientes; e uma observação em sua última carta a Collins sugere que ele começou a perceber que equações algébricas de grau maior que quatro não poderiam ser resolvidas por radicais. (O'Connor e Robertson, 2000).

3.2 O uso do método da exaustão por Gregory

Arquimedes de Siracusa (287 – 212 a.C.) foi um matemático grego, ao qual muitos historiadores creditam a antecipação, ou até mesmo a invenção, do cálculo integral. Suas contribuições na matemática foram significativas, e a ele é atribuído a criação da estática e hidrodinâmica (dois ramos da física) e invenções mecânicas usadas na defesa da cidade de Siracusa contra o ataque das tropas romanas durante a segunda guerra Púnica (218 - 201 a.C.). Em seu trabalho também desenvolveu o *método da exaustão*, creditado a Eudoxo (390 - 337 a.C.), pelo qual

O método de Eudoxo, do século V a.E.C., consistia em inscrever polígonos regulares em uma figura curvilínea, como um círculo, e ir dobrando o número de lados até que a diferença entre a área da figura e a do polígono inscrito se tornasse menor do que qualquer quantidade dada. Arquimedes propôs um refinamento desse método, comprimindo a figura entre duas outras cujas áreas mudam e tendem para a da figura inicial, uma crescendo e outra decrescendo. A área de um círculo, por exemplo, era envolvida por polígonos inscritos e circunscritos, de modo que, aumentando-se o número de lados, suas áreas se aproximavam da área da circunferência. Ou seja, a diferença entre as áreas dos dois polígonos deve poder ser tornada menor do que qualquer quantidade dada quando o número de lados aumenta. (ROQUE, 2012, p.203)

Até meados do Século XVII, muitos matemáticos ainda se baseavam no método de demonstração de Arquimedes, e assim ocorreu com James Gregory. Segundo Baron e Bos (1985), a obra *Vera circuli et hyperbolae quadratura* é a obra mais original dele, onde preocupou-se em estender e generalizar o método da exaustão, onde a quantidade desejada era inserida entre seqüências de figuras inscritas e circunscritas. O autor estava muito envolvido com a mentalidade clássica, o que ficou claro ao analisar a proposição a seguir, na qual suas demonstrações eram geométricas e verbais, sem desenvolver algebricamente a mesma. Ele “esboçou o início de uma teoria de convergência para tais seqüências, isto é, ele tentou definir condições segundo as quais era possível assumir que $L = \lim(I_n) = \lim(C_n)$.”

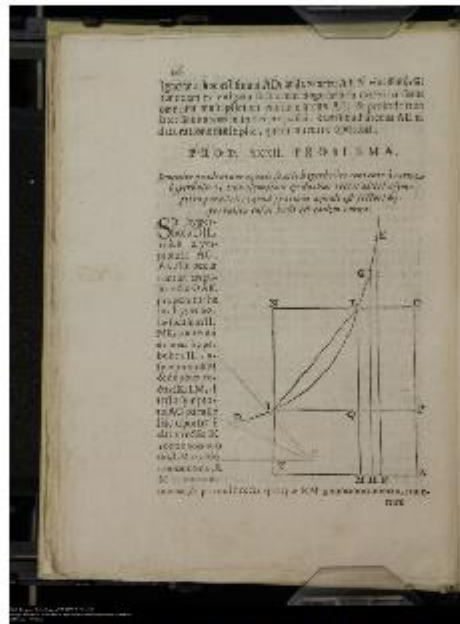
As informações obtidas em fontes terciárias nos levou a investigar a proposição abaixo, uma vez que a mesma foi usada como exemplo do método de demonstração dito. O objetivo era perceber a relação da seqüência convergente e entender de que forma isso influenciou o que hoje conhecemos como Teorema Fundamental do Cálculo.

3.3 Uma tradução da proposição original de Gregory

PROPXXXII.PROBLEMA.

Encontrar um quadrado cuja área seja igual ao espaço hiperbólico sob a curva hiperbólica. Com duas linhas retas paralelas às assíntotas, a área é a mesma quando a base é igual à medida desse espaço de uma seção hiperbólica.

Figura 1: Prop. XXII



FONTE: Biblioteca Nazionale Centrale de Firenze.

1. Seja DIL uma hipérbole com assíntotas AO e AK perpendiculares em OAK . Considere o espaço hiperbólico $ILKM$, formado pela curva hiperbólica IL , assíntotas KM e as retas IK (ou AK) e LM paralelas à assíntota AO . É necessário das as distâncias referidas para as retas: $IK = 1.000.000.000.000$, $LM = 10.000.000.000.000$, $AM = 1.000.000.000.000$, e consequentemente, $KM = 9.000.000.000.000$.⁸
2. Queremos encontrar a medida do espaço $LJKM$. Dadas as retas IK , OL e traçando uma IP , de modo que complete os retângulos $LNKM$ e $QIKM$. Mas é claro que a área dos retângulos são $LNKM = 90.10^{24}$ e $QIKM = 9.10^{24}$ e que a área do trapézio $LJKM$ é a média aritmética entre as medidas acima, então $LJKM = 49.500.000.000.000.000.000.000.000$.
3. Entre os retângulos $LNKM$ e $QIKM$ é encontrada a média geométrica igual a

$$28.460.498.941.515.413.987.990.042$$

⁸ $IK = 10^{12}$, $LM = 10^{13}$, $AM = 10^{12}$ e $KM = 9 \cdot 10^{12}$.

que será a área do pentágono regularmente circunscrito no espaço hiperbólico LKM .

4. Assim, o trapézio LKM , junto com o dito pentágono circunscrito [está] para o dito pentágono, assim como o dobro do dito pentágono [está] para o hexágono regularmente inscrito no espaço hiperbólico LKM , que mede⁹ 20.779.754.131.836.628.160.009.835. Dessa forma temos as áreas do hexágono regularmente inscrito e do pentágono dito acima, que serão os primeiros termos da série convergente.
5. O mesmo é feito entre as médias geométricas pela qual o dobro de seu quadrado é dividido pela mesma média geométrica somado ao maior termo, ou ao pentágono circunscrito. Esta dará a média geométrica e será o segundo termo convergente. E, desta forma, esta série de polígonos pode ser continuada, ao passo que a primeira metade se torna a mesma em ambos os lados, até o final da convergência. A saber, o vigésimo termo, onde o polígono circunscrito é 23.025.850.929.958.961.534.173.864 e o inscrito, 23.025.850.929.931.203.593.181.121.
6. A aproximação utilizada é a demonstrada nas proposições 23 e 24 e a partir dos termos pode ser encontrada a medida do espaço hiperbólico LKM , delimitada abaixo por 23.025.850.929.940.456.240.178.681 e acima por 23.025.850.929.940.456.240.178.704. Acrescento aqui, além da série dos polígonos, o número de linhas subentendendo a curva hiperbólica em qualquer polígono circunscrito.¹⁰

Figura 2: Área de polígonos circunscritos (*Extra hyperbolam*) e inscritos (*Intra hyperbolam*) à hipérbole.

	Extra hyperbolam	Intra hyperbolam
2	2846040824151541398755040	20779754131836628160009835
4	2411876109971474410669403	2241039908421012521314879
6	23543088012324227914642807	2280810957068101851436953
8	23109412090351420189061096	22966103244865463141217428
10	2304171508265866886047274	23015921117139840153267071
12	230308187282968107457041010	23023307122879067758902891
14	23027092810093182142705676	23025130015401383009313533
16	23026161308510861910921810	23025956525539006752174656
18	23025902854081717190208104	23026181111604642489915779
20	2302587027441118169051273	230261867227841783706372105
22	2302583778099751911165542	23026184850491468110157701
24	23025802142002421660239927	230261850124553001769489705
26	23025764133121190214534790	230261850782451032099108888
28	23025726100978120510109707	23026185080204101411944894
30	23025689486967799591102	2302618508046774571013570
32	2302565303067781130211115	23026185081757170860000502
34	2302561691124709515887328	23026185082014438687231848
36	230255800910304004410405	23026185082702417588118160
38	23025543093001417741015942	2302618508299344575718430
40	230255062295826134773864	2302618508328320359318124
	Intra hyperbolam frequenter terminis conuallit	
	23025850930940456240178681	23025850930940456240178704
		potest

FONTE: Biblioteca Nazionale Centrale de Firenze.

⁹A palavra original em latim é *nepe*, traduzimos para *mede* pelo contexto da frase.

¹⁰Proposição 23: Seja A e B dois polígonos complexos com A circunscrito no setor de uma hipérbole e B inscritos. Uma série convergente destes polígonos complexos pode ser continuada de acordo com o nosso método de desenhar o subconjunto, de modo que os polígonos circunscritos círculo são A, C, E, K , etc. e os inscritos são B, D, F, L , etc. Proposição 24: Pelas mesmas suposições acima, eu reivindico que Z , que é um setor de hipérbole, é menor do que o menor dos dois continuamente proporcional meios aritméticos de A e B . Disponível em <https://github.com/jacobw56/Vera-Circuli-13/blob/master/document.tex#L1>

3.4 Uma análise da proposição XXXII

Nesta seção faremos um estudo de cada parte traduzida da proposição XXXII.

1. Aqui, o autor assume que a figura $NOAK$ é um quadrado de lado 10.000.000.000.000. Não conseguimos provar com régua e compasso que a figura presente no livro é, de fato, um quadrado. Porém ao longo do texto ele aponta outras características que confirmam isso, como o fato de que os ângulos A , K e N serem retos.
2. Para encontrar a medida do espaço $LJKM$, podemos somar a área do retângulo $KIQM$ à área do triângulo LJQ . Daí, temos que:

$$A(LJKM) = 9 \cdot 10^{24} + \left(\frac{9 \cdot 10^{12} \cdot 9 \cdot 10^{12}}{2} \right) = 9 \cdot 10^{24} + 40,5 \cdot 10^{24} = 49,5 \cdot 10^{24}$$

- 3.

$$LNKM = KMLM$$

$$A = 9 \cdot 10^{12} \cdot 10 \cdot 10^{12} = 90 \cdot 10^{24}$$

$$QIKM = KMJK$$

$$A = 9 \cdot 10^{12} \cdot 1 \cdot 10^{12} = 9 \cdot 10^{24}$$

$$Mg = \sqrt{90 \cdot 10^{24} \cdot 9 \cdot 10^{24}} = \sqrt{810 \cdot 10^{48}} = 28.460.498.941.515.413.987.990.042$$

Daí, temos que 28.460.498.941.515.413.987.990.042 é a área de um pentágono regularmente circunscrito no espaço $LJKM$. Esta é a primeira das áreas contida na figura 4,2 de polígonos circunscritos à hipérbole.

4. Aqui, o autor utiliza a seguinte proporção para encontrar a área de um hexágono regularmente inscrito no espaço hiperbólico $LJKM$:

$$\frac{A_t + A_p}{A_p} = \frac{2 \cdot A_p}{A_h}$$

Onde A_t representa a área do trapézio $LJKM$, A_p a área do pentágono circunscrito encontrado em 4 e A_h a área do hexágono que se pretende calcular. Daí:

$$\begin{aligned} & \frac{(49.500.000.000.000.000.000.000.000) + (28.460.498.941.515.413.987.990.042)}{28.460.498.941.515.413.987.990.042} = \\ & = \frac{2 \cdot (28.460.498.941.515.413.987.990.042)}{A_h} \end{aligned}$$

Então $A_h = 20.779.754.131.836.628.160.009.835$, que é exatamente a primeira área contida na figura 4,2 de polígonos inscritos.

Observe que a igualdade

$$\frac{A_t + A_p}{A_p} = \frac{2 \cdot A_p}{A_h}$$

pode ser escrita como:

$$Ah = \frac{2Ap^2}{Ar + Ap}$$

5. A mesma coisa é feita para os valores seguintes. Para encontrar a área do polígono circunscrito, Gregory calcula a média geométrica de dois polígonos de mesmo lado, sendo um circunscrito e um inscrito. Por exemplo, na terceira linha, o valor dado na primeira coluna é equivalente a média geométrica dos dois valores encontrados na segunda linha:

$$\sqrt{(24318761696971474416609403) \cdot (22410399968461612921314879)} = \\ = 23345088913234721934949897$$

Já nas figuras inscritas, Gregory utiliza proporções semelhantes ao item 4, na qual substituímos o Ah pela área de um polígono que queremos descobrir e Ar e Ap pelas duas áreas circunscritas anteriores. Por exemplo, a área do polígono inscrito dado na terceira linha pode ser obtido utilizando os polígonos circunscritos da linha 2 e 3:

$$A3 = \frac{2 \cdot a3^2}{a3 + a2}$$

onde $A3$ representa a área do terceiro polígono e $a2$ e $a3$ representam as áreas dos segundo e terceiro polígonos inscritos, respectivamente. Daí, temos:

$$A3 = \frac{2 \cdot (23345088913234721934949897)^2}{(23345088913234721934949897) + (24318761696971474416609403)} = \\ 22868197570682058351436953$$

Considerações finais:

O trabalho está sendo desenvolvido como pesquisa de Iniciação Científica em História da Matemática na Universidade Federal do Triângulo Mineiro. Percebemos ao longo do desenvolvimento a necessidade de se investigar fontes históricas primárias, uma vez que o livro utilizado inicialmente continha informações insuficientes sobre o que se vinha pesquisando. Esse trabalho de investigação permitiu realizar um estudo mais crítico acerca do trabalho do autor em questão, uma vez que a pesquisa em fontes históricas primárias possibilitou interpretar e interrogar de forma mais crítica os documentos originais, além de permitir uma valorização do trabalho de pesquisa em História.

A pesquisa com fontes primárias permite, então, uma desmistificação de cientistas que são ditos excepcionais, uma vez que ao voltar o olhar para os trabalhos originais, podemos perceber que apesar de terem permitido um avanço científico e matemático, é visível que muitos cometiam erros ou apresentavam demonstrações falhas.

Foi possível perceber também que se quiséssemos traçar um trabalho referente a toda a história do Teorema Fundamental do Cálculo, teríamos um trabalho bastante extenso, uma vez que a matemática ao longo da história se constrói através do trabalho de várias pessoas.

Referências

1. BARON, Margaret E. **Curso de História da Matemática: Origens e desenvolvimento do Cálculo.** Margaret E. Baron e H. J. M. Bos. Trad. de José Raimundo Braga Coelho, Rudolf Maier e M.ª José M. M. Mendes. Brasília, Editora Universidade de Brasília. 1985, c1974.
2. GREGORY, James. **Optica Promota.** Londres, 1663.

3. GREGORY, James. **Vera circuli et hyperbolae quadratura**. Pádua, 1667
4. GREGORY, James. **Geometriae Pars Universalis**. Pádua, 1668.
5. OLIVEIRA, João Milton de. **A Irracionalidade e Transcendência do Número π** . Rio Claro: [s.n.], 2013. p. 21.
6. KLISINSKA, Anna. **The Fundamental Theorem of Calculus: A case study into the didactic transposition of proof**. Luleå, 2009.
7. LEAHY, Andrew. **An Introduction to James Gregory's Geometriae Pars Universalis**. Knox College, 2001.
8. O'CONNOR, J.J.; ROBERTSON, E.F. MacTutor History of Mathematics(2000). **Biografia de James Gregory**. Disponível em: < <http://www.history.mcs.standrews.ac.uk/Biographies/Gregory.html> >. Acesso em: 24 mai. 2018.
9. TURNBULL, H. W. **James Gregory**, in **The James Gregory Tercentenary Memorial Volume**. The Mathematical Gazette. Vol. 24, No. 259 (May, 1940), pp. 125-129
10. MELCHIORI, Angeline. SOARES, Maricélia. **História do Cálculo Diferencial e Integral**. Maiêutica - Curso de Matemática.

FILÓSOFO DO SÉCULO XI – OMAR KHAYYAM

João Marcos Vieira Moreira¹¹

Diogo Arantes Campos¹²

Lívia Ferreira de Araújo¹³

Área: Matemática

RESUMO: Omar Khayyam, filósofo persa do século XI, foi uma figura importantíssima para o desenvolvimento das ciências de sua época, tendo realizado contribuições para a astronomia, a literatura e a matemática. Este presente trabalho focar-se-á no método utilizado por Khayyam para a determinação de uma das raízes da equação de terceiro grau, apresentando a demonstração utilizada pelo filósofo do século XI. É importante salientar que a demonstração do filósofo ampara-se profundamente na obra de Euclides e Apolonio, sendo, portanto, uma resolução geométrica da equação de terceiro grau.

PALAVRAS-CHAVE: Omar Khayyam; Século XI; História da Matemática.

Introdução

Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Umar ibn Ibrahim Al-Nisaburi al-Khayyami ou apenas al-Khayyam, nasceu em 1048, na cidade Persa de Nixapur (Nishapur), atual Irã. Omar Khayyam era filósofo, poeta, astrônomo e matemático, tendo contribuído para cada um destes campos.

Nishapur estabeleceu-se como uma das maiores cidades do mundo, uma vez que o município era um importante ponto estratégico da Rota da Seda. Entretanto, durante o século XI, Nishapur estava imersa em conflitos locais devido às disputas territoriais.

Eventualmente, Nishapur foi invadida pelos Turcos Seljúcidas, que estabeleceram-se na região com forte domínio territorial. Omar Khayyam sofreu fortes influências deste regime militar, expressando sua dificuldade em dedicar-se à

¹¹ Discente de Licenciatura em Matemática na UFTM, e-mail: joaomarcosvieiramoreira@gmail.com

¹² Discente de Licenciatura em Matemática na UFTM, e-mail: diogoarantescampos@hotmail.com

¹³ Discente de Licenciatura em Matemática na UFTM, e-mail: sdlivia@gmail.com

ciência na introdução do Tratado sobre Demonstração de Problemas de Álgebra (1070).

Não fui capaz de dedicar-me ao aprendizado da álgebra, nem à contínua concentração nela, por causa dos obstáculos e caprichos do tempo que me impediram. Fomos privados de todos os sábios, exceto por um grupo, pequeno em número, com muitos problemas, cuja preocupação na vida é agarrar-se à oportunidade, quando o tempo está adormecido, para dedicar-se à investigação e perfeição de uma Ciência. A maioria das pessoas que imitam a filosofia confundem o verdadeiro com o falso, e não fazem nada além de enganar e fingir conhecimento, além de não usar o que sabem das ciências, exceto para propósitos básicos e materiais. Se eles veem uma pessoa procurando pelo certo e preferindo a verdade, fazendo seu melhor para refutar o falso e o incorreto, deixando de lado a hipocrisia e o engano, eles o fazem de idiota e zombam dele. (WOEPCKE, 1851, p. 15)

Mesmo com todas as dificuldades vividas, aos 25 anos Khayyam já havia escrito vários trabalhos destacando os Problemas da Aritmética, um livro sobre música e um sobre álgebra.

Em 1070 Khayyam se mudou para Samarcanda onde escreveu sua obra mais famosa, o Tratado sobre a demonstração de problemas de álgebra, onde pode ser considerado o primeiro tratamento de axioma paralelos. Ele contou com o apoio de Abou Tashir, um proeminente jurista de Samarcanda, no qual o vangloria em uma passagem em seu livro Álgebra.

Deus me recompensou com a intimidade de sua excelência, nosso glorioso e incomparável senhor, o grande juiz, o nobre, senhor Abou Tashir, que Deus prolongue sua elevação e confunda aqueles que abrigam contra ele inveja ou desejo. Inimizade! (WOEPCKE, 1851, p. 17).

Notavelmente podemos perceber a grande ligação que Omar possui com uma entidade divina no qual acredita.

E aproveito a corda da competição divina, esperando que Deus me ajude a perseguir esse objetivo, indicando exatamente em que extensão minha pesquisa se estende e até onde meus predecessores, nessas partes das ciências nobres, outros. Eu apoio minha mão na alça sólida da proteção do Altíssimo. É ele quem é o Senhor da resposta e é sobre ele que repousa a nossa confiança em cada estado. (WOEPCKE, 1851, p.17).

Já em seu livro Álgebra, Omar Khayyam fala sobre as três dimensões, sendo a primeira um lado, a segunda dimensão uma superfície e a terceira dimensão um sólido.

O que se enquadra na categoria de quantidades mensuráveis é primeiro uma dimensão, ou seja, a raiz, ou, em relação ao seu quadrado, o lado; então duas dimensões: é a superfície; e o quadrado (algébrico) é uma das grandezas mensuráveis, sendo a superfície quadrada. Finalmente três dimensões: é o sólido; e o cubo está entre as magnitudes mensuráveis, sendo o sólido terminado por seis quadrados. (WOEPCKE, 1851, p.18).

Entretanto, uma das contribuições mais significativas de Omar Khayyam para a matemática de sua época foi sua proposição de determinação de uma das raízes da equação cúbica. Dessa forma, o escopo deste presente trabalho é apresentar o método de resolução de utilizado por Omar Khayyam no século XI.

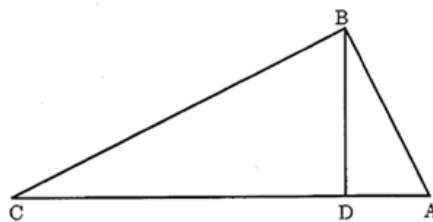
Metodologia

Problematização da Equação Cúbica

Com escopo de ilustrar problematizações do século XI que envolviam equações de terceiro grau, segue a seguinte enunciação de um problema daquela época:

Enunciação: Suponha um triângulo ABC (figura 2) com o ângulo B sendo o ângulo reto. Desenhemos, a partir deste ponto B, uma perpendicular BD à AC. Então supomos que o lado AB com a perpendicular BD junto é igual à AC.

Figura 1 - Triângulo ABC



Fonte 1 - Oaks (2011, p.10)

Então supomos que a linha AD possui um comprimento inteiro: tome como dez. E tomemos que BD seja a coisa, e multipliquemos por ele mesmo: temos um *mãl*. Então nós multiplicamos 10 por ele mesmo, resultando em 100. Então somamos os dois valores, ou seja:

$$100 + x^2 = AB^2$$

Destaca-se o quanto Khayyam correlaciona-se com os trabalhos de Euclides, uma vez que, nesta passagem, Omar utiliza-se do 47º Postulado do Primeiro livro de Euclides. Inclusive, é digno de destaque que Omar Khayyam pontua sobre a necessidade do conhecimento dos trabalhos de Euclides e Apolônio.

Deve-se saber que esta memória só pode ser entendida por aqueles que possuem perfeito conhecimento do trabalho de Euclides sobre os Elementos e Dados, bem como os dois (primeiros) livros das Cônicas de Apolônio. Para quem está com falta de conhecimento de um desses três

livros, não há como entender completamente as teorias que estou prestes a apresentar. (WOEPCKE, 1851, p.10)

E como a proporção de AC para AB é a proporção de AB para AD, graças à semelhança destes triângulos ABC, ABD, segue-se que o produto de AC por AD é igual ao quadrado de AB.

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}$$

Então, se dividirmos o quadrado de AB, que é $100 + x^2$, por AD, que é dez, então o resultado da divisão será dez de um número e um décimo de *mãl*, que é AC.

$$10 + \frac{1}{10} x^2 = AC$$

Então supomos que AC é igual à soma de AB, BD. Então a soma de AB, BD é o número dez e o décimo de um *mãl*. Nós subtraímos de BD, que é a coisa, deixando dez em número e um décimo em *mãl*, menos a coisa, que é AB.

$$AC = AB + BD$$

$$AB + BD = 10 + \frac{1}{10} x^2$$

$$AB = 10 + \frac{1}{10} x^2 - x$$

Então, nós multiplicamos tudo por si mesmo, o que resulta em cem em número e três *mãls* e um décimo do décimo de um *mãl* *mãl* menos vinte coisas e menos o quinto do cubo igual a cem em número e um mal.

$$AB^2 = \left(10 + \frac{1}{10} x^2 - x\right)^2$$

$$100 + 3x^2 + \frac{1}{10} \frac{1}{10} x^4 - 20x - \frac{1}{5} x^3 = 100 + x^2$$

E então restaura-se, confronta-se e colapsa, restando dois *mãls* e o décimo do décimo de um *mãl* *mãl* igual à vinte coisas e o quinto de um cubo. Então dividimos tudo pela coisa, dessa forma, o resultado torna-se menor que o quarto tipo de proporção.

$$2x^2 + \frac{1}{10} \frac{1}{10} x^4 = 20x + \frac{1}{5} x^3$$

O resultado da divisão é o décimo do décimo de um cubo com dois coisas iguais ao quinto de *māl* e vinte números.

$$x^3 + 200x = 20x^2 + 2000$$

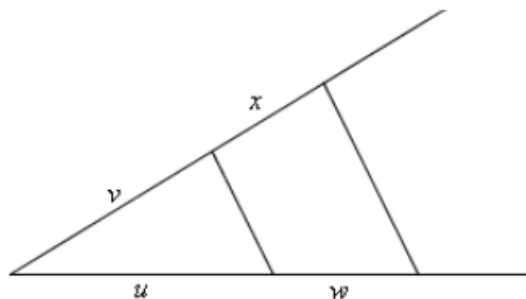
O Desenvolvimento de uma Equação Cúbica

Ante à problemática resolução das Equações Cúbicas, Omar Khayyam dedicou-se à construção de um método capaz de identificar uma solução da equação. Destaca-se que em sua obra original, Omar classifica as possibilidades de representação de uma equação de terceiro grau. Porém, neste referido trabalho, apresentaremos discussões que limitam-se à equações da forma:

$$x^3 + b^2x + a^3 = cx^2$$

A proposta de solução de Omar Khayyam, expressa por Wellington José Ferreira, em seu trabalho História das Soluções das Equações por Meio de Radicais, perpassa, primeiramente, pela construção básica de determinação do Quarto Proporcional, de modo a determinar um segmento de reta Z tal que $\frac{b}{a} = \frac{a}{z}$.

Figura 2 - Construção Básica de Determinação do Quarto Proporcional



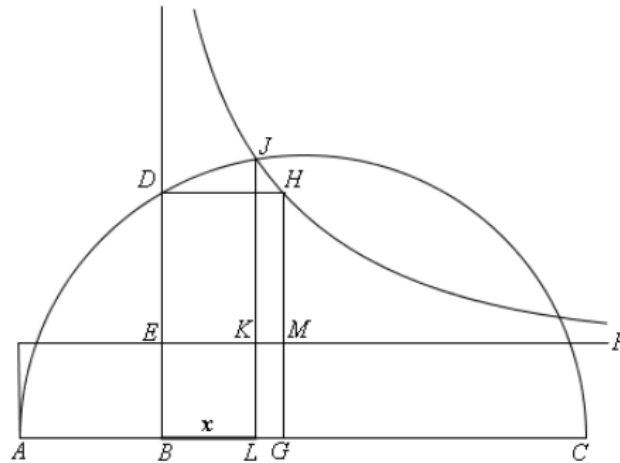
Fonte 2 - Ferreira (20-?, p.08)

Posteriormente, conforme indicado por Ferreira, retorna-se à construção básica para determinar o segmento de reta m , tal que $\frac{b}{z} = \frac{a}{m}$. Logo é possível determinar que $m = \frac{a^3}{b^2}$. De forma a construir o desenho geométrico da equação, deve-se, primeiramente, tracejar o segmento $AB = m$ e $BC = c$.

Feito isso, desenhe um semicírculo tendo AC como o diâmetro e trace a perpendicular a AC em B cortando o semicírculo em D . Sobre BD marque $BE = b$ e por E puxe EF paralelo a AC . Pela construção básica, ache G sobre BC tal que $\frac{ED}{BE} =$

$\frac{AB}{BG}$ e complete o retângulo DBGH. Por H desenhe a hipérbole tendo EF e ED como assíntotas. A hipérbole corta o semicírculo em J, e a paralela a DE por J corta EF em K e BC em L. GH corta EF em M.

Figura 3 - Construção Completa



Fonte 3 - Ferreira (20-?, p.9)

Posteriormente, Ferreira (20-?) segue com procedimentos sequenciais enumerados para concluir a demonstração de Omar Khayyam. Observe:

1. Visto que J e H estão sobre a hipérbole, $(EK)(KJ) = (EM)(MH)$.
2. Já que $\frac{ED}{BE} = \frac{AB}{BG}$, temos que $(BG)(ED) = (BE)(AB)$.
3. Então, de 1 e 2, $(EK)(KJ) = (EM)(MH) = (BG)(ED) = (BE)(AB)$.
4. Agora $(BL)(LJ) = (EK)(BE + KJ) = (EK)(BE) + (EK)(KJ) = (EK)(BE) + (AB)(BE) = (BE)(EK + AB) = (BE)(AL)$, de onde $(BL)^2(LJ)^2 = (BE)^2(AL)^2$.
5. Mas, da geometria elementar, $(LJ)^2 = (AL)(LC)$.
6. Então, de 4 e 5, $(BE)^2(AL) = (BL)^2(LC)$, ou $(BE)^2(BL + AB) = (BL)^2(BC - BL)$.
7. Pondo $BE = b$, $AB = \frac{a^3}{b^2}$, $BC = c$ em 6, obtemos $b^2 \left(BL + \frac{a^3}{b^2} \right) = (BL)^2(c - BL)$.
8. Expandindo a última equação em 7, e organizando os termos, encontramos $(BL)^3 + b^2(BL) + a^3 = c(BL)^2$, e segue que $BL = x$, uma raiz da equação cúbica dada.

Perceba que, dessa forma, Omar Khayyam conclui que BL é uma das raízes da equação de terceiro grau, sendo este segmento passível de determinação geométrica. É interessante destacar o manuscrito preservado da obra, analisando o desenho original de Omar, Khayyam.

Resultados ou resultados parciais e discussões

A resolução proposta por Omar Khayyam consiste em um processo geométrico para determinação de uma das raízes de uma equação cúbica na forma $x^3 + b^2x + a^3 = cx^2$. Sendo que, a demonstração é composta por uma semicircunferência, uma hipérbole e seguimentos de retas, sendo estas fundamentais para esquematização, conforme exibido pela figura 4.

Torna-se interessante comentar o porquê do uso de um processo tão geométrico por parte de Khayyam. Perceba que, durante o século XI, para os Persas, a geometria possuía mais significado do que a álgebra, vide a enunciação dos problemas que envolviam equações de terceiro grau. Dessa forma, note a grande relação entre a forma com a qual se desenvolvia ciência com o contexto social do pesquisador.

Dessa forma, percebe-se a importância de Omar Khayyam para o desenvolvimento da ciência do século XI, visto que sua contribuição, descrita neste trabalho, para a determinação de uma das raízes da equação cúbica, sendo, geometricamente representado pelo segmento de reta (BL).

Considerações Finais

Primeiramente, analisando o aspecto da pesquisa de material do século XI, destaca-se a dificuldade de acesso às obras originais, sendo que, grande parte do material acessível, encontra-se reinterpretado ou “contaminado” pela matemática moderna. Outra dificuldade foi relativa à interpretação dos textos, uma vez que a linguagem se distingue consideravelmente da atual, vide o uso da palavra *coisa* no lugar de *variável*.

Entretanto, destaco a felicidade pelo contato com a matemática, e os filósofos do século XI, uma vez que esse contato viabiliza a expansão de horizontes metodológicos. Por exemplo, quanto à resolução da equação cúbica, confesso que

a resolução de Omar Khayyam nos deixou impressionados. A organização geométrica do autor, bem como os conhecimentos relativos aos trabalhos de Euclides e Apolônio, excederam, e muito, as expectativas.

Por fim, é notável a pluralidade cultural dos filósofos do século XI, uma vez que Omar Khayyam, além de notável matemático, conduziu estudos astronômicos extremamente assertivos no que diz respeito ao calendário vigente, além da contribuição de suas obras literária, como, por exemplo, o Rubaiyat.

Referências

Ferreira, W. J. **História das Soluções das Equações por Meio de Radicais**. Universidade Católica de Brasília, [20??].

MacTutor History of Mathematics archive. **Omar Khayyam**. Disponível em:<<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Khayyam.html>>. Acesso em 05 de outubro de 2018.

BICUDO, Irineu. Os Elementos/Euclides. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

Oaks, Jeffrey A. **Al-Khayyām's Scientific Revision of Algebra**. University of Indianapolis, 2011.

Swetz, Frank J.; Katz, Victor J. **Mathematical Treasures – Omar Khayyam's Algebra**. Disponível em:<<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-omar-khayyams-algebra>>. Acesso em 05 de outubro de 2018.

Wiki Culturama. **Biografia de Omar Khayyam** | Cientistas Famosos. Disponível em:<<https://educavita.blogspot.com/2015/08/biografia-de-omar-khayyam-cientistas.html>>. Acesso em 05 de outubro de 2018.

WOEPCKE, F. L'algèbre d'Omar Alkayyani. Duprat, Paris, 1851.

ANÁLISE DOS TRABALHOS DO ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM), ENTRE 2010 E 2016, REFERENTE AO USO DE TECNOLOGIAS COMO RECURSO PARA A PRÁTICA DOCENTE, NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

CAMILA MAREGA GIARDULO¹⁴

CARLA CRISTINA POMPEU (co-autora)¹⁵

Área: Educação Matemática

RESUMO: Este trabalho tem como objetivo refletir sobre a importância das tecnologias na formação inicial de professores de matemática. Essa pesquisa se trata de um estudo de caráter qualitativo, em que se busca analisar os trabalhos publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) de 2010 a 2016 em relação à temática de tecnologias como recurso para a formação inicial de professores de matemática. De um total de 459 trabalhos que abordam sobre o tema tecnologia, apenas 13 discutem sobre o processo de formação docente e a relevância dos recursos tecnológicos na prática docente dos futuros professores. Podemos concluir que as tecnologias, quando bem utilizadas, são ferramentas que auxiliam no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Houve predominância de textos que abordam sobre tecnologias informáticas.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Tecnologia; Formação inicial; Professor de matemática.

Introdução

Na atualidade, percebemos cada vez mais a inserção de novas tecnologias na sociedade. Com o uso dessas tecnologias fora da sala de aula, podemos perceber que há uma ligação direta com o contexto escolar. Segundo Araújo (2005), muitos alunos em sua vida cotidiana já se depararam com recursos diversos, e mesmo que eles não os possuam em casa, o ambiente que eles frequentam já fornece oportunidade para o contato com objetos tecnológicos. De acordo com Coan, Viseu e Moretti (2013), com essa gama de informações novas, os alunos acabam cobrando que seus professores tragam isso para suas aulas.

Com esse avanço tecnológico e o seu maior alcance entre as pessoas, devido a sua importância na execução de tarefas no dia-a-dia, o tema tecnologia foi escolhido para ser investigado neste trabalho, devido à importância de discussão sobre as dificuldades que os futuros professores de matemática enfrentam durante sua

¹⁴ Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), camilamarega19@gmail.com.

¹⁵ Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), ICENE, ccpompeu@gmail.com.

passagem pela universidade e que repercute de forma significativa na sua prática docente, como a utilização da tecnologia como recurso didático.

O método de pesquisa utilizado foi a análise de textos selecionados dos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), com a proposta de discutir sobre a importância das tecnologias na formação inicial de professores de matemática. Justifica-se a escolha da análise dos textos desse evento devido sua importância no âmbito da Educação Matemática e sua relevância em relação às contribuições de pesquisadores em Educação Matemática sobre o tema escolhido. O Encontro Nacional de Educação Matemática é um evento promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), que teve início no ano de 1987. De acordo com o site da SBEM¹⁶,

O Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) é o mais importante evento de Educação Matemática no âmbito nacional, pois congrega o universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, professores e estudantes da Pós-graduação, professores e estudantes da graduação e pesquisadores. O evento ocorre durante as férias escolares de julho, com periodicidade de 3 anos, conforme orientação normativa nº1.

Considerando a expressividade deste evento, inicialmente foram selecionados todos os textos, publicados entre os anos de 2010 e 2016, que tratavam sobre a temática escolhida. Dessa forma, os textos foram subdivididos em categorias que foram estabelecidas à posteriori, a partir da análise do corpus. Os textos foram analisados separadamente e foi utilizado o método qualitativo para esse processo de análise. Nosso objetivo de pesquisa está centrado na reflexão sobre a importância das tecnologias na formação inicial de professores de matemática. Deste modo, os objetivos específicos são:

- Tratar sobre a importância das tecnologias na formação docente;
- Discutir a formação inicial de professores de matemática;
- Analisar como as tecnologias têm sido discutidas no âmbito do ENEM, no que se diz respeito ao seu uso na formação inicial docente.

Mediante esses objetivos, a pergunta norteadora desta investigação é: Como os trabalhos publicados no ENEM, de 2010 a 2016, têm discutido sobre as contribuições do uso de tecnologias para a prática docente, a partir da formação inicial de professores de matemática?

¹⁶ Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/noticias/758-chamadas-paracandidaturas-xiii-enem-2019>>. Acesso em 23 de março de 2018.

Metodologia

Neste trabalho utilizamos a pesquisa qualitativa que, segundo Ludke e André (2011), é aquele tipo de pesquisa no qual o pesquisador tem contato direto com o ambiente e a situação que está sendo estudada. Além disso, os dados coletados são bastante descritivos e devem ser relevantes, tentando capturar sempre os pontos de vista dos participantes. Dessa forma, essa pesquisa se preocupa mais com o processo em si do que com o resultado final.

Assim, escolhemos o método de pesquisa bibliográfica, pois analisamos textos publicados no ENEM, na tentativa de compreender quais suas contribuições mediante o assunto tecnologia na formação inicial de professores de matemática. Desse modo, de acordo com Gil (2002, p. 45),

A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço.

Assim, foi possível analisar de forma mais ampla os textos escolhidos. Para realizar a análise dos textos selecionados, foram criadas categorias de acordo com as características dos textos. Nesse sentido, Moraes (2003) discute sobre o processo de análise do corpus. Ele define o primeiro passo como a desconstrução dos textos e sua unitarização do corpus, que dá foco nos detalhes e nas partes que compõem o corpus. Assim, cabe ao pesquisador como ele irá fragmentar seus textos que irão resultar em unidades de análise de menor ou maior amplitude, que serão definidas de acordo com a finalidade, partindo de categorias que podem ser definidas a priori, como de categorias emergentes. Dessa forma, as categorias agrupam elementos que possuem características em comum, e também implica na nomeação e definição dessas categorias.

Inicialmente, foi escolhido o tema tecnologia devido à familiaridade e interesse, antes discutido em uma disciplina da grade curricular do curso de licenciatura em matemática. Após a escolha do tema, escolhemos analisar o que os pesquisadores da área estão discutindo, a partir dos trabalhos apresentados no ENEM. Selecionamos os textos através do site¹⁷ da Sociedade Brasileira de Educação

¹⁷ Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em 20 de abril de 2018.

Matemática (SBEM), sendo eles classificados como pôsteres, comunicação oral e relatos de experiência.

Devido a grande quantidade de textos encontrados e a dificuldade de acesso aos textos dos primeiros anos do evento, decidimos fazer um primeiro filtro, onde entrariam apenas textos dos anos de 2010 a 2016, sendo 2016 o último ano do ENEM até o momento. De 2010 a 2016, foram selecionados 459 textos que tratavam do tema tecnologia. Esse primeiro filtro foi realizado através da seleção dos títulos dos trabalhos que continham a palavra tecnologia.

Como a quantidade de textos foi relativamente grande, optamos por fazer um novo filtro onde os textos abordavam tecnologia na formação inicial de professores, totalizando 40 textos, e novamente fizemos seleção através dos títulos. Como nosso intuito era analisar os textos que abordavam o uso de tecnologias na formação inicial, que se referissem aos processos de formação docente e a relevância da tecnologia na prática docente, após a análise e leitura dos resumos destes 40 textos, foram selecionados o total de 13 textos.

Resultados ou resultados parciais e discussões

De forma geral, há uma predominância de tecnologias informáticas utilizadas nos estudos analisados, tendo como predominância atividades propostas utilizando AVA (Ambiente Virtual de Aprendizagem). Segundo Santos (2010) sempre quando pensamos em tecnologia já associamos a computadores e celulares, o que se confirma na análise dos textos. O autor ressalta a importância de levarmos em conta não apenas esse tipo de tecnologia, mas também outros recursos que podem ser utilizados no ensino de matemática. Podemos perceber que isso realmente ocorre, pois dos textos analisados, 12 discutiam sobre tecnologias informáticas e apenas um trata do uso de calculadora. Acreditamos que os softwares acabam se tornando de fácil acesso devido a sua gratuidade e, de maneira geral, pela simplicidade de manuseio.

É necessário evidenciar a necessidade do professor ter conhecimento sobre qual situação cultural e social a escola está inserida, como também das particularidades dos seus alunos. Assim, como aborda Ribeiro e Paz (2012), é necessário que as escolas possuam estruturas adequadas para que atividades com a utilização de diferentes recursos consigam ser aplicadas. No entanto, em vários textos analisados

isso não ocorreu, pois haviam escolas que não tinham Internet ou mesmo computadores, o que em muitos casos impossibilitam a execução das atividades. Além dos conceitos matemáticos e das discussões realizadas durante a formação inicial e conforme Calil (2011), é necessário que nesse processo de formação, sejam construídos conhecimentos de como utilizar computadores e os softwares educacionais.

Em se tratando de imprevistos, torna-se viável e necessário a criação de atividades extras para eventuais situações não previstas anteriormente. Isso pode ser percebido em alguns dos trabalhos analisados, em que na realização de atividades que envolviam softwares, os alunos que sentiram curiosidade foram além das atividades propostas, tirando os licenciandos da zona de conforto, como discute Borba e Penteado (2001). Além desse fator, temos também o imprevisto da falta de Internet em algumas escolas, o que pode mudar completamente o seguimento da atividade desenvolvida, como discutido por Araújo (2005).

Fiorentini et al. (2002) fez um estudo sobre a formação inicial de professores, e notou que os problemas encontrados em trabalhos de 1978 a 2002 foram semelhantes aos encontrados a partir dos trabalhos aqui analisados. Acreditamos que durante esses anos houveram alterações nas matrizes curriculares porém ainda predomina o ensino tradicional e centralizado na matemática e não nas suas ferramentas de ensino. Por outro lado, acreditamos que o crescimento das discussões sobre tecnologias e novos recursos didáticos, tanto em disciplinas dos cursos de graduação, como também com um maior envolvimento dos professores das universidades, podem auxiliar na prática docente dos licenciandos. Mesmo acreditando nessa melhora, é necessário que prevaleça, nos cursos formadores de professores, a discussão sobre o uso das TIC, atendendo as competências citadas presentes nas Diretrizes Curriculares Para Cursos de Matemática.

Em se tratando da quantidade de textos, percebemos um aumento no número de publicações ao longo dos anos. Logo no primeiro filtro, foram selecionados 459 textos, dos quais 109 foram do ano de 2010, 177 do ano de 2013 e 173 do ano de 2016. Destacamos que muitos pesquisadores têm discutido a problemática das tecnologias na educação porém, essa discussão especificamente na formação inicial em cursos de licenciatura em matemática é pouco expressiva dentro do ENEM. Considerando o filtro 3, que deu suporte para o desenvolvimento deste trabalho, houveram apenas um texto publicado no ano de 2010, sete em 2013 e 5 em 2016.

Com essas quantidades de textos podemos perceber que ao longo dos anos houve um crescimento no número de textos publicados no ENEM, e acreditamos que esse número se elevou devido ao aparecimento de novas tecnologias e do fácil acesso das mesmas. Mesmo com esse crescimento, achamos a quantidade de textos, que discutem sobre tecnologia na formação inicial, pequena. É necessário que o uso de tecnologias e a formação inicial continuem sendo foco de estudo e de discussões tanto em eventos de grande importância como o ENEM, mas também nos cursos de graduação.

Em alguns textos, os autores não expuseram as propostas de forma clara, deixando algumas dúvidas sobre a construção das atividades e até mesmo da aplicação. Mesmo que em todos os textos os resultados mostrem-se satisfatórios, em alguns faltaram maiores detalhes de quais foram as discussões realizadas e como se deu o resultado final das aplicações das atividades.

De acordo com Carneiro, Passos e Lupiáñez (2012), a formação inicial é de extrema importância para a prática docente, mas o processo de aprendizagem e formação do professor deve ser constante e contínuo para que seja possível sempre refletir sobre a prática docente, e que o professor esteja sempre atualizado sobre tecnologias e métodos de ensino. Segundo Reis (2009), as tecnologias se desenvolvem a cada época histórica, surgindo cada vez mais recursos diferentes, sendo importante o aprendizado constante durante a graduação dos futuros professores.

Considerações Finais

Os trabalhos analisados discutem a temática tecnologia como sendo de extrema importância para o ensino-aprendizagem da matemática. Percebemos que as discussões sobre o uso de recursos nos cursos de licenciatura perduraram em todos os textos, obtendo resultados positivos em sua totalidade, mesmo com alguns imprevistos e dificuldades relatados.

Podemos concluir através das análises dos textos que o uso de tecnologias deve ser discutido durante a formação inicial de professores de matemática, pois é nesse período que o licenciando têm o apoio de professores orientadores na elaboração e execução das atividades, trazendo mais segurança na execução das atividades.

Outro ponto relevante destacado nos textos é o contato direto com as tecnologias que serão utilizadas durante a prática docente. É no processo de formação inicial que deve existir um momento para familiarização e domínio dos recursos

tecnológicos, podendo ser realizados durante as disciplinas presentes nos cursos de graduação, e até mesmo através de minicursos ofertados pela instituição de ensino. Por outro lado, percebemos que esse número de trabalhos foi relativamente pequeno comparado à quantidade inicial de textos que tratam de tecnologias. Isso nos mostra que ainda que o acesso a alguns recursos seja facilitado, há uma necessidade de discussão maior nos cursos de Licenciatura em Matemática, sobre a importância das tecnologias para o exercício de prática docente.

No âmbito do ENEM, as tecnologias da informação têm sido discutidas como ferramentas importantes no ensino-aprendizagem da matemática, trazendo pontos relevantes para o processo de formação inicial, bem como a necessidade da discussão tanto da elaboração de atividades que envolvam essas tecnologias, como também do seu uso como auxílio na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Com o desenvolvimento desse trabalho, pude refletir que com minha futura prática docente, as tecnologias não devem ser inseridas na sala de aula apenas com o objetivo do uso pelo uso, mas que as tecnologias devem ser bem utilizadas e as atividades elaboradas de forma que se tornem ferramentas de auxílio na construção do conhecimento matemático. É necessário que nos tornemos professores reflexivos tanto em relação a nossa prática, ao papel do aluno no processo de ensino-aprendizagem e à complexidade escolar. Além disso, é importante que entendamos a formação como processo contínuo e constante, sempre nos aperfeiçoando em relação aos recursos que irão surgir, e a nossa prática.

Referências

- ARAÚJO, J. L. **Tecnologia na sala de aula: desafios do professor de matemática.** In: Encontro Educação Matemática de Ouro Preto, 3, 2005, Ouro Preto. A Educação Matemática para o exercício da cidadania. Ouro Preto: UFOP, 2005.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001. 98 p.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** Resolução nº X, de 1º de julho de 2015. Diário Oficial da União, Brasília, 2 de julho de 2015 – Seção 1 – p. 812.
- CALIL, A. M. **Caracterização da Utilização das TIC Pelos Professores de Matemática e Diretrizes Para Ampliação do Uso.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, 2011.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. LUPIÁÑEZ J. L. **A formação matemática de professores da Educação Primária na Espanha:** contribuições para a realidade brasileira. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2012, Petrópolis. Anais... Petrópolis, 2012, p. 1-20.

COAN, L. G. W.; VISEU, F.; MORETTI, M. T. As TIC no ensino de Matemática: a formação dos professores em debate ICT in the teaching of Mathematics: the training of professors in debate. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 8, n. 2, p. 222-244, dez. 2013. ISSN 1981-1322. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n2p22>>. Acesso em 10 de março de 2018. doi:<https://doi.org/10.5007/19811322.2013v8n2p22>.

FIORENTINI, D., et al. Formação de professores que ensinam Matemática: Um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte: UFMG, v. 17, n. 36, p. 137–160, 2002. Dossiê: A pesquisa em Educação Matemática no Brasil.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

LÜDKE, M.; André, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo, SP: EPU, 2011.

MORAES, R. **Uma tempestade de luz:** a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciência & Educação*: Bauru, SP, v. 9, n. 2, p. 191-210, 2003.

REIS, J. B. A. **O conceito de tecnologia e tecnologia educacional para alunos o ensino médio e superior**. In: Congresso de Leitura do Brasil, 17., 2009. Anais... Unicamp/FE, Campinas – SP, 20 a 24 de julho.

RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. **Revista Modelos**, FACOS/CNECOsório, Osório, Rio Grande do Sul, v. 2, n. 2, p. 1221, agosto/2012.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social:** métodos e técnicas. 3. ed. 16. reimpr. São Paulo: Atlas, 2015.

SANTOS, M. A. Novas tecnologias no ensino de matemática: possibilidades e desafios. **Revista Modelos**, v. 1, n. 1, p. 38-44, 2011. Disponível em: <http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/modelos/agosto_2011/#/page/3>. Acesso em 10 de abril de 2018.

EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS JOVENS E ADULTOS: um estudo nos GT18 e GT19 da ANPEd

Douglas Silva Santos¹⁸

Carla Cristina Pompeu¹⁹

Área: Educação

RESUMO: Esta investigação configura-se como um estudo bibliográfico que pretende investigar de que modo as experiências escolares de sujeitos jovens e adultos são tratadas e discutidas nos trabalhos apresentados nos grupos GT18 e GT19 da Associação Nacional de pós-graduação e pesquisa em Educação (ANPEd). Nos apoiamos na metodologia de pesquisa qualitativa, uma vez que dela faz parte a pesquisa documental. As análises permitiram inferir que as experiências, contribuem não só para a formação de saberes matemáticos escolares para estes sujeitos, mas para sua relação com os diversos contextos a qual estes sujeitos fazem parte.

PALAVRAS-CHAVE: Educação de Jovens e Adultos. Experiências Matemáticas. Educação Matemática.

Introdução

Esta investigação configura-se como um estudo bibliográfico que pretende analisar de que modo as experiências matemáticas de sujeitos jovens e adultos são tratadas e discutidas nos trabalhos apresentados nos grupos GT18 e GT19 da Associação Nacional de pós-graduação e pesquisa em Educação (ANPEd). Temos, segundo Ribeiro (2001), que a alfabetização de adultos é uma prática de caráter político, onde o processo educativo se destina a minimizar uma situação de exclusão social.

O objetivo desta pesquisa está centrado em investigar como as experiências matemáticas de sujeitos jovens e adultos da EJA são abordadas nas investigações apresentadas nos últimos anos na ANPEd, nos grupos de trabalho GT18 (Grupo de

¹⁸ UFTM, ICENE, UFTM, doug1.5@hotmail.com

¹⁹ UFTM, ICENE, UFTM, ccpompeu@gmail.com

Trabalho de Educação de Jovens e Adultos) e GT19 (Grupo de Trabalho de Educação Matemática). Com esse propósito, temos como questão norteadora desta pesquisa discutir: “Como a experiência matemática é tratada nas investigações em educação e de que maneira os diferentes saberes matemáticos, produzidos em contextos diversos de aprendizagem, são abordados por pesquisadores da educação e educação matemática?”. Para isso, nos apoiamos em estudos como os de Gasque(2008) e Dewey(1979), que discutem sobre a importância da experiência na construção de novos conhecimentos.

Para compreender o contexto das experiências matemáticas de jovens e adultos e de que modo estas experiências são discutidas, é necessário compreender a Educação de Jovens e Adultos e, em particular a Educação Matemática nesta modalidade de ensino. Portanto, apresentaremos uma discussão sobre a EJA e a Educação Matemática neste contexto. Posteriormente, discutiremos o que compreendemos por Experiências Matemáticas com algumas considerações sobre a Matemática vista como uma Prática Social.

O ensino de Matemática é um grande desafio no contexto escolar brasileiro e, em particular, para os educadores. No contexto da Educação de Adultos temos, dentre os documentos oficiais norteadores, a Proposta Curricular da Educação de Jovens e Adultos (BRASIL, 2001), que nos traz que “o ponto de partida para a aquisição dos conteúdos matemáticos deve ser os conhecimentos prévios dos educandos.” (BRASIL, 2001, p.100). Nessa perspectiva, é importante reiterar que ao considerar os conhecimentos prévios desses alunos, o professor estará reconhecendo e valorizando seus saberes matemáticos, e oportunizando o interesse na aprendizagem matemática.

Autores como Freire (1996), D’ambrosio (2001), Fonseca (2002), e Fantinato (2004) contribuíram significativamente para a Educação Matemática na Educação de Jovens e Adultos e para a reflexão de sua relevância no cenário educacional brasileiro. D’ambrosio (2001, p.114), afirma que “a contextualização é essencial para qualquer programa de educação (...) se quisermos atingir uma sociedade com equidade e justiça social”. Se tratando da EJA, uma modalidade carregada de complexidades e desafios, a contextualização atua no sentido de enriquecer a aprendizagem e facilita a compreensão devido aos estreitamentos possíveis entre o conteúdo matemático e os diversos conhecimentos adquiridos pelos alunos adultos ao longo da vida.

No que diz respeito à separação existente entre o mundo da vida cotidiana e o mundo da escola, em relação a conteúdos matemáticos, Fantinato (2004) afirma que existe uma excessiva valorização da matemática formal em nossa sociedade, o que implica numa visão onde este conhecimento é tomado como um valor de referência se comparado com conhecimentos práticos e, de maneira indireta, secundariza conhecimentos adquiridos ao longo da vida. Ademais, ainda em relação à contextualização da matemática, Fonseca (2002) pontua um cuidado crescente, que se deve ter, com o aspecto sociocultural da abordagem matemática na Educação de Jovens e Adultos:

Torna-se cada vez mais evidente a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido ou construído, (...) buscando suas origens, acompanhando sua evolução, explicitando sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade com a qual o aluno se depara e/ou de suas formas de vê-la e participar dela. (FONSECA, 2002, p.23-24)

Nessa direção, Freire (1996) em sua obra *Pedagogia da Autonomia* esclarece o que para ele se configura como a prática de ensinar: “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (FREIRE, 1996, p.12). Assim sendo, os processos de ensino e aprendizagem matemática na Educação de Adultos devem possibilitar a formação da autonomia do educando e para isso necessita-se de uma ampliação no olhar sobre a aprendizagem matemática. Assim, neste artigo, ao buscarmos identificar as Experiências Matemáticas de Sujeitos Jovens e Adultos, consideramos que essas não ocorrem de maneiras descontextualizadas, fora de um contexto específico, e, ao investigar essas experiências, estaremos considerando os contextos em que elas ocorrem.

Ademais, no contexto dessa pesquisa, ao lidarmos com Experiências de sujeitos Jovens e Adultos, utilizaremos o conceito de Experiência no sentido empregado por Gasque(2008), que discute sobre a importância da experiência na construção de novos conhecimentos, e comungando com as ideias de Dewey(1979) ao considerarmos a experiência fundamental na construção da aprendizagem.

Sabemos que toda Experiência é um processo individual e particular para o sujeito que a vivência. Com a Experiência Matemática não seria diferente. Contudo,

para definir o que temos concebido por Experiência Matemática, devemos deixar claro o que entendemos por Matemática.

David, Moreira e Tomás (2013) fazem algumas adjetivações da palavra matemática, e essa ocorrência de adjetivações indica diferentes usos, situações e contextos específicos. Trataremos nesse artigo a Matemática como uma Prática Social, considerando que as práticas matemáticas foram construídas socialmente (POMPEU, 2013) e, como discutido por Miguel (2010), é preciso reconhecer a matemática como prática social devido a essa prática possuir cunho interdisciplinar e pelo fato de esta não ocorrer apenas por meio de prática escolares. Nessa perspectiva, de maneira análoga ao pensamento de David, Moreira e Tomás (2013), reconhecemos que uma Experiência Matemática, que também se faz em diferentes contextos, pode portanto se realizar de diferentes formas, e não apenas através de experiências escolares.

Metodologia

Nos apoiamos na metodologia de pesquisa qualitativa, uma vez que dela faz parte, segundo GODOY (1995, p.62), a pesquisa documental. Nessa direção, Neves (1996) afirma que a pesquisa documental é constituída pelo exame de materiais que ainda não receberam um tratamento analítico ou que podem ser reexaminados com vistas a uma interpretação nova ou complementar. O desenvolvimento inicial deste trabalho se deu a partir da delimitação dos artigos, a partir de filtros aplicados nos artigos presentes nas reuniões científicas nacionais da ANPEd.

O primeiro filtro foi aplicado nos títulos dos artigos. Buscamos encontrar, no GT18 e no GT19, aqueles artigos que tratavam da temática “experiências”, “experiências matemáticas” e “EJA”, encontrando um total de 53 artigos. Nosso segundo filtro buscamos analisar o resumo dos trabalhos. Após a leitura dos resumos, foi observado que nem todos eles contemplavam o nosso foco: Experiências Matemáticas de sujeitos Jovens e Adultos. Devido a isso, foram excluídos aqueles que não contemplavam essa temática, restando assim, um total de 14 artigos para compor nosso corpus de análise. Utilizaremos códigos ao nos referirmos aos artigos do corpus, como por exemplo, Tb2017.03GT19, que se refere ao terceiro (03) trabalho(Tb) analisado no ano de 2017, pertencente ao GT19, para nos referirmos aos artigos em questão.

Definidas nossas unidades de análise, chega o momento de definir-se as categorias. Segundo Moraes(2003), “a categorização é um processo de comparação constante entre as unidades definidas no processo inicial da análise, levando a agrupamentos de elementos semelhantes”(MORAES, 2003, p.07).

Inicialmente havíamos construído categorias a priori que, após a leitura dos textos, foi necessário alterá-las. Assim sendo, utilizamos o método indutivo que, segundo Moraes (2003), implica na construção das categorias com base nas informações contidas no corpus. A partir da comparação e da análise do corpus textual foi possível organizar nossa investigação em três grandes categorias, baseadas em nossos objetivos iniciais. O quadro a seguir apresenta nossas categorias e suas respectivas subcategorias, que serão discutidas em seguida.

Quadro 01: Categorias e Subcategorias de Análise

Experiências Matemáticas (1)	
1.1 Tipos de Experiências	1.2 Contribuições dessas Experiências
O valor das Experiências Matemáticas para Aprendizagem Matemática (2)	
2.1 Entraves na Aprendizagem Matemática	2.2 Contribuições para com a Aprendizagem Matemática
Impactos do Conhecimento (3)	
3.1 Impacto Social	3.2 Impacto Pessoal

Fonte: com base nos dados da pesquisa

Resultados ou resultados parciais e discussões

Pretendíamos confirmar que o sujeito jovem e adulto é disposto de inúmeras experiências, oriundas de contextos diversos. Os dados coletados revelaram que o fato de sujeitos jovens e adultos terem permanecido distantes de bancos escolares, não significa que os mesmo deixaram de vivenciar diferentes Experiências Matemáticas no decorrer de suas vidas e segundo Fonseca(2002), se tratando da modalidade de ensino da EJA e o Ensino de Matemática “(...) considerar essa diversidade e respeitar essas particularidades torna-se essencial”(FONSECA, 2002, p.31). Para mais, as análises demonstraram que, a vivência dessas experiências contribuíram não só para a formação de saberes matemáticos nesses sujeitos, mas

também de forma pessoal, ao alterar a forma como os mesmos se reconheciam enquanto detentores de conhecimento.

Tal reconhecimento dos saberes e experiências dos alunos jovens e adultos da EJA vai de encontro ao que Ribeiro(2001) já trazia na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos onde, de fato, a inserção desses sujeitos em programas educacionais, e o contato e acesso dos mesmo ao conhecimento, contribuem para “o fortalecimento de sua auto-estima, a afirmação de sua identidade como cidadãos de direitos e como seres produtivos e criativos, intelectualmente capazes, detentores e produtores de cultura”(RIBEIRO, 2001, p.176).

Considerações Finais

Compreender a maneira na qual as experiências matemáticas de sujeitos jovens e adultos foram tratadas nos artigos do GT18 e GT19 da ANPEd foi o objetivo central desta pesquisa. As análises realizadas, permitiram inferir que, de fato, sujeitos jovens e adultos carregam consigo saberes matemáticos oriundos de diferentes contextos e, quando defrontados com situações problemas, utilizam recursos provenientes de seus conhecimentos para resolvê-las. Além disso, foi constatado que os próprios sujeitos valorizam esse saber, o que nos remete a pensar na importância e na colaboração que tais conhecimentos podem ter durante o processo de aprendizagem e na modalidade de ensino da EJA. Para mais, a questão da valorização não tem impacto apenas na aprendizagem, como também no próprio no sujeito.

Outro ponto importante de nossa análise, diz respeito às concepções desfavoráveis que a dimensão escolar exerce sobre as questões de ensino e aprendizagem matemática. Foi observado, por exemplo, que o caráter escolar, o cotidiano em sala de aula, e a valorização excessiva do conhecimento matemático escolar atuavam de maneira adversa e ocasionavam um afastamento dos alunos em relação à aprendizagem matemática. Dadas as complexidades e particularidades da Educação de Adultos, é preciso repensar em modos de conceber a matemática a partir dos saberes já construídos pelos alunos. Ainda que de maneira pouco aprofundada, é possível perceber que o estudo das relações sociais e das experiências presentes nas aulas de matemática, podem contribuir para uma educação de jovens e adultos mais democrática e efetiva, que de fato, como defendido por Freire (1996), promova a autonomia e a liberdade.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Educação para jovens e adultos – ensino fundamental – proposta curricular – primeiro segmento. Coordenação e texto final (de) Vera Maria Masagão Ribeiro; São Paulo: Ação Educativa. Brasília, MEC, 2001. <http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/primeirosegmento/propostacurricular.pdf>. Acesso em maio de 2018.

DAVID, M. M. M. S. ; MOREIRA, P. C. ; TOMÁS, V. S. . Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação. *Acta Scientiae (ULBRA)*, v. 15, p. 42-60, 2013.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: da teoria a prática. 16. ed. Campinas: Papirus, 2001.

DEWEY, J. Experiência e educação. 3.ed. Tradução de Anísio Teixeira. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1979.

FANTINATO, M. C. de C. B. A construção de saberes matemáticos entre jovens e adultos do Morro de São Carlos. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, n. 27, p. 109-124, dez. 2004.

FONSECA, M. da C. F. Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa – São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GASQUE, K. C. G. D. O papel da experiência na aprendizagem: perspectivas na busca e no uso da informação. *Transinformação*, vol.20, n.2, pp.149-158, 2008.

GODOY, S. A. Introdução à Pesquisa Qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas*. São Paulo v.35, n.2, Mar./Abr, p.57-63, 1995.

MIGUEL, A. Percursos indisciplinados na atividade de pesquisa em história (da educação matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 23, n. 35A, p. 1-57, abr. 2010.

MORAES, Roque. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. *Ciênc. educ.*, vol.9, n.2, pp.191-211, Bauru, 2003.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. *Caderno de Pesquisa em Administração*. São Paulo, v. 1, n. 3, 2 semestre, 1996.

POMPEU, C. C. Aula de matemática: as relações entre o rujeito e o conhecimento matemático. *Bolema*, vol.27, n.45, pp.303-321, 2013.

RIBEIRO, Vera Maria Masagão (Coord.). Educação para Jovens e Adultos. Ensino Fundamental – propostas curriculares para 1º segmento. São Paulo. Ação Educativa Brasileira/MEC, 2001.

Matemática Chinesa do século XI: um breve recorte sobre Jia Xian e o Método Aditivo-Multiplicativo para Extrações de Raiz

Douglas Silva Santos²⁰

Marcelo Henrique do Espírito Santo Silva²¹

Samanta Caroline Alves²²

Área: Matemática

RESUMO: O seguinte trabalho tem por objetivo apresentar um resultado encontrado pelo matemático chinês Jia Xian, no século XI, durante a Dinastia Song – período de grande prestígio e desenvolvimento científico para China. Trata-se de um trabalho apresentado à disciplina de História da Matemática da UFTM que teve como foco principal, verbalizar e discutir a respeito do Método Aditivo-Multiplicativo para Extrações de Raiz.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática Chinesa, Jia Xian, Dinastia Song.

Introdução

O presente trabalho teve como finalidade verbalizar, pontuar e discutir sobre os resultados alcançados por Jia Xian (1010 – 1070 d.C), notável matemático chinês, que viveu no século XI. Foi notória a percepção a respeito da importância de sua obra e de suas contribuições para com a Matemática Chinesa de sua época e dos séculos seguintes. Além disso, percebemos também que o século XI em questão, fez parte de um período histórico de grande prestígio e evolução para a Ciência Chinesa Antiga, denominado Dinastia Song, ampliando nossa visão acerca da produção de conhecimento científico e desconstruindo alguns pensamentos de que a Matemática que se tem hoje é fruto de pesquisas mais recentes e ocidentais. Mesmo com poucas evidências, pode-se confirmar a produção de conhecimento em séculos mais remotos e sociedades mais distantes da nossa.

²⁰ UFTM, ICENE, doug1.5@hotmail.com

²¹ UFTM, ICENE, marcelo_est@hotmail.com

²² UFTM, ICENE, samantacalves@terra.com.br

Inicialmente, no ano de 960 d.C tem início um dos mais notáveis períodos históricos da China: a Dinastia Song (960 – 1280 d.C). Historicamente falando, este período marcante é caracterizado pela prosperidade econômica e por uma grandiosa intervenção tecnológica, abrangendo todo o século XI e XII, e parcialmente os séculos X e XIII. Em uma entrevista a Série Científica NOVA, o “professor de História e Estudos do Leste Asiático na Universidade McGill, descreve esta época como excepcional e influenciadora no curso da história mundial.” (NOVA, 2000). Dentre as contribuições desse período para a humanidade, tivemos a invenção da impressão, do chá, da pólvora, entre outros. Nessa época, houve um grande desenvolvimento cultural com a difusão de textos impressos, e a valorização do conhecimento.

Atualmente, o que se sabe sobre a Matemática Antiga Chinesa é muito escasso. Contador (2012) nos traz que “além de ser uma civilização muito antiga situada na escalada do tempo entre os mesopotâmicos, os gregos e romanos, era costume dos antigos chineses, registrarem seus cálculos em bambus, material facilmente perecível.” (CONTADOR, 2012, p.502). Sobre Jia Xian, pouco se sabe sobre sua vida, contendo apenas registros de que ele era aluno de Chu Yan e produziu dois livros importantes e de grandes contribuições para o estudo da Matemática.

Um fato curioso sobre a História da Civilização Chinesa e com implicância direta em sua ciência produzida até então, diz respeito ao episódio – presente na obra de Contador (2012) - acontecido no ano de 213 a. C. onde o imperador Shih Hoangti, da dinastia Ch’in, ordena uma grande queima de livros. Boyer (2010) nos trás sobre a importância da obra de Chui Chang Suan – Shu ou Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática para a Matemática Chinesa, considerando-o como o mais importante livro da Matemática Chinesa, datado segundo Contador (2012) há ± 200 a.C., escrito provavelmente por Chang Tsang. Autores como Contador (2012), Boyer (2010) e Eves (2004) citam esse livro em seus 246 problemas envolvendo cálculos de agricultura, resoluções de equações e propriedades de triângulos retângulos.

Ademais, outra contribuição para a Matemática atribuída a Jia Xian, segundo O'Connor e Robertson (2003), é um algoritmo para a extração de raízes, denominado por Xian como *Zeng chang kaifang*, que significa: Método Aditivo-Multiplicativo para Extrações de Raiz. No próximo tópico, verbalizaremos a demonstração e algumas explicações possíveis, de maneira minuciosa, acerca do que se pode dizer sobre esse método.

Metodologia

Nos apoiamos numa pesquisa qualitativa, onde o método utilizado para descrever o algoritmo para extração de raízes cúbicas de Jia Xian, será baseado no trabalho de Johansson (2010), que descreveu o algoritmo a partir da tradução do livro chinês Os Nove Capítulos para o francês *Les Neuf Chapitres*, pela tradutora e pesquisadora Karine Chemla. Jia Xian estava ciente das expansões do tipo $(a + b)^n$ e nos fornece uma tabela resultando em coeficientes binomiais na forma do Triângulo de Pascal. Para compreendermos o método demonstrado, utilizaremos uma tabela que representa uma mesa ou superfície de cálculo que os chineses utilizavam em seus trabalhos envolvendo cálculos.

No século XI, todo o algoritmo foi montado e demonstrado com a utilização de gravetos ou varas, que representavam os números no sistema numérico decimal e posicional. O algoritmo será descrito em 14 passos e o número que será dado como exemplo para encontrarmos sua raiz cúbica será $n = 1.860.867$. Sabendo que o nesse período os chineses já trabalhavam com um sistema numérico decimal e posicional, podemos compreender como se interpreta o primeiro passo.

P1 – Deve-se encontrar qual o primeiro valor em que três fatores elevados ao cubo cabem dentro do número N dado. Assim, utilizando o sistema decimal posicional, chega-se ao valor $x = 1^3 \times 10^3 \times 10^3 = 1.000.000$. Se o primeiro dígito fosse 2, encontrar-se-ia um valor que seria maior que o número n dado. Logo, o primeiro dígito da raiz cúbica procurada é o 1. Para formular o algoritmo, denomina-se esse número de a, e com a ajuda de uma tabela de cálculos, posiciona-se esse número no local que representa as centenas.

				1			100 ^a
1	8	6	0	8	6	7	N
1							$a^2 \times 10^6$
1							$a \times 10^6$
1							1×10^6

P2 - Semelhante ao algoritmo da divisão, a L2 será o resultado de $n - L5$. Assim, a tabela é escrita:

1	100 ^a
---	------------------

	8	6	0	8	6	7	$n - (100 \times a)^3$
1							$a^2 \times 10^6$
1							$a \times 10^6$
1							1×10^6

Na ultima coluna, colocamos os Algarismos de maneira conveniente a nos ajudar a encontrar os polinômios $(a + b)^2$ e $(a + b)^3$.

P3 - Procedendo de maneira similar ao escalonamento de uma matriz, faremos $L4 = L4 + L5 \times a$. Assim obtemos:

				1			100^a
	8	6	0	8	6	7	$n - (100 \times a)^3$
1							$a^2 \times 10^6$
2							$2a \times 10^6$
1							1×10^6

P4 - Efetuar $L3 = L3 + L4 \times a$ O presente trabalho teve como finalidade verbalizar, pontuar e discutir sobre os resultados alcançados por Jia Xian (1010 – 1070 d.C), notável matemático chinês, que viveu no século XI. Foi notória a percepção a respeito da importância de sua obra e de suas contribuições para com a Matemática Chinesa de sua época e dos séculos seguintes. Além disso, percebemos também que o século XI em questão, fez parte de um período histórico de grande prestígio e evolução para a Ciência Chinesa Antiga, denominado Dinastia Song, ampliando nossa visão acerca da produção de conhecimento científico e desconstruindo alguns pensamentos de que a Matemática que se tem hoje é fruto de pesquisas mais recentes e ocidentais. Mesmo com poucas evidências, pode-se confirmar a produção de conhecimento em séculos mais remotos e sociedades mais distantes da nossa.

				1			100^a
	8	6	0	8	6	7	$n - (100 \times a)^3$
3							$3a^2 \times 10^6$
2							$2a \times 10^6$
1							1×10^6

P5 - Efetuar $L4 = L4 + L5 \times a$

			1			100^a
	8	6	0	8	6	$n - (100 \times a)^3$
3						$3a^2 \times 10^6$
3						$3a \times 10^6$
1						1×10^6

P6 - Deslocar os primeiros dígitos das linhas L3, L4 e L5, uma, duas e três posições para a direita, respectivamente. Este processo auxiliará no encontro dos outros termos das expansões dos polinômios do triângulo de Pascal.

			1			100^a
	8	6	0	8	6	$n - (100 \times a)^3$
3						$3(10a)^2 \times 10^6$
		3				$3(10a) \times 10^3$
			1			1×10^3

P7 - Após encontrar o primeiro dígito da raiz e organizado a tabela de cálculo, o foco é agora encontrar o segundo dígito de nosso resultado. Esse dígito será nomeado de b e ficará obrigatoriamente alocado na casa das dezenas. Faz-se então a análise de qual será o nosso número chamado de b de maneira análoga ao passo P1. Por tentativa e erro, tem-se $b = 2$, pois, $1^3 \times 10^3 \times 12^3 = 1.728.000 < n$.

			1	2		$100a + 10b$
	8	6	0	8	6	$n - (100 \times a)^3$
3						$3(10a)^2 \times 10^3$
		3				$3(10a) \times 10$
			1			1×10^3

P8 – Efetuar $L4 = L4 + L5 \times b$

			1	2		$100a + 10b$
	8	6	0	8	6	$n - (100 \times a)^3$
3						$3(10a)^2 \times 10^3$
		3	2			$[3 \times (10a) + b] \times 10^3$
			1			1×10^3

P9 – Efetuar $L3 = L3 + L4 \times b$

			1	2		$100a + 10b$
	8	6	0	8	6	$n - (100 \times a)^3$

3	6	4					$(3 (10a)^2 + 3 \times 10ab + b^2) \times 10^3$
	3	2					$(3 \times (10a) + b) \times 10^3$
		1					1×10^3

P10 - Efetuar $L2 = L2 - L3 \times b$

			1	2			$100a + 10b$
1	3	2	8	6	7		$n - (100a + 10b)^3$
3	6	4					$(3 (10a)^2 + 3 \times 10ab + b^2) \times 10^3$
	3	2					$(3 \times 10a + b) \times 10^3$
		1					1×10^3

P11 - Efetuar $L4 = L4 + L5 \times b$

			1	2			$100a + 10b$
1	3	2	8	6	7		$n - (100a + 10b)^3$
3	6	4					$[3 \times (10a)^2 + 3 \times 10ab + b^2] \times 10^3$
	3	4					$(3 \times 10a + 2b) \times 10^3$
		1					1×10^3

P12 – Efetuar $L3 = L3 + L4 \times b$

				1	2		$100a + 10b$
1	3	2		8	6	7	$n - (100a + 10b)^3$
4	3	2					$3 \times (10a + b)^2 \times 10^3$
	3	4					$(3 \times 10a + 2b) \times 10^3$
		1					1×10^3

P13 – Efetuar $L4 = L4 + L5 \times b$

				1	2		$100a + 10b$
1	3	2		8	6	7	$n - (100 \times a + 10b)^3$
4	3	2					$3 \times (10a + b)^2 \times 10^3$
	3	6					$3 \times (10a + b) \times 10^3$
		1					1×10^3

P14 - Mover L3, L4 e L5 uma, duas e três vezes respectivamente para a direita.

				1	2		$100a + 10b$
1	3	2		8	6	7	$n - (100a + 10b)^3$

4	3	2			$3 \times (100a + 10b)^2$
		3	6		$3 \times (100a + 10b)$
				1	1×10^3

Nas consultas realizadas para realização do trabalho, não foram encontrados os passos para encontrar o terceiro dígito da raiz cúbica, mas realizando de maneira análoga aos primeiros dois dígitos, por tentativa e erro, chegaremos ao número 3 como dígito da unidade. De fato, $123^3 = 1.860.867$. O algoritmo foi elaborado dessa maneira para demonstrar que pode-se encontrar raízes cúbicas de um número x , tal que $10^6 \leq x^3 < 10^9$, e $x = 100a + 10b + c$, com $1 \leq a \leq 9$ e $0 \leq b, c \leq 9$.

Resultados ou resultados parciais e discussões

A o Método Multiplicativo de Extrações de Raiz, chegamos a algumas suposições a partir das observações feitas por Johansson (2010) no trabalho de Chemla (2004). Primeiramente observa-se que, naquela época, os chineses já detinham de um grande domínio acerca de manipulações algébricas, mais especificamente um domínio sobre o que hoje conhecemos por escalonamento de matrizes. Outra consideração importante diz respeito ao fato de que, os chineses, no século XI, já conheciam o que hoje conhecemos por Triângulo de Pascal, séculos antes do próprio Pascal desenvolvê-lo, o que nos faz questionar de maneira crítica a forma como se construiu e se difundiu a História do conteúdo Matemático que temos hoje. Ademais, ainda sobre as observações, percebemos também que o sistema numérico daquela época, era um sistema posicional decimal, devido a forma como Johansson (2010) estrutura e verbaliza os estudos de Chemla (2004).

Considerações Finais

O presente trabalho teve como finalidade verbalizar, pontuar e discutir sobre os resultados alcançados por Jia Xian (1010 – 1070 d.C), notável matemático chinês, que viveu no século XI. Foi notória a percepção a respeito da importância de sua obra e de suas contribuições para com a Matemática Chinesa de sua época e dos séculos seguintes. Além disso, percebemos também que o século XI em questão, fez parte de um período histórico de grande prestígio e evolução para a Ciência Chinesa Antiga, denominado Dinastia Song, ampliando nossa visão acerca da produção de conhecimento científico e desconstruindo alguns pensamentos de que a Matemática que se tem hoje é fruto de pesquisas mais recentes e ocidentais. Mesmo

com poucas evidências, pode-se confirmar a produção de conhecimento em séculos mais remotos e sociedades mais distantes da nossa.

A forma como se conhece a história por trás das obras e feitos de Jia Xian (1010 – 1070 d.C) também se compõe de maneira interessante. Seus dois livros oficiais se perderam e o que evidência sua existência são as produções de Yang Hui (1238 – 1298 d.C), que viveu dois séculos após Jia Xian e fez estudos sobre as obras do mesmo. O que vai de encontro a Nobre (2004) que discutiu a respeito disso quando verbalizou que *“a não existência de documentos comprobatórios relativos a fatos relevantes na História da Ciência, levou os historiadores a juntar informações para se reconstruir a história de forma aproximada àquilo que de fato possa ter acontecido”* (NOBRE, 2004, P.534). Tal prática contribui para a continuidade e divulgação do saber produzido, visto que documentos oficiais podem se perder por vários motivos.

Referências

BOYER, C. B. História da Matemática / Carl B. Boyer; prefácio de Isaac Asimov; revista por Uta C. Merzbach; tradução de Elza F. Gomide. -- 3. ed. -- São Paulo: Blucher, 2010.

CHEMLA, K., GUO, S. de 2004. Les chapitres neuf. Le Classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires. Dunod, Paris.

CONTADOR, P. R. M. Matemática, uma breve história – vol I / Paulo R. M. Contador – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

EVES, H. Introdução à história da matemática / Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

JOHANSSON, B. G. Extração de Raiz Cúbica em Matemática Medieval. 2010.

O'CONNOR, J. J; ROBERTSON, E. F. Jia Xian. 2003. Disponível em: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTop/Chinese_overview.html#s33> Acesso em: 29 de set. 2018.

NOBRE, S. Leitura crítica da História: reflexões sobre a história da matemática. Ciência e Educação, v.10, n.3, p.531-543, 2004.

NOVA (2000) Disponível em < <http://www.pbs.org/wgbh/nova/ancient/song-dynasty.html>> Acesso em 04 de Out. de 2018.

PRODUTOS NOTÁVEIS E QUADRILÁTEROS: UMA EXPERIÊNCIA A PARTIR DO PIBIB/UFTM

LUANA Cristina Bernardino FAQUIM²³

CARLA Cristina POMPEU²⁴

Área: Educação Matemática

RESUMO: Esta comunicação se trata de um relato de experiência vivenciado no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM). Descreveremos a construção e aplicação de um produto educacional desenvolvido para alunos da Escola Municipal Urbana Frei Eugênio, localizada na cidade de Uberaba/MG. A proposta, a partir da utilização de áreas de quadriláteros para a compreensão dos produtos notáveis, evidenciou um novo modo de compreender os produtos notáveis. Trabalhamos com a possibilidade de construir um produto educacional que evidenciasse a possibilidade de relacionar diferentes áreas da matemática. Ficou evidente, a partir desta experiência, que a produção de um produto educacional demanda discussão, análise, pesquisa e reformulação. Deste modo, o Pibid configurou-se como espaço de efetiva aprendizagem e formação de professores.

PALAVRAS-CHAVE: Produto Notável; Produto Educacional; Metodologia de Ensino.

Introdução

O presente relato descreve uma experiência que foi desenvolvida a partir do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), da Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM), aplicado sob à supervisão da coordenadora de área do subprojeto de matemática Carla Cristina Pompeu, na Escola Municipal Urbana Frei Eugênio localizada em Uberaba – Minas Gerais, aos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental II.

O tema proposto pela professora supervisora, responsável pelos alunos do 8º ano, foram os produtos notáveis. Em particular, o quadrado da soma de dois termos e o quadrado da diferença de dois termos.

A escolha do tema proposto pela professora na qual essa atividade foi aplicada, produtos notáveis, foi proposital com a intenção de complementar o ensino que já estava sendo feito pela própria professora em sala de aula. O intuito foi de propor uma atividade mais dinâmica, diferentemente do que foi apresentado pela professora, para que os alunos pudessem compreender o que estava sendo

²³ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, luanafaquim@hotmail.com.

²⁴ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, ccpompeu@hotmail.com.

ensinado, de maneira que fizesse sentido para eles e com uma melhor visualização com o auxílio de figuras geométricas.

Ensinar os produtos notáveis aos alunos foi um desafio pensando na dificuldade que os alunos possuem em aprender matemática, que muitas das vezes é ensinada de forma abstrata e sem relação com outros contextos.

De acordo com, Santos, França e Santos,

Não se deve apresentar a Matemática como uma disciplina fechada, homogênea, abstrata ou desligada da realidade. Ao longo do tempo, ela esteve ligada à diferentes áreas do conhecimento, respondendo a muitas questões e necessidades do homem, ajudando-o a intervir no mundo que o rodeava. (SANTOS et al, 2007, p. 9)

A grande dificuldade de se ensinar matemática está em mostrar ao aluno sua importância e dar significado ao conteúdo, tentando relacionar a matemática a diferentes áreas do conhecimento.

Como proposta, trabalhamos os produtos notáveis a partir de um produto educacional. Que, segundo Silva e Sousa:

[...] o termo “produto educacional” está ligado ao que se diz respeito às metodologias de aplicação em sala de aula, de recursos didáticos já prontos, ao processo de adaptação de matérias para esta aplicação, ao planejamento de currículo, ou seja, tudo que possa vir a ter influência direta na prática do professor em sala de aula. (SILVA e SOUSA, 2010, p. 2)

A construção de um produto educacional foi o método escolhido para ensinar os produtos notáveis através de quadriláteros, tentando proporcionar aos alunos melhor entendimento e compreensão sobre o conteúdo. O objetivo foi demonstrar, a partir dos quadriláteros, como se chega nas fórmulas do quadrado da soma de dois termos e no quadrado da diferença de dois termos.

O produto educacional, intitulado de “Produtos Notáveis a partir de Quadriláteros”, é um produto já existente e que foi adaptado, mas que durante os encontros nas reuniões do PIBID na UFTM foram discutidos diferentes formas e maneiras de ensinar os produtos notáveis a partir da utilização dos quadriláteros.

Considerando a relevância de dar significado aos conteúdos matemáticos escolares, a produção deste produto educacional teve como objetivo relacionar o conteúdo produtos notáveis com a geometria, além de proporcionar aos alunos a compreensão das fórmulas dos produtos notáveis de uma maneira concreta e criativa.

Metodologia

O produto educacional criado teve como instrumento principal as figuras geométricas, que tiveram grande importância no desenvolvimento da visualização e compreensão do produto em estudo.

A ideia em criar esse produto educacional partiu de uma atividade que foi possível de ser realizada através PIBID desenvolvido no subprojeto de Matemática que levou para escola o projeto denominado de Monitoria que consistia em ensinar determinado conteúdo matemático de uma forma diferente da que o professor apresentou dentro da sala de aula de forma algébrica.

Foi mediante ao projeto PIBID e a monitoria realizada na escola, com a autorização da diretora e professores, que foi possível que a atividade com o produto educacional fosse efetivada. O tema a ser estudado era Produtos Notáveis (quadrado da soma de dois termos e o quadrado da diferença de dois termos) sendo que o mesmo conteúdo já havia sido ensinado pela professora responsável pela turma, mas sem um retorno positivo dos alunos diante da exposição do conteúdo, em um primeiro momento.

Diante disso, o objetivo da monitoria era levar os produtos notáveis de maneira que os alunos pudessem compreender visualmente o desenvolvimento das suas respectivas fórmulas. A aplicação do produto educacional na escola foi desenvolvida em 2 aulas com duração de 50 minutos cada uma com o total de 15 alunos.

Na primeira aula, fizemos uma revisão sobre a área das figuras do quadrado e do retângulo. Essa revisão foi fundamental para o desenvolvimento da atividade e aplicação do produto educacional, pois esses conceitos foram necessários para compreender e chegar na fórmula final dos produtos notáveis que estavam sendo estudados.

A ideia do produto educacional era conseguir mostrar aos alunos, a partir dos quadriláteros, como era possível construir as regras dos produtos notáveis que eles já conheciam. Neste caso, mostrar com as figuras quadriláteras o desenvolvimento do produto notável.

Foram construídos kits que foram entregues para cada aluno individualmente. Cada kit continha 4 peças de figuras geométricas planas confeccionadas em papel color set que tinha o intuito de que os alunos escrevessem no próprio papel o nome dos lados da figura.

Cada kit continha, 1 quadrado na cor vermelha com dimensão de 8 cm x 8 cm, 1 quadrado na cor verde com dimensão de 3,5 cm x 3,5 cm e 2 retângulos rosas com dimensões de 8 cm x 3,5 cm.

O material utilizado pelos monitores (licenciados do curso de licenciatura em matemática da UFTM), foi feito em dimensão maior que o kit entregue aos alunos, em papel de EVA (Figura 1 – Quadrado da Soma de dois termos), para auxiliar no acompanhamento e melhor visualização de todo o processo de construção.



Figura 1
Fonte: Próprio Autor

O 1º passo, foi pedir para que os alunos montassem um quadrado utilizando todas as peças fornecidas no kit, salientando para eles que as figuras fossem colocadas respeitando as dimensões de cada lado, colocando lado com lado.

Após essa montagem, foi pedido que nomeassem os lados da figura respeitando suas dimensões como por exemplo, “a” para indicar a altura e “b” para indicar a base da figura.

Em seguida, estudamos a área da figura como um todo, utilizando o conceito de área da figura do quadrado. Depois, pedimos para que os alunos analisassem a área de cada figura separadamente para que compreendessem o que estava acontecendo no quadrado da soma de dois termos e no quadrado da diferença de dois termos, que em um caso estávamos somando as áreas e no outro subtraindo áreas do quadrado maior.

Com isso foi possível construir, conjuntamente com os alunos, as leis para o quadrado da soma e da diferença, a partir da área de um quadrilátero. .

O mesmo produto educacional foi desenvolvido também, no Seminário Institucional do PIBID/UFTM mês de novembro de 2017 na Universidade Federal do Triângulo Mineiro e no auditório Esmeralda no prédio da Reitoria, localizada na cidade de Uberaba, Minas Gerais e ficou disponível para o público de todas as idades e quem tivesse interesse em conhecer sobre o produto educacional.

Fundamentação Teórica

As metodologias de ensino, segundo Nérice (1978, p. 284), podem ser entendidas como um “conjunto de procedimentos didáticos, representados por seus métodos e técnicas de ensino”, esses métodos têm um importante papel no processo de aprendizagem do aluno, proporcionando ao professor a liberdade de utilizar na sala de aula diferentes procedimentos para ensinar o mesmo conteúdo, reconhecendo a diversidade de seus alunos.

Alguns métodos, por exemplo, os recursos pictóricos, que é uma ferramenta que instiga o pensamento visual possibilitando ao aluno uma construção de significados, facilitando sua compreensão por meio da imagem, podem auxiliar a prática pedagógica para a discussão de conceitos (LIMA, 2007).

Outro exemplo, são os materiais didáticos que podem ser usados para o desenvolvimento de novos conteúdos ou até mesmo para o aperfeiçoamento de conhecimentos já adquiridos. Mas, é necessário que o professor saiba utilizar essa ferramenta de forma correta pois o material didático por si só não será suficiente para o desenvolvimento do conhecimento e o papel do professor é essencial para tornar a relação, entre aluno e matemática, significativa.

De acordo com o PCN,

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. (BRASIL, 1997, p. 32)

Não existe apenas um único caminho que seja o correto para o ensino, mas um leque de metodologias de ensino pode favorecer as aulas de matemática, a partir de novas propostas em sala de aula, de acordo com o perfil do aluno e de todo o contexto em que ele está inserido.

Segundo Lima (2007),

A metodologia usada deve possibilitar que o aluno cresça intelectualmente e desenvolva seus conhecimentos, rompendo a concepção de que matemática é apenas aplicação de regra, mais trabalhar com a concepção de que a matemática é algo que faz parte da vida do aluno e que está presente em sua realidade. (LIMA, 2007, p. 22)

Para que estes métodos sejam efetivados é preciso que professor e alunos tenham clareza dos objetivos a serem alcançados e reconheçam-se como parte relevante do processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Silva (2012, p. 6), “muito se tem cobrado dos professores para que se tenha uma educação de qualidade, porém não se disponibiliza recursos e materiais para tal fim”. É cobrado do professor que ele seja criativo em suas aulas e proponha um ensino diferenciado e de qualidade, porém, algumas escolas não possuem recursos e materiais para que o professor possa construir alguma atividade diferenciada e a formação inicial, muitas vezes, não é suficiente.

É possível afirmar que, em uma sala de aula, os alunos não aprendem todos de uma mesma maneira e que estes alunos possuem bagagens de conhecimentos diferentes uns dos outros.

Em uma turma de alunos de escola pública, de acordo com Pompeu (2013), é perceptível que cada aluno se relaciona com a matemática e com a escola de maneira única, demonstrando conhecimentos e significados diferentes que podem contribuir para a construção de novos saberes matemáticos.

De acordo com Meira,

No entanto, a tarefa docente vai muito mais além, já que após ter definido os conteúdos e delimitado a metodologia a ser utilizada, o professor ainda tem que enfrentar um novo desafio: o fato de que nem todos aprendem do mesmo modo, no mesmo momento, no mesmo ritmo. Além disso, alguns alunos parecem simplesmente não aprender nada. (MEIRA, 1998, p. 2)

Deste modo, quando o professor reconhece essa diversidade e a utiliza como recurso para suas aulas os novos saberes podem ter mais sentido aos alunos que quando explorados apenas mecanicamente, através da imposição de um saber escolar. A utilização de diferentes recursos didáticos e metodologias de ensino podem contribuir para que, diante da diversidade de saberes, cada aluno possa dar significado aos conteúdos abordados em sala de aula.

É necessário que os objetivos com relação as atividades sejam explícitas e o aluno tenha interesse em construir e se relacionar a partir de seus conhecimentos matemáticos. É importante que os alunos consigam compreender o conhecimento de forma que tenha importância e significado para eles.

Para Moreira (2012, p. 2),

É importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-litera e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva.

O papel do professor é fundamental para auxiliar o aluno nessa aprendizagem significativa, estando atento aos conhecimentos prévios que esses alunos já

possuem diante do conteúdo que será estudado. Afinal, mesmo que o professor proponha métodos inovadores, estes podem não ter vínculo com as dificuldades apresentadas pelos alunos, não dando significado para o aluno sobre o conteúdo ensinado.

O reconhecimento sobre os saberes prévios dos alunos ou o que eles já conhecem e suas experiências sobre o conteúdo que será estudado pode direcionar as aulas e a escolha de novos métodos e recursos didáticos para serem usados.

Considerações Finais

A confecção do produto foi bastante simples, uma vez que foi confeccionado com o papel EVA para os monitores que iriam aplicar a atividade e em dimensões menores em papel cartão para os alunos, de modo que possibilitasse escrever os lados das figuras no próprio material entregue no kit. As cores do produto correspondiam com as cores que foram entregues para os alunos para que eles pudessem identificar cada construção.

A parte mais difícil e que foi desenvolvida durante as discussões nas reuniões do PIBID com os pibianos foi a maneira mais simples de ensinar através dos quadriláteros, considerando que estávamos tratando de figuras geométricas planas e que era preciso discutir as leis dos produtos notáveis considerando as propriedades de cada figura. Encontramos em livros didáticos e outros materiais com explicações diversas sobre como trabalhar os produtos notáveis a partir deste produto educacional, porém, a partir dos questionamentos durante as reuniões do Pibid, foi preciso pensar num novo modo de construir as leis do quadrado da soma e da diferença, preservando os conceitos de geometria.

Na escola, a proposta da atividade foi bem recebida pelos alunos que foram bastante participativos apresentando interesse ao longo da atividade. A atividade propunha trabalhar com um produto educacional, diferentemente da forma anterior como eles haviam visto o conteúdo pela primeira vez.

A apresentação do produto educacional no seminário foi feita para professores da educação básica e alunos dos cursos de licenciatura da UFTM. Durante o seminário foi perceptível o interesse pelo produto educacional e, um dos relatos mais marcantes, foi de um aluno do curso de biologia mencionou que se o professor do ensino fundamental de quando ele estudou tivesse apresentado o conteúdo dessa forma, talvez ele não teria tido uma rejeição em aprender alguns

conceitos de matemática.

Para a formação inicial de professores de matemática, a participação em projetos como o Pibid pode modificar o modo como significamos a matemática e como nos relacionamos com ela. O desenvolvimento de projetos e atividades com os membros do Pibid possibilitaram um novo olhar sobre a aprendizagem, o contexto escolar e sobre a matemática.

Referências

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1997.

CARNEIRO, M. R. F.; SILVEIRA, S. S. **Objetos de Aprendizagem como Elementos Facilitadores no Educação a Distância**. Educar em Revista, Curitiba. Editora UFPR, 2014.

LIMA, K. N. P. **Prática pedagógica dos professores no ensino da matemática: da aplicação de regras à construção conceitual**. Criciúma, 2007.

LUIZ, E. A. J.; COL, L. **Alternativas metodológicas para o ensino de matemática visando uma aprendizagem significativa**. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Ulbra – Canoas – Rio Grande do Sul, 2013.

MEIRA, M. E. M. **Desenvolvimento e Aprendizagem: reflexões sobre suas relações e implicações para a prática docente**. 1998.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?** UFRGS, 2012.

NÉRICE, I. G. **Didática geral dinâmica**. 10 ed., São Paulo: Atlas, 1987.

ROSA, A. M. **Figuras Geométricas: instrumento importante para o ensino da geometria**. Monografia – UNESC, 2009.

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso. São Paulo, 2007.

SILVA, D. N. **A desmotivação do professor em sala de aula, nas escolhas públicas no município de São José dos Campos – SP**. Monografia de Especialização. UTFPR. Curitiba – PR, 2012.

SILVA, N. P. S.; SOUSA, M. C. **Produtos Educacionais no Ensino de Matemática - Uma Ferramenta Auxiliar no Processo de Ensino e Aprendizagem**. 2010.

AL-BIRUNI E A DEMONSTRAÇÃO DE UM DE SEUS TEOREMAS

GLADYS Regina Barros SILVA²⁵

LUANA Cristina Bernardino FAQUIM²⁶

Área: Matemática

RESUMO: Este trabalho descreve um pouco sobre a vida de Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni (973-1048), a importância da disciplina história da matemática, a demonstração de um de seus teoremas e algumas de suas contribuições para a ciência. Al-Biruni nasceu em 15 de setembro de 973 em Khwarazm, uma região que está ao lado do Mar de Aral, conhecida atualmente como Karakalpakstan, Uzbequistão. Sabe-se que Al-Biruni iniciou seus estudos muito cedo com 17 anos de idade.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática; Al-Biruni; Teorema; Demonstração.

Introdução

De acordo com Oliveira et. al (2014, p. 1), “a História da Matemática é um instrumento de investigação, das origens e descobertas, métodos e notações matemáticas que foram desenvolvidas ao longo do tempo, desde as antigas civilizações até os dias de hoje”.

Sendo assim, a disciplina História da Matemática é importante, pois auxilia a entender como a matemática era desenvolvida nas antigas civilizações, além de proporcionar o conhecimento de suas origens que não são discutidas na educação básica e que muitas vezes é ensinado algum teorema de forma equivocada pela falta do estudo de história da matemática.

O presente trabalho falará brevemente sobre a vida de Abu Arrayhan Muhammad ibn Ahmad Al-Biruni que foi astrônomo, historiador, botânico, farmacologista, geólogo, poeta, filósofo, matemático, geógrafo, humanista e que nasceu no ano de 973 e morreu em 1048 trazendo muitas contribuições para a ciência.

Citaremos algumas de suas contribuições para ciência e daremos mais ênfase na demonstração de um de seus teoremas matemáticos, mostrando a matemática usada na época do século XI, que foi encontrada no livro intitulado

²⁵ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, gladys.barros@hotmail.com.

²⁶ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, ICENE, luanafaquim@hotmail.com.

como “Libro de las incógnitas de los arcos de la esfera”. O livro original está em árabe, mas possui uma tradução para o espanhol, tradução esta que utilizamos para compreender o teorema.

Al-Biruni nasceu em 15 de setembro de 973 em Khwarazm, uma região que está ao lado do Mar de Aral, conhecida atualmente como Karakalpakstan, Uzbequistão. Al- Biruni viveu em duas cidades próximas da região, Kath e Jurjaniyya, e a cidade onde ele nasceu é chamada atualmente de Biruni, em sua homenagem.



Imagem 1: Uzbequistão, Ásia Central
Fonte: Google Maps

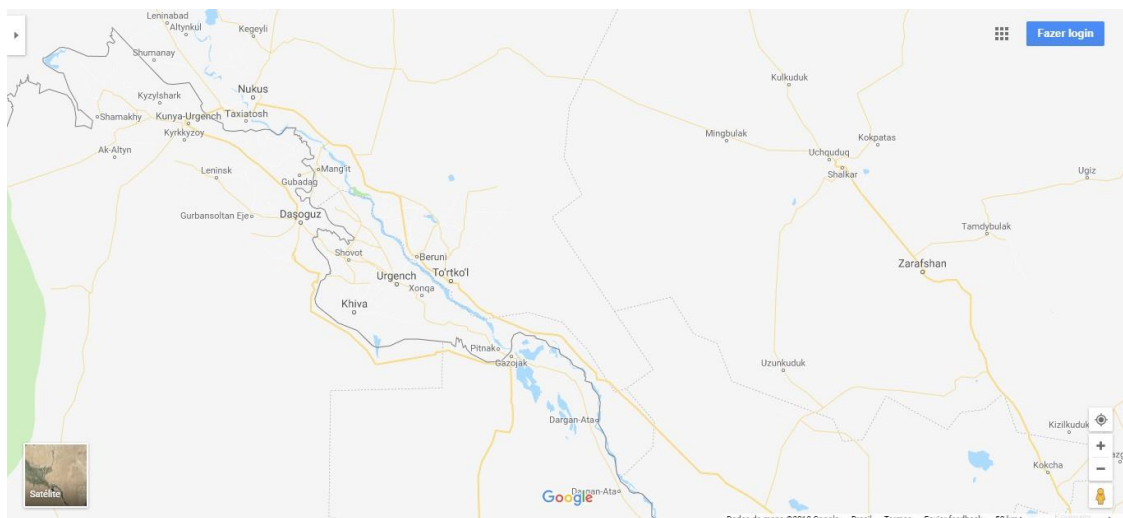


Imagem 2: Biruni, Uzbequistão
Fonte: Google Maps

Sabe-se que ele iniciou os estudos muito cedo com os ensinamentos de Abu Nasr Mansur (970 – 1036) e com 17 anos ele teria se envolvido em um estudo

científico onde ele calculou a latitude da cidade de Kath observando a altura do sol.

Al-Biruni deixou sua cidade natal, pois seu interesse era continuar seus estudos, mas isso só seria possível em uma cidade grande. Durante esse período não se sabe ao certo quando Al-Biruni teria ido para a cidade de Rayy (localizado próximo ao Teerã) onde viveu na pobreza procurando um patrono que ainda não teria encontrado por não ser conhecido fora de Kath.

Em 994 o conhecido astrônomo Al-Khujandi (940 – 1000) construiu um grande mural sextante, instrumento para calcular a inclinação da Terra que tinha como medida até 60 graus sendo que os valores encontrados nessa inclinação não eram precisos, localizada acima da montanha da cidade de Rayy para observar a passagem de um corpo celeste sobre os meridianos do sol perto dos solstícios (época do ano em que o sol está a uma distância máxima do equador, fazendo o dia e a noite mais longos ou mais curtos).

Al-Khujandi teria discutido com Al-Biruni sobre as observações feitas sobre o sextante e essa discussão teria acontecido logo após essas observações em 994 já que Al-Khujandi ter morrido no ano 1000.

Com base nessas informações Al-Biruni escreveu um tratado identificando a causa dos erros de Al-Khujandi. De acordo com Sparavigna (2013, p. 2) “Al-Biruni explicou que o problema estava no sextante usando para as medições. Devido a esta observação começou a ser aceito por outros estudiosos e cientista”.

Sabe-se também que ele retornou para a cidade Kath em 997 porque ele teria feito uma descrição sobre o eclipse da lua em 24 de maio de 997. Esse evento do eclipse da lua também era visível em Bagdá e pensando nisso Al-Biruni teria combinado com Abu'l Wafa (940 – 998) para também observar e após isso eles compararam os horários que o evento teria acontecido permitindo que eles pudessem calcular a longitude entre as cidades.

Al-Biruni então começou a ficar conhecido e a partir daí os patronos da ciência daquela época, Ali ibn Ma'mun e Abu'l Abbas Ma'mun, apoiaram Al-Biruni e com isso ele construiu um instrumento para observar os trânsitos dos meridianos solares em Jurjaniyya.

Devido às guerras na região Al-Biruni e Abu Nasr Mansur deixam Khwarazm por volta de 1017 e passam a ser possíveis prisioneiros de Mahmud que havia conquistado o controle da cidade de Kath.

Por volta de 1022 o exército de Mahmud teria tomado controle do norte da Índia e com isso Al-Biruni teria estudado a literatura indiana e traduzido vários textos em sânscrito para o árabe. Ele escreveu vários tratados que eram importantes para ele sobre aspectos da astronomia e matemática assim como adquiriu conhecimentos sobre literatura sânscrita dos tópicos de astrologia, astronomia, cronologia, geografia, gramática, matemática, medicina, filosofia, religião e pesos e medidas.

Mahmud morreu em 1030 na Índia e seu filho mais velho Mas'ud passou a governar provando ser um governante mais gentil permitindo que Al-Biruni fosse mais livre para viajar com quisesse.

Mas'ud foi assassinado em 1040 e foi sucedido pelo seu filho Mawdud que governou por oito anos. Nesse período Al-Biruni já era idoso, mas continuou contribuindo com obras científicas. Estima-se que Al-Biruni tenha escrito 146 trabalhos. Ele morreu em 1048 na cidade de Ghazna, Afeganistão.

Segundo Sparavigna (2013), algumas contribuições de Al-Biruni foram: propor um método para medir o raio da Terra usando os cálculos trigonométricos, inventou um protótipo de astrolábio com a intenção de calcular a altura do sol, inventou um método para determinar a densidade de substâncias e entre outros.

Metodologia

Para analisarmos um pouco da vida e demonstrar um dos teoremas de Al-Biruni foi necessário fazer um levantamento bibliográfico dos materiais que tratavam sobre esse conteúdo. Foram realizadas pesquisas e estudos por meio de livros, artigos e também no site do MACTUTOR com o intuito de contar um pouco sobre a vida de Al-Biruni e como a matemática era desenvolvida naquela época do século XI a partir da demonstração de um teorema.

Resultados

Mostraremos o enunciado de um de seus teoremas e sua demonstração desenvolvida por Al-Biruni que foram encontradas no livro “Libro de las incógnitas de los arcos de la esfera”, traduzido por Kitab Mayhulat do árabe para espanhol, a partir daí pôde-se traduzir para o português como mostrado abaixo.

Enunciado do Teorema: “Que cuando la razón de la cuerda de un arco cualquiera a la cuerda de otro arco es una razón conocida y uno de los dos arcos

es mayor que el otro arco en cierta medida (= y conocemos la diferencia entre ambos) no es posible que existan otros dos arcos, fuera de los dos arcos primeros, en los que uno de ellos sea superior al otro en la misma superioridad (= cantidad) que en el primer (caso) y en los que la razón de la cuerda del arco mayor de los dos arcos a la cuerda del arco menor sea como la razón de la cuerda del arco mayor de los dos primeros a la cuerda del arco menor."

Ejemplo: Sea el arco $ABGD$, su cuerda AD , y el arco ABG del cual la cuerda es AG y en el cual (= y en donde se cumple que) el arco $ABGD$ es mayor que el arco ABG en un arco (= en la medida de un arco) GD y la razón de la cuerda AD a la cuerda AG sea una razón cualquiera conocida. Y digo: Que no es posible que haya en una circunferencia igual a la circunferencia $ABGD$ otros dos arcos, no iguales a estos dos arcos (de los cuales hemos hablado), en los cuales uno es mayor que el otro en la misma medida que el arco GD , y que la razón de la cuerda del arco mayor de los dos a la cuerda del arco menor sea como la razón de la cuerda AD a la cuerda AG .

Tradução do Teorema: "Quando a razão da corda de qualquer arco para a corda de outro arco é uma razão conhecida e um dos dois arcos é maior que o outro arco até certo ponto (= y nós sabemos a diferença entre os dois) não é possível que existam dois outros arcos, fora dos dois primeiros arcos, em que um deles é superior ao outro na mesma superioridade (= quantidade) que no primeiro (caso) e em que a razão do arco maior dos dois arcos para a corda do arco menor são como a razão da corda do arco maior dos dois primeiros para a corda do arco menor. "

Exemplo: Seja o arco $ABGD$, sua corda AD , e o arco ABG no qual a corda é AG e no qual (= onde é verdade) o arco $ABGD$ é maior que o arco ABG em um arco (= na medida de um arco) GD e a razão da corda AD com a corda AG seja uma razão qualquer conhecida. E digo: Que não é possível que haja uma circunferência igual à circunferência $ABGD$ dois outros arcos, não iguais a estes dois arcos (dos quais falamos), em que um é maior que o outro na mesma medida que o arco GD , e que a razão da corda do arco maior dos dois arcos para a corda do arco menor é como a razão da corda AD para a corda AG .

Demonstração do Teorema: Construyamos una circunferencia igual a la circunferencia $ABGD$, sea la circunferencia $EZHT$. Construyamos en esta circunferencia, si es posible, dos arcos no iguales a los dos arcos $ABGD$ y ABG y que cumplan las condiciones anteriormente mencionadas si esto es posible. Sea

el arco $EZHT$ el arco mayor de los dos y el arco EZH el arco menor, y será el arco HT , que es el (arco) diferencia, como el arco GD es la primera diferencia, y será la razón de la cuerda ET a la cuerda EH como la razón de la cuerda AD a la cuerda AG , y será (también) el arco EZH diferente al arco ABG , si es posible. Construiremos las dos cuerdas GD (y) HT y ambas son iguales porque las dos son las cuerdas de dos arcos iguales, y los ángulos A y E son iguales porque ambos están sobre el perimetro de circunferencias iguales y abarcan arcos iguales. y la razón de ET a EH es como la razón de AD a AG . Así, pues, los dos triángulos son iguales y por este motivo la razón de ET a AD es como la razón de TH a DG , y la cuerda TH es igual a la cuerda DG . Entonces la cuerda ET es igual a la cuerda AD y, del mismo modo, la cuerda EH es igual a la cuerda AG , y los ángulos del (primer) triángulo son como los ángulos del otro triángulo: el ángulo D es igual al ángulo T , y la base ABG es igual a la base EZH y, del mismo modo, el arco $ABGD$, el arco mayor, es igual al arco $EZHT$, el arco mayor, y los dos no eran iguales entre sí, y esto es absurdo. Así, pues, los dos arcos $EZHT$ y EZH no son desiguales a los arcos $ABGD$ (y) ABG y no puede haber dos arcos en una circunferencia* igual a la circunferencia $ABGD$ que estén conformes con las condiciones que hemos mencionado (= presupuesto), excepto que sean iguales a los dos arcos $ABGD$ (y) ABG , y esto es lo que hemos querido demostrar.

Tradução da Demonstração do Teorema: Vamos construir uma circunferência igual à circunferência $ABGD$, seja a circunferência $EZHT$. Vamos construir nesta circunferência, se possível, dois arcos não iguais aos dois arcos $ABGD$ e ABG e que atendam às condições anteriores mencionadas, se isso for possível. Seja o arco $EZHT$ o arco maior dos dois e o arco EZH o arco menor, e será o arco HT , que é o arco da diferença, como o arco GD é a primeira diferença, e será a razão para a corda ET com a corda EH como a razão da corda AD para a corda AG , e definir também o arco EZH diferente do arco ABG , se possível. Construiremos as duas cordas GD e HT ambos são iguais porque as duas são as cordas de dois arcos iguais e os ângulos A e E são iguais, porque ambos estão sobre o perímetro de circunferências iguais e abrangem arcos iguais, e a razão de ET para EH é como a razão de AD para AG . Assim, os dois triângulos são iguais e, por esse motivo, a razão entre ET e AD é semelhante à razão entre TH e DG , e a corda TH é igual à corda DG . Então a corda ET é igual à corda AD e, do mesmo modo, a corda EH é igual à corda AG , e os ângulos do primeiro triângulo são como os ângulos do outro triângulo: o ângulo D é igual ao ângulo T e a base ABG é igual à base EZH e, desse mesmo modo, o arco $ABGD$, o arco maior é igual ao arco $EZHT$, o maior arco, e os dois não eram iguais entre si, e isso é um absurdo. Assim, os dois arcos $EZHT$ e EZH não são diferentes aos arcos $ABGD$ e ABG e não pode haver dois arcos em uma circunferência igual à circunferência $ABGD$ que estejam de acordo com as condições que mencionamos, exceto que eles são iguais aos dois arcos $ABGD$ e ABG , e é isso que queríamos mostrar.

Considerações Finais

Podemos perceber durante a pesquisa para o desenvolvimento do trabalho o quanto foi trabalhoso e difícil encontrar as fontes originais do teorema do matemático

Al-Biruni, por ser tratar do século XI e não ter muitos registros. Além disso, as fontes originais são muitas vezes modificadas e traduzidas de diferentes formas. Para a escolha desse matemático, fizemos uma busca sobre outros matemáticos do século XI, entretanto não obtivemos sucesso na pesquisa por não encontrarmos informações suficientes. A partir dessa pesquisa, encontramos o matemático Al-Biruni no qual conseguimos coletar mais informações sobre sua vida e suas contribuições para a ciência, sendo assim o escolhido para o trabalho.

Vale destacar também o quão diferente era a forma como os teoremas e demonstrações eram enunciados naquela época comparado com os dias de hoje, o que dificultou um pouco a nossa interpretação.

Concluimos que apesar das dificuldades de encontrar materiais a respeito da matemática do século XI, é muito importante estudarmos sobre, uma vez que podemos obter informações sobre matemáticos e conhecimentos que não são habitualmente falados na nossa vida escolar.

Referências

GAFUROV, B. A Universal Genius in Central Asia a thousand years ago. França: The Unesco Courier, 1974.

Libro de las incógnitas de los arcos de la esfera. Traduzido por Kitab Mayhulat

MACTUTOR. TheMacTutorHistoryofMathematicsarchive. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Al-Biruni.html>. Acesso em: 22 de outubro de 2018.

Oliveira, V. C. et. al. A História da Matemática e o processo de ensino e aprendizagem. XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul, UNIPAMPA, Bagé, 2014.

SPARAVIGNA, A. C. The Science of al-biruni. Artigo Científico, Itália, 2013.

A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS MATEMÁTICOS NO ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL

José Higino Soares Pinto²⁷

Suzana Silva Amaral²⁸

Tassiana Cristina Lopes da Silva²⁹

Área: Educação Matemática.

RESUMO: O presente trabalho tem como objetivo mostrar a importância dos jogos matemáticos no ensino de Probabilidade no ensino fundamental. A partir da última década, os professores de matemática têm cada vez mais utilizados materiais concretos para inserir, complementar e fixar os conteúdos lecionados em sala de aula. Uma oportunidade de aprendizagem matemática que potencializa o pensamento lógico do aluno, estimulado a racionalização e o pensamento estratégico. Entretanto devido os alunos terem dificuldades na matemática, muitos profissionais adotam a metodologia resolução de problemas para que os alunos possam repetir exercícios. Partindo dessa problemática procura-se levar ao conhecimento dos alunos o Jogo “Topa ou não Topa”, uma oportunidade de entender o conceito Probabilístico de forma lúdica.

PALAVRAS-CHAVE: Probabilidade; Jogos; Material Concreto; Ensino Fundamental.

Introdução

Este trabalho resulta de um processo de pesquisa e extensão, que busca levar ao conhecimento dos alunos e dos professores, a utilização do material concreto, para a complementação da metodologia resolução de problemas, no estudo de Probabilidade dentro da disciplina matemática.

Essa temática foi escolhida após a realização de diversas práticas pedagógicas durante a licenciatura em matemática, contribuindo para a reflexão do uso do material concreto como ferramenta para o professor em sala de aula.

O Ensino fundamental foi escolhido porque os alunos já deveriam calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, reconhecendo que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

²⁷ Graduando em Licenciatura Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM - Uberaba-MG, Brasil, Bacharel em Administração, Universidade de Uberaba - UNIUBE - Uberaba-MG, Pós Graduado em Gestão Estratégica, Universidade Campos de Andrade/UNIANDRADE - Curitiba/PR. e-mail: josehigino.adm@hotmail.com

²⁸ Graduando em Licenciatura Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM - Uberaba-MG, Brasil. e-mail: suzzi.sa@hotmail.com

²⁹ Graduando em Licenciatura Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro/UFTM - Uberaba-MG, Brasil. e-mail: tassiana884@gmail.com

Entretanto vem sido percebido que os alunos do ensino fundamental das escolas públicas, se encontram com dificuldade de assimilação da matemática básica, o que pode vir a prejudicar a interpretação das atividades probabilísticas, bem como o tratamento da informação.

Silveira (2002) afirma que os professores de matemática manifestam a culpa do fracasso dos alunos, nos professores de anos anteriores, alegando que os alunos a cada ano letivo, não adquirem as habilidades necessárias perante os conteúdos de probabilidade e em matemática em geral.

Conforme Toledo e Toledo (2009), muitas podem ser as razões desse insucesso, tais como: falta de relação entre a matemática que se aprende nas escolas e as necessidades cotidianas, falta de recursos tecnológicos nas escolas ou mesmo método de ensino inadequado.

Complementando a metodologia tradicional, uma nova abordagem se faz essencial como estratégia de aprendizagem, e o material concreto favorece a construção do saber.

O que vai de encontro ao que Toledo e Toledo (2009) afirmam: “Muitas vezes, os professores de matemática e mesmo os livros didáticos indicam uma nova unidade pela etapa da representação: em primeiro lugar, vem à definição (representação formal do conceito); depois, alguns exemplos; a seguir situações práticas em que se pode aplicar aquele conceito..”

Diante de tal afirmação percebe-se que os alunos costuma decorar regras e aplicá-las em determinadas situações de sala de aula, enquanto com o material concreto, o aluno construirá o conhecimento juntamente com o professor, estimulando a criatividade, a percepção, à indagação.

A utilização da metodologia jogos é uma importante ferramenta para o processo criativo, racional e lógico. E Gandro (2000) ressalta que o jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo.

Após esses enclaves se faz importante mostrar a importância dos jogos matemáticos no ensino de probabilidade, na qual se utilizará da atividade lúdica “Topa ou não Topa”, para ensinar os conceitos de probabilidade. Após aplicação do jogo, serão levantados os dados obtidos, utilizando de uma observação direta e dos questionários que serão aplicados, permitindo compreender se houve ou não resultados satisfatórios.

Objetivo

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, iremos identificar o nível de dificuldades dos alunos ao estudarem os conteúdos de probabilidade, tendo como objetivo demonstrar a importância dos jogos matemáticos como ferramenta de ensino na aprendizagem matemática. Utilizando o material concreto, será realizado uma transposição didática, com intuito de inserir os conceitos introdutórios de Probabilidade em uma turma do 9 ano, na Escola Irmão Afonso em Uberaba/MG.

Metodologia

Esse trabalho está pautado na pesquisa qualitativa por se preocupar com a compreensão do jogo “Topa ou não Topa”, a interação entre aluno/professor.

De acordo com (DESLAURIERS, 1991, p. 58) “Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O desenvolvimento da pesquisa é imprevisível. O conhecimento do pesquisador é parcial e limitado. O objetivo da amostra é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações”.

O jogo foi aplicado durante 2 aulas de 50 minutos cada, numa turma do 9 ano do Ensino Fundamental da escola estadual Irmão Afonso no bairro Jardim Elza Amuí III, em Uberaba/MG. Este jogo é indicado para ser utilizado no 9º ano do Ensino Fundamental, auxiliando na fixação de conteúdos estatísticos e probabilísticos. Apresenta também situações-problemas, para que o aluno construa o pensamento estatístico e probabilístico.

Além disso, o jogo pode auxiliar o professor a identificar possíveis dificuldades dos alunos em relação a tal conteúdo. O jogo, de acordo com a Tabela 1, é composto por um número de 11 envelopes coloridos que são lacrados e possuem valores

determinados, que vai de R\$0,00 à R\$10.000, confeccionados em papel cartão coloridos.

Após os alunos terem a ideia de que cada lado de uma moeda tinha 50% de chances de ter como resultado, ao ser lançada para cima, explicamos as regras do jogo.

Os alunos começam a dinâmica escolhendo um dos alunos para competir com os dez outros alunos também selecionados.

A cada rodada os alunos da turma deverão calcular o percentual de chances (Probabilidade) e influenciar o aluno mestre, a ver se continua ou não no jogo. Iniciando o jogo, o aluno mestre escolherá um dos dez participantes que estará com os cartões coloridos.

Este deverá abrir o envelope revelando aos colegas o valor contido nele. Se o valor que estiver nesse envelope for menor que o valor máximo do jogo, no caso, R\$ 10.000, o professor pode oferecer um determinado bônus para que o aluno mestre desista da jogada, dando a oportunidade para outro aluno.

Caso o aluno mestre decida desistir da rodada, o aluno que foi selecionado para abrir o envelope ocupará o lugar do aluno mestre e o jogo seguirá normalmente.

Caso o aluno mestre resolva continuar, o aluno escolhido sairá do jogo e o aluno mestre escolherá outro participante para abrir um novo envelope.

Nesse momento, os alunos já estariam calculando as probabilidades do valor contido no cartão do aluno mestre ser ou não o valor máximo.

O professor poderá ajudar a calcular a probabilidade no quadro negro, juntamente com ajuda dos alunos.

A fórmula utilizada para o cálculo de probabilidade será:

$$P(a) = \frac{\text{Nº do evento acontecer}}{\text{Nº total de eventos possíveis}}$$

Foram elaborados diversos exemplos, com exercícios de fixação para que os alunos antes da aplicação do jogo pudessem entender a dinâmica.

Exemplos

- A. Se eu jogar uma moeda, qual a probabilidade de cair cara e qual a probabilidade cair coroa?
- B. Num total de 10 bolas na qual 4 são vermelhas e 6 verdes, qual a probabilidade de tirarmos uma bola verde?

A Aplicação jogo “Topa ou não topa teve duração 1h e 30 min, e antes do início da atividade foi aplicado um questionário com cinco perguntas de acordo com tabela A, a respeito do conhecimento matemático dos mesmos, e perguntas de cunho pessoal”. Os alunos tiveram um prazo de 5 minutos para o preenchimento, por se tratar de múltipla escolha.

Após o recolhimento dos questionários iniciais, foi introduzido o estudo das probabilidades, que se deu através de um jogo da moeda, pensando que poderia ser a primeira vez que muitos alunos teriam contato com esse conteúdo.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Foi sugerido dividir a turma em dois grupos, para que atividade fosse realizada em 2 momentos, porém o professor preferiu que fizesse com alguns alunos a atividade, e todos pudessem participar respondendo ou ajudando os demais alunos. A Atividade iniciou com a teoria básica de Probabilidade, auxiliando os alunos na interpretação da fórmula para calcular a probabilidade de um evento acontecer, e simulando algumas questões.

Segundo Piaget (1976 p. 160) o jogo possui duas formas essenciais de exercícios sensório-motor e de simbolismo, uma assimilação que vem de encontro a realidade, [...], jogando elas chegam a assimilar as realidades intelectuais que, sem isso, permanecem exteriores a inteligência.

O Aluno mestre foi escolhido pelo professor, e os demais foram escolhidos aleatoriamente, formando os 11 alunos participantes da rodada.

Rodada 1 – O aluno mestre escolheu um aluno participante da sala para que abrisse seu envelope, e o mesmo tinha um valor de R\$7.000. O aluno mestre aceitou continuar no jogo, por acreditar que o valor contido em seu envelope seria maior que o valor do envelope aberto.

Tabela 01: Envelopes do jogo

			R\$ 10.000,00
	R\$ 1.000,00	R\$ 6.000,00	
	R\$ 2.000,00	R\$ 7.000,00	
	R\$ 3.000,00	R\$ 8.000,00	
	R\$ 4.000,00	R\$ 9.000,00	
	R\$ 5.000,00	ZERO	

- Rodada 2 - O aluno mestre escolheu outro aluno, e este possuía um envelope com o valor de R\$3.000. Ao avaliar suas chances de ter o valor maior, escolheu continuar, devido possuir uma chance de 11%.

Depois de realizadas algumas rodadas do jogo (o professor combina com os alunos), foram questionadas aos alunos, sobre o aproveitado da aula, conteúdo e a importância de atividades lúdicas em sala de aula.

Após o jogo, os alunos opinaram com euforia, e foi aplicado o Questionário 02.

Tabela 02: Probabilidades durante as rodadas do jogo

		1 em 1	100%		
RODADA	CHANCES	PERCENTUAL	CHANCES	PERCENTUAL	RODADA
1	1 em 11	9%	1 em 6	17%	6
2	1 em 10	10%	1 em 5	20%	7
3	1 em 9	11%	1 em 4	25%	8
4	1 em 8	13%	1 em 3	33%	9
5	1 em 7	14%	1 em 2	50%	10

Considerações Finais

O Objetivo do jogo “Topa ou não Topa” foi atingido, o qual permitiu que a turma pudesse ter seu primeiro contato com os conteúdos de probabilidade, de forma lúdica, de forma divertida, com uma grande aceitação e euforia, possibilitando o

desenvolvimento do raciocínio lógico, relacionando os cálculos de probabilidade, com porcentagem, e fração.

Além de demonstrar a importância para os alunos no seu presente e no seu futuro, possibilitando através da aplicação do jogo “Topa ou não Topa”, a aplicação de forma dinâmica dos conceitos básicos de probabilidade. Durante a introdutória da aula prática, os alunos tiveram conhecimento, sobre a real importância da probabilidade em suas vidas, com exemplos práticos, auxiliando a tomada de decisões cotidianas, a cada momento em que houver uma ou mais possibilidades, e a aplicação em diversas profissões no mercado de trabalho.

Tabela 03: Questionário 01

Pergunta	SIM	NÃO	MUITO POUCO
Você sabe o que é probabilidade?	03	31	-
Já estudou probabilidade antes?	01	29	04
Você considera matemática difícil?	10	03	21
Você já teve dificuldades em matemática?	26	01	07
Você gosta de matemática?	18	00	16

Tabela 04: Questionário 02

Pergunta	SIM	NÃO	MUITO POUCO
Você considera probabilidade (chances) importante?	34	00	-
Você aprendeu probabilidade durante o jogo?	30	01	03
Você achou o jogo “Topa ou não topa” interessante?	33	01	00
Indicaria este jogo a outros alunos?	29	05	00
Você considerou a aula de hoje boa?	33	01	00

A realidade em sala de aula durante a aplicação da atividade lúdica vai de encontro ao que Souza (2006) considera, onde os jogos na sala de aula são um motivo de grande empenho e curiosidade por parte dos alunos. Este fato foi verificado durante a atividade, pois os alunos demonstraram interesse e colaboraram para o êxito da atividade.

O número de alunos que afirmaram ter aprendido a aplicação da fórmula, e o desenvolvimento do pensamento lógico, foi superior às expectativas, considerando que muitos dos alunos tinham dificuldades de raciocínio, e eram de uma turma considerada atrasada pela escola.

Portanto foi possível concluir que a ideia de as metodologias já aplicadas no ensino básico, em conjunto com metodologias diversificadas trazidas pelos PCN permitem aos alunos possam descobrir a matemática lúdica e relacionar os conteúdos estudados com as mais diversas situações cotidianas (BORIN, 1996).



Referências

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. 3.ed. São Paulo: IME/USP, 1998.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Para a Educação Básica da Disciplina de Matemática.** Secretaria de Estado de Educação do Paraná, 2008.

DESLAURIERS J. P. **Recherche Qualitative.** Montreal: McGraw Hill, 1991

GANDRO, R.C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** Tese. Doutorado. Universidade de Campinas. Campinas: Unicamp, 2000.

MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª série): matemática.** Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1997.

PIAGE, J. **A formação do simbolo na criança. Imitação, jogo, imagem e representação.** Tradução de Alvaro Cabral e Cristiane Oiticia. Rio de Janeiro, Zahar, 1976.

TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Didática da matemática: com a construção da matemática.** São Paulo: FTD, 1997.

RELAÇÃO ENTRE IMAGEM E ESCRITA PARA AS CIÊNCIAS EXATAS.

Cléa Rocha Ferreira³⁰

Roberta Costa³¹

Marina Machado³²

Área: Educação

RESUMO: Este estudo teve por objetivo apontar a percepção do profissional das Ciências Exatas diante da utilização da imagem como facilitador de compreensão de equações matemáticas. Para a realização desta pesquisa quantitativa/qualitativa foi desenvolvido um questionário eletrônico, enviado a 26 profissionais formados em cursos de ciências exatas. O dado resultante da coleta quantitativa mostra que o profissional das ciências exatas acaba por compreender rapidamente uma equação seja ela dotada de quais forem os símbolos representativos. No entanto a maioria aponta qualitativamente para alguma facilidade de compreensão diante da utilização de ícones /ou imagens. Esta pesquisa possibilita refletir sobre a importância de tornar ciente o posicionamento dos profissionais em atividade na área das Ciências Exatas sobre o tema.

PALAVRAS-CHAVE: Imagem, Escrita, Ciências Exatas.

Introdução

As mudanças decorrentes da instituição da docência on-line desenharam um novo cenário (Oliveira, 2017) e dentre as diferentes formas de potencialização do aprendizado podemos elencar a imagem como a mais sedutora. Embora a ideia de uma abundância imagética na cultura digital se dá, na verdade, pela inevitável presença da tela como principal interface para a circulação de informação (SOUZA E SILVA, 2013).

De acordo com Maffia (2013), a linguagem verbal é representada por um sistema de signos convencionados (alfabeto, gramática etc.) e a não verbal é representada por sinais, figuras, imagens, gestos etc. Quando a linguagem verbal encontra as condições ideais, temos a chamada comunicação verbal. Quando a linguagem não verbal encontra essas condições, temos a comunicação não verbal. Quando a comunicação não verbal é composta apenas por códigos visuais, temos a comunicação visual, no caso de placas, sinais etc.

A comunicação visual por sua vez ganhou forma e o mundo por assim dizer dentro do que Jenkins (2009) chama de convergência da cultura digital, um fluxo de

³⁰ UFTM, Programa de Pós-Graduação em Educação, clea-star@hotmail.com

³¹ UFTM, Programa de Pós-Graduação em Educação, FAPEMIG, roberta.costa@uberabadigital.com.br

³² UFTM, Programa de Pós-Graduação em Educação, CAPES, marinamachado02@hotmail.com

conteúdo através de múltiplas plataformas de mídia, à cooperação entre múltiplos mercados midiáticos e ao comportamento migratório dos públicos dos meios de comunicação, que vão a quase qualquer parte em busca de entretenimento que desejam.

Por outro lado de acordo com Souza e Silva (2013) a presença do texto na tela ainda remete a certo desconforto, mas não só por questões de ordem técnica, como se poderia afirmar no caso de um brilho excessivo que cansa os olhos para uma boa leitura, e sim, e principalmente, um desconforto de ordem ontológica que ainda busca seus ajustes.

Na verdade, mesmo tendo em toda a sua história manifestações pontuais, mas expressivas, que revelavam seu caráter imagético (os estudos tipológicos da Bauhaus ou a poesia concreta seriam exemplos), a escrita lida com uma lógica de leitura que não é imagética (SOUZA E SILVA, 2013).

Dentro da área educacional a relação entre escrita e imagem reflete em todos os cursos das Ciências Exatas uma vez que letras e números são símbolos utilizados em equações e quanto maior o número de símbolos em cada equação mais difícil se torna a sua compreensão. Pode-se considerar desta maneira que todos os cursos das Ciências Exatas compartilham em algum ponto a Matemática e seus símbolos.

No entanto para Santos (2007):

É importante salientar que matemática não é um processo mecânico de se chegar a um resultado, pois temos máquinas que são muito mais eficientes em fazer isso. Matemática é um conjunto de dados organizados logicamente, e rigorosamente verificados pela eficiência de sua estrutura, com conceitos triviais, os algoritmos que confirmam as propriedades dos números até sua lógica que permite chegar a um processo “mecânico”. Depois de desenvolver sua estrutura conceitual os algoritmos fazem sentido (SANTOS, 2007, p. 14).

Esse fundamento acaba por ser facilitado pela utilização de imagens dentro das equações, pois as imagens como aponta Flores (2015) produzem significados, informam, descrevem e interpretam a história, passa-se a considerar a imagem como acontecimento, em que o conhecimento histórico é engendrado em meio às memórias, às sensações, ao pensamento, à imaginação.

Objetivo

Diante da abundância de estímulo imagético em nossa sociedade o objetivo desta pesquisa é apontar a percepção do profissional das Ciências Exatas diante da utilização da imagem como facilitador de compreensão de equações matemáticas.

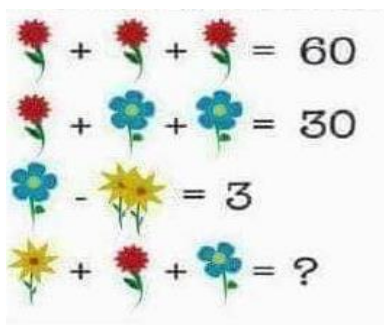
Metodologia

Para a realização desta pesquisa quantitativa/qualitativa após o levantamento bibliográfico foi desenvolvido um questionário eletrônico no Google Docs³³ enviado a 26 profissionais formados em cursos de Ciências Exatas, uma vez que todos os cursos desta área comungam em algum ponto da formação com a utilização de equações matemáticas. A abertura do questionário para além das licenciaturas se deve ao fato da atuação como docente no mercado de trabalho não estar restrita a esta modalidade de formação.

O questionário desenvolvido pelo Google Docs não identifica o participante após suas respostas, resultando em amostras sem interferência de identificação.

O sujeito da pesquisa inicialmente tem duas questões a respeito de duas imagens distintas por meio de resposta de múltipla escolha.

Imagem 1 - Equação representada por letras e numeros.



Fonte: www.naoentreaki.com.br/brasil

Imagem 2 - Equação representada por ícones imagéticos.

$$\begin{cases} x + x + x = 60 \\ x + y + y = 30 \\ y - 2z = 3 \\ z + x + y = ? \end{cases}$$

Fonte: www.naoentreaki.com.br/brasil

As imagens retiradas do site Não entre aqui³⁴ representam na primeira imagem uma equação por meio de letras e números e na segunda uma equação por meio de ícones imagéticos.

Uma terceira pergunta com resposta dissertativa foi inserida. A questão é: você acredita que o formato de ícone e/ou imagem no lugar das letras e números facilita a compreensão? Por quê?

³³ O google docs é um pacote de aplicativos que permite aos usuários criar e editar documentos online ao mesmo tempo colaborando em tempo real com outros usuários.

³⁴ <http://www.naoentreaki.com.br/brasil/>

Esta pesquisa não tem a ambição de mostrar dados absolutos e sim de colocar em discussão se os profissionais das áreas de Ciências Exatas acreditam em uma facilitação promovida pela utilização de ícones e imagens na resolução de cálculos matemáticos. A seguir apresentaremos o comparativo entre os dados quantitativos e qualitativos.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Dos 26 formulários enviados obtivemos a participação de 12 pessoas que apresentaremos suas respectivas respostas no Quadro 1 e Quadro 2.

No Quadro 1 apresentamos as respostas obtidas pelos 12 sujeitos que participaram do questionário tanto para a Imagem 1 quanto para a Imagem 2. Obtivemos para a Imagem 1, 11 deles que responderam que compreenderam rapidamente e um sujeito da pesquisa respondeu que demorou algum tempo para compreender os enunciados.

Para a pergunta 2, com relação a Imagem 2, obtivemos dos 12 sujeitos que participaram do questionário, 10 que compreenderam rapidamente e 2 que demoraram algum tempo para compreender os enunciados

Quadro 1 - A respeito da equação relacionada à Imagem 1 e à Imagem 2:

Respostas	Quantidade de Respostas referente à Imagem 1	Quantidade de Respostas referente à Imagem 2
Você a compreendeu rapidamente.	11	10
Demorou algum tempo para compreender os enunciados.	1	2
Não entendeu.	0	0
TOTAL	12	12

Fonte: Elaborado pelas autoras, 2018.

Na 3ª pergunta os sujeitos da pesquisa, responderam a seguinte pergunta: você acredita que o formato de ícone e/ou imagem no lugar das letras e números facilita a compreensão? Por quê?

Apresentamos no Quadro 2 as respostas de cada um dos sujeitos da pesquisa.

Quadro 2 - Você acredita que o formato de ícone e/ou imagem no lugar das letras e números facilita a compreensão? Por quê?

Sujeito da pesquisa	Resposta “sim” ou “não”	Por quê?
S1	Sim	Porque deixam de ser incógnitas.
S2	Não respondeu.	Não consigo fundamentar diferença.
S3	Não respondeu.	Não vejo diferença.
S4	Sim.	Acredito que, para pessoas "leigas", que não possuem o hábito de trabalhar ou a habilidade de lidar com as ciências exatas, o formato com imagem no lugar de letras torna mais visível e de certa forma palpável o que se quer dizer, já que existe uma certa dificuldade enraizada culturalmente em lidar com letras e números juntos.
S5	Não respondeu.	Para mim não faz diferença o uso de símbolos ou letras, pois o que me chama a atenção é a estrutura algébrica em si.
S6	Sim.	Porque permite melhor compreensão da temática.
S7	Não.	Prefiro os números. Mas observo que se torna mais atraente para alguns.
S8	Sim.	Pois os números, rapidamente, remetem à equações matemáticas estudadas na escola. E esta é uma ação, infelizmente, repudiada pela maioria dos estudantes. Enquanto o pictórico, além de chamar a atenção, remete à desafios. O que estimula a motivação.
S9	Sim.	Sim, porque letras ainda são abstratos para alunos que não tem muito manejo com algoritmos matemáticos.

S10	Não.	Não acredito que facilite. É necessário, pelo menos para mim a presença de texto escrito.
S11	Sim.	Nós somos seres visuais, que tendemos a compreender a matemática, por exemplo, de uma melhor forma a partir de ícones e/ou imagens ao invés de letras e números.
S12	Sim.	Temos mais facilidade com imagens.

Fonte: Elaborado pelas autoras, 2018.

Podemos perceber pelas respostas obtidas dos 12 participantes que 7 acreditam que o formato de ícone e/ ou imagem no lugar das letras e números facilita a compreensão quanto a resolução de equações matemáticas. Três não responderam nem sim e nem não, mas justificaram sua resposta e dois responderam que não facilita a compreensão.

O fato de eliminar as incógnitas e permitir melhor compreensão da temática. Dentro da área de ensino as letras ainda são abstratas para alunos que não tem muito manejo com algoritmos matemáticos. Os números remetem à equações matemáticas estudadas na escola. E esta é uma ação, repudiada pela maioria dos estudantes. Enquanto o pictórico, além de chamar a atenção, remete a desafios. Estimulando a motivação, de acordo com um dos participantes.

O sujeito S4 concorda sobre as facilidades promovidas pela imagem. Especificamente em suas palavras diz acreditar que para pessoas "leigas", que não possuem o hábito de trabalhar ou a habilidade de lidar com as ciências exatas, o formato com imagem no lugar de letras torna mais visível e de certa forma palpável o que se quer dizer, já que existe certa dificuldade enraizada culturalmente em lidar com letras e números juntos.

Para os participantes que disseram não acreditar que o formato de ícone e/ou imagem no lugar das letras e números facilita a compreensão, apontam em suas justificativas o fato de alguns participantes não identificarem diferenças entre o uso dos símbolos, pois o que lhes chama atenção é a estrutura algébrica, há por eles a preferência pela utilização de números. Mas por outro lado, há por outros participantes o reconhecimento de que a utilização de ícones ou imagens torna mais atraente a resolução de equações algébricas. E para um outro sujeito da pesquisa, há a necessidade de texto escrito para compreensão matemática.

No entanto como coloca Souza e Silva (2013) os embates entre a escrita e a imagem, não devem ser encarados como uma espécie de retrocesso ou embotamento de nossa capacidade de articular a percepção e interpretação de nossas realidades.

Considerações Finais

Diante da presente análise dos resultados obtidos entre os profissionais das Ciências Exatas a respeito da relação entre imagem e escrita para as ciências exatas podemos observar que a percepção diante dos símbolos não é difícil para aqueles que já se formaram.

E estes ainda em sua maioria dentro da amostra tendem a considerar a presença da imagem para facilitação de compreensão, como benéfica e até mesmo estimulante. O contato com representações visuais nos ajuda a formar nosso próprio repertório de imagens mentais.

Assim, concordamos com Rozal (2015 Apud Torrealba, 2004) quando este considera que as imagens desempenham um papel fundamental na nova sociedade de informação, enriquecendo as mensagens e reforçando-as, sendo em algumas vezes ela própria a mensagem.

Esta pesquisa possibilita refletir sobre as contribuições da mesma para o desenvolvimento de estratégias de ensino de matemática e suas possibilidades de acordo com os profissionais da área de Ciências Exatas bem como a importância de tornar ciente o posicionamento dos profissionais em atividades na área das Ciências Exatas sobre o tema.

Referências

FLORES, C. R. (2015). **Imagem: cadernos de trabalho**. São Paulo, SP: Editora da Física.

JENKINS, Henry. **Cultura da Convergência**. 2. ed. - São Paulo :Aleph, 2009.

MAFFIA, Hélio Aguilera. Texto e imagem: as relações entre o código verbal e o código visual na publicidade impressa brasileira criativa. 2013. 80 f., il. **Monografia** (Bacharelado em Comunicação Social)—Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

OLIVEIRA, A. dos S. A ampliação das contribuições dos designers gráficos no processo de Design Educacional. In: Roseli Zen Cerny. (Org.). **Formação de Educadores na Cultura Digital: a construção coletiva de uma proposta**. 1ed. Florianópolis: UFSC, 2017, v. 1,.

ROZAL, Edilene Farias. SANTO, Adilson Oliveira do Espírito. CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque. O que se aprende com imagens matemáticas? Uma experiência na Educação de Jovens e Adultos. **BoEM**, Joinville, v.3. n.5, p. 33-50, ago./dez. 2015.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum dos. Dificuldades na Aprendizagem de Matemática. 2007, 41 f. **Trabalho de Conclusão de Curso** (Matemática) – Universidade Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

SOUZA E SILVA, W. Gadgets fotográficos: a imagem como informação na cultura digital. **Revista Comunicação Midiática**, v.8, n.2, pp.202-214, mai./ago. 2013.

.

O PIBID E OS PROFESSORES SUPERVISORES DE MATEMÁTICA NOS TRABALHOS PUBLICADOS NA ANPED DE 2010 A 2017

Roberta Costa³⁵

Marina Machado³⁶

Cléa Rocha Ferreira³⁷

Área: Matemática

RESUMO: Este estudo teve por objetivo levantar a produção intelectual da área da educação relacionada ao PIBID e os professores supervisores de Matemática nos artigos publicados nos anais das reuniões da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped) de 2010 a 2017 nos Grupos de Trabalho: GT08 (Formação de Professores) e GT19 (Educação Matemática). Utilizamos a metodologia de análise documental e determinamos três descritores: professor supervisor; matemática; e PIBID. De um total de 232 trabalhos publicados, não houve nenhuma publicação levando-se em conta os três descritores. Conclui-se que os trabalhos envolvendo os três descritores ainda não ocuparam espaço nas produções encontradas na Anped Nacional. Esse fato aponta que o PIBID é um programa recente no contexto educacional, pois suas atividades iniciaram em 2009.

PALAVRAS-CHAVE: PIBID; professor supervisor; matemática.

Introdução

Entre os maiores desafios para o processo de ensino e aprendizagem de qualidade na aprendizagem de Matemática, está a formação adequada de professores, a elaboração de materiais didáticos que relacionem a teoria e a vida cotidiana dos alunos, dando significado aos conceitos a serem aprendidos e desenvolvendo atitudes e valores, por meio de discussões e leituras na resolução de problemas que contemplem a realidade do aluno, além da modificação da estrutura das escolas. Buscando compreender como o PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, tem contribuído para esse processo, e com foco no professor supervisor de matemática, este estudo teve por objetivo levantar a produção intelectual da área da educação relacionada ao PIBID e os professores supervisores de Matemática nos artigos publicados nos anais das reuniões da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped) de 2010 a 2017 nos Grupos de Trabalho: GT08 (Formação de Professores) e GT19

³⁵ UFTM, Programa de Pós-Graduação em Educação, FAPEMIG, roberta.costa@uberabadigital.com.br

³⁶ UFTM, Programa de Pós-Graduação em Educação, CAPES, marinamachado02@hotmail.com

³⁷ UFTM, Programa de Pós-Graduação em Educação, clea-star@hotmail.com

(Educação Matemática). Utilizamos a metodologia de análise documental e determinamos três descritores: professor supervisor; matemática; e PIBID.

Nossos questionamentos se debruçavam na relevância da participação dos professores de Matemática como professores supervisores do PIBID. Também procurávamos respostas para a interferência dessa participação no trabalho dos professores em sala de aula.

A prática docente na contemporaneidade demanda reflexões constantes, pois a sociedade atual aponta mudanças profundas requerendo a reestruturação do processo ensino-aprendizagem na sua forma didático-pedagógica. A realidade atualmente é dinâmica em todos os segmentos da vida do ser humano, fundada em conceitos onde, na educação, faz-se necessário trabalhar com os alunos de tal maneira que desenvolvam competências e habilidades para lidar com as novas exigências sociais, sendo assim “[...] o indivíduo é elemento considerado como essencial para a organização sociopolítica.” (GATTI, 2011, p. 23). O PIBID vem ao encontro dessa realidade.

Segundo Mizukami (2008), mudanças estão acontecendo aceleradamente e as contradições vivenciadas nas sociedades complexas da atualidade fazem com que a educação surja como espaço importante de análise e investimento na formação e preparação do indivíduo que irá atuar nesse contexto. A autora chama atenção para o fato de que ao pensar nos alunos bolsistas que fazem parte do PIBID partimos do pressuposto que eles participarão ativamente nesse processo como futuros profissionais da educação.

Oportunidades de aperfeiçoamento e estudos são oferecidas a todos os envolvidos no programa (licenciandos, professores de escolas públicas e coordenadores de áreas). Com essas oportunidades, os alunos bolsistas podem se sentir parte integrante das atividades da escola, das aulas e da rotina de um professor. Com relação ao professor supervisor, foco da nossa investigação, pensamos que essas oportunidades de estudos são momentos para o professor supervisor continuar sua formação para que possa melhor desenvolver o seu trabalho em sala de aula.

Para Imbernón,

não podemos falar nem propor alternativas à formação continuada sem antes analisar o contexto político-social como elemento imprescindível na formação, já que o desenvolvimento dos indivíduos sempre é produzido em um contexto social e histórico. Não podemos separar a formação do contexto de trabalho [...] o contexto condicionará as práticas formadoras,

bem como sua repercussão nos professores, e, sem dúvida, na inovação e na mudança (2010, p. 9).

Assim, através do programa, os professores supervisores podem ser levados a refletir sobre que tipo de professores são, e a partir das experiências vividas, buscar novos significados ao seu trabalho pedagógico, além de serem capazes de desafiar os alunos bolsistas a se moverem e a participarem da realidade da escola, bem como propor atividades de interação entre bolsistas e alunos da escola pública. Para Mills (2009, p. 22) “[...] deve aprender a usar sua experiência de vida em seu trabalho intelectual [...].”

D’Ambrósio (1996) já perguntava como seria possível ao professor sair da desastrosa situação de limitação em que muitos se encontram após vários anos ensinando para alunos que se mantêm constantemente atualizados, uma vez que nem sempre há participação em grupos de formação continuada e com as universidades. “[...] Como pode ele, professor atuante no ensino básico, ocupar-se da própria atualização e de seu aprimoramento profissional, rediscutindo aspectos diversos, quer de natureza metodológica, quer pragmática?” (CARVALHO, 2011, p. 3).

Pensamos que o PIBID pode ser uma das respostas à indagação de D’Ambrósio (1996), de Imbernón (2010) e também de Carvalho (2011) para a formação continuada dos professores supervisores do PIBID/ Matemática.

Para Carvalho (2011, p. 4) “Os professores que atuam nas escolas apontam a falta de conhecimento matemático acadêmico formal como um dos motivos para a ineficácia do trabalho docente”.

Os autores Carvalho, Silva e Barbosa (2009) compreendem que, no conhecimento do professor, encontra-se também um caminho que ativa no aluno o interesse pelo conhecimento matemático. Assim, sustenta-se que se o professor apresentar um conhecimento mais aprofundado das questões e objetos matemáticos terá maior possibilidade de atuar positivamente frente aos alunos.

Mrech (2005) aponta que a educação continuada introduziu a ideia de que é possível o sujeito se modificar e aprender constantemente, diferente do hardware do computador que pode ser trocado, mas para os seres humanos, as mudanças se esbarram em uma série de impasses. “[...] O mundo exige o novo de uma maneira constante e radical, mas o corpo tem limites para sua transformação”. (MRECH, 2005, p. 20).

Podemos perceber pelos autores D'Ambrósio (1996), Mrech (2005), Mills (2009), Carvalho; Silva; Barbosa (2009), Imbernón (2010) e Carvalho (2011) que é importante levarmos em consideração a vivência que os professores possuem em sua trajetória de vida e profissional, e aproveitá-la na formação de novos professores e na própria formação desses professores que já atuam na educação básica.

Metodologia

Para a realização do levantamento da produção intelectual relacionada ao PIBID e os professores supervisores de matemática, determinamos três descritores: “professor supervisor”; “matemática”; e “PIBID”. Queríamos saber o quanto os pesquisadores da área de Educação têm explorado as relações entre o PIBID/ Subprojeto de Matemática, o trabalho do professor supervisor e a Matemática, nos Grupos de Trabalhos GT-08 – Formação de Professores e GT-19 – Educação Matemática dos trabalhos publicados na ANPED.

Escolhemos os anais da ANPED, pois “[...] é uma entidade sem fins lucrativos que congrega programas de pós-graduação *stricto sensu* em educação, professores e estudantes vinculados a estes programas e demais pesquisadores”, tem por finalidade o desenvolvimento “[...] da ciência, da educação e da cultura”, e também, por apresentar um site de fácil navegação e de simples estrutura, o que facilita encontrar as informações necessárias sobre os trabalhos publicados em todos os anos de sua realização. (ANPED, 2018).

O primeiro critério para seleção dos artigos foi encontrarmos os três descritores no título dos textos. Na etapa posterior, segundo critério, buscamos os três descritores como palavras-chave nos artigos publicados. E a terceira etapa foi buscarmos os três descritores no resumo dos artigos.

Resultados ou resultados parciais e discussões

Na ANPED de 2010 a 2017, houve a publicação de 232 artigos, nos GTs. 08 e 19 juntos, como podemos ver no Quadro 2.

O primeiro critério para seleção dos artigos foi encontrarmos os três descritores: professor supervisor; matemática; e PIBID no título dos textos. Com esse critério não encontramos nenhum artigo.

Na etapa posterior, segundo critério, buscamos os mesmos três descritores como palavras-chave nos artigos publicados. Também não encontramos nenhum artigo.

A terceira etapa foi buscarmos os mesmos três descritores no resumo dos artigos, e também não encontramos nenhum artigo.

Quadro 2 - Artigos publicados na ANPED, com os três descritores de 2010 a 2017:

	33 ^a	34 ^a	35 ^a	36 ^a	37 ^a	38 ^a	TOTAL
	2010	2011	2012	2013	2015	2017	
GT 8 — Formação de Professores	21	21	22	18	23	23	128
GT 8 — Formação de Professores - excedentes ³⁸	0	0	0	0	13	0	13
GT 19 — Educação Matemática	18	15	12	20	15	11	91
GT 19 — Educação Matemática - excedentes	0	0	0	0	0	0	0
Total	39	36	34	38	51	34	232

Fonte: Elaborado pelas Autoras, 2017.

Podemos observar que no ano de 2015 na 37^a Reunião Nacional da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação realizada na Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Campus Florianópolis, que teve como tema: Plano Nacional de Educação: tensões e perspectivas para a educação pública brasileira ocorreu o maior número de trabalhos publicados do período utilizado neste trabalho (2010 – 2017). E com isto nos indagamos: será que o número de trabalhos excedentes se deu por causa do tema do evento?

De acordo com o relatório Educação para todos no Brasil 2000-2015 divulgado pelo Ministério da Educação (Brasil, 2014) o país se uniu a Cúpula Mundial de Educação (Dakar, Senegal), para avaliar e redimensionar as metas estabelecidas anteriormente pela Conferência Mundial de Educação para Todos (Jomtien, Tailândia), realizada em 1990, considerando os desafios de um novo milênio. Desta maneira ao assumir tais objetivos, o Brasil passou a integrar o conjunto de países empenhados na

³⁸ Os trabalhos excedentes são os trabalhos aceitos mas que não foram apresentados durante o evento.

conquista das metas de políticas de Educação para Todos (EPT) para 2015 pactuadas no Marco de Ação de Dakar. Esse engajamento resultou em importantes mudanças no perfil das políticas públicas desenvolvidas no país nesse período. E o encerramento de tal agenda pode ter influenciado no interesse e abundância de produções sobre a formação de professores apresentadas no evento do qual se originam os trabalhos observados.

Considerações Finais

Diante da presente análise do mapeamento e discussão da produção nos trabalhos da ANPED no período 2010 a 2017, relacionada ao PIBID/ Subprojeto Matemática e os professores supervisores, percebemos que os trabalhos envolvendo os três descritores: “professor supervisor”, “matemática” e “PIBID”, ainda não ocuparam espaço nas produções encontradas na ANPED Nacional. Isso pode ser pelo fato do PIBID ter iniciado suas atividades em 2010, ou seja, ainda é um programa recente no contexto educacional.

Assim, concordamos com Freitas (2013) ao afirmar que “ainda temos diversas áreas que carecem dessa atenção nas pesquisas que apontem o já elaborado, os enfoques e as lacunas existentes”. (p. 87, 88).

Refletimos como a presença dessas pesquisas trariam contribuições para o debate nacional com relação à qualidade da formação inicial do professor e da articulação entre teoria e prática necessárias à formação dos professores, com o intuito de elevar a qualidade acadêmica e a melhor preparação inicial dos professores para atuarem na educação básica. Outro aspecto que levantamos é a possibilidade que o PIBID traz de mobilização dos professores das escolas de educação básica como co-formadores, tornando-os parte integrante do processo de formação inicial dos futuros docentes e da sua própria formação continuada.

Referências

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. **Sobre a ANPED**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/sobre-anped>>. Acesso em: 09 jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório Educação para Todos no Brasil, 2000-2105**. Ministério da Educação. – Brasília: MEC, 2014b.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci; SILVA, Ana. L.; BARBOSA, Sandra. M. O Grupo de Trabalho das Olimpíadas de Matemática – GTOM – e a Formação Continuada de Professores. (Comunicação Científica) **IV Congresso da Academia Trinacional de Ciências**, IV C3N 2009, 9 – 11 de setembro de 2009, Foz do Iguaçu, PR. In: *Anais...*, 2009.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci. Impactos e desafios do Projeto PIBID – Matemática da UEL. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13. , 2011, Recife. **Anais...** Recife, GPRPEM, 2011. Disponível em: <http://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/1800/409>. Acesso em: 27 jun. 2018.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

FREITAS, Adriano Vargas. **Educação Matemática e Educação de Jovens e Adultos: estado da arte de publicações em periódicos (2000 a 2010)**. 2013. 360 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/10954/1/Adriano%20Vargas%20Freitas.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2017.

GATTI, Bernardete Angelina; BARRETTO, Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazio de Afonso. Contexto contemporâneo, cultura, educação e políticas voltadas aos docentes. _____. **Políticas docentes no Brasil: um estado da arte**. Brasília: UNESCO, 2011, p. 23-30. Disponível em: <<http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002121/212183por.pdf>>. Acesso em: 20 set. 2017.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação Continuada de Professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

MILLS, Charles Wright. Sobre o Artesanato Intelectual. In: _____. **Sobre o artesanato intelectual e outros ensaios**. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.

MIZUKAMI, Maria das Graças Nicoletti. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MRECH, Leny Magalhães. Mas, afinal o que é educar? In: MRECH, Leny Magalhães (Org.). **O impacto da Psicanálise na Educação**. São Paulo: Avercamp, 2005. p. 13-31.

